Pat 119
404
11
506.45
.A214
71972
Smith
180

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXIII.

1885-86

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

VOLUME II.

(2° SEMESTRE)

SMITHSONIAN INSTITUTION
289291
1926
NATIONAL MUSEUM

ROMA
TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1886

55,212
Dupl 14

By transfer from
Pat. Office Lib.
April 1914.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all' Accademia sino al 4 luglio 1886.

Fisica. — *D'una probabile estensione della legge su la caloricità specifica dei corpi indecomposti.* Nota del Socio G. Cantoni.

« 1. Da più anni, nelle mie lezioni universitarie, vado accennando, siccome probabile, un' importante estensione della legge di caloricità, trovata da Dulong e Petit. Al che fui condotto dal riscontro che questa trova nell'altro fatto, per cui risultano pressochè eguali tra loro le calorie valevoli a produrre, con liquidi differenti scaldati alle rispettive temperature di ebollizione, eguali volumi de' diversi vapori, dotati questi di eguale tensione; e ciò quand' anco molte proprietà fisiche (densità relative del liquido e del vapore, coefficiente di dilatazione termica e calorie di scaldamento del liquido, sua temperatura d'ebollizione, e sue calorie di vaporizzazione) notevolmente differiscano fra di loro per codesti varii liquidi.

« Quanto alla legge di Dulong e Petit, almeno qual fu da essi annunciata, erasi già avvertito che il prodotto della caloricità specifica di una data sostanza indecomposta [1] per il peso molecolare della medesima differisce sensibilmente da una ad altra sostanza, ove non si tenga conto del pur diverso lavoro interno di espansione di ciascuna sostanza, correlativo ai suoi

[1] Intendendo con ciò: le calorie occorrenti a scaldare di 1° l'unità ponderale della sostanza, senza preoccuparsi delle contemporanee sue variazioni di volume.

coefficienti di elasticità e di dilatazione termica. In altre parole quella parte delle calorie di scaldamento che si applica ad aumentare la velocità delle molecole di un corpo, in corrispondenza all'incremento nella sua temperatura, deve essere distinta da quell' altra parte delle calorie di scaldamento, che contemporaneamente si esaurisce nel compiere i lavori di espansione delle molecole stesse contro la resistenza opposta e dalla mutua loro energia aggregatrice e dall'esterna pressione (1).

« Epperò converrebbe conoscere la caloricità dei corpi, supposti mantenuti a volume costante; la qual cosa non è agevole a determinarsi in modo diretto e sperimentale pei solidi e per i liquidi (2).

« 2. Ora mi sembrò fattibile di evitare l'anzidetta difficile determinazione, allargando i termini del problema.

« Poniamo infatti, come vuolsi nella termodinamica, che il calore da cui dipende la temperatura e lo stato fisico dei corpi, sia tale un' energia, la quale, al pari della gravità, non risenta alcuna peculiare influenza dalla varia costituzione fisica e chimica dei singoli corpi, ed abbia correlazione soltanto colle masse specifiche delle rispettive loro molecole.

« Ciò posto, è facile prevedere che, qualora pesi eguali delle varie sostanze fossero presi in uno stato iniziale di massima energia coesiva, e li si conducessero poi tutti, mercè opportune comunicazioni di calore, ad assumere lo stato di vapore con forze tensive eguali fra loro, le calorie occorrenti per produrre siffatto passaggio in ciascuna sostanza dovrebbero riuscire inversamente proporzionali alle masse delle rispettive loro molecole.

(1) Per meglio distinguere questi diversi ufficj delle *calorie di scaldamento* c_s dell'unità di peso d'un corpo (a volume variabile) per 1°, io soglio indicare con c_i e c_e le calorie spese per compiere i lavori di dilatazione contro la coerenza interna e contro la pressione esterna, e con c_t le calorie di *temperatura* che producono solo l'incremento di velocità termica nelle molecole del corpo stesso (supposto mantenuto a volume costante): talchè $c_s = c_t + c_i + c_e$.

Le calorie c_t dovrebbero però, per una data sostanza, mantenersi costanti, cioè indipendenti dalla temperatura iniziale da essa; laddove c_i e c_e devono variare colla temperatura della sostanza medesima. Inoltre è facile comprendere che pei solidi, in generale, sarà piccolo e talora trascurabile il valore di c_e; e che per i gas permanenti sarà invece piccolo il valore di c_i.

(2) Tanto che, come è noto, l' Hirn ed altri fisici si accontentarono di determinare la caloricità a volume costante dei varî corpi indecomposti, deducendola dalla caloricità specifica del gas idrogeno, pure a volume cosante, e ritenendo che per le altre sostanze essa fosse inversamente proporzionale al rispettivo peso atomico, riferito questo al peso atomico dell' idrogeno, preso quale unità di misura. Ma quest' è una via poco propria, in quantochè non è di certo un procedimento rigoroso quello di risolvere un problema meramente fisico, assumendo dati strettamente chimici. Altri pensarono di dedurla, pei gas almeno, com' è pur noto, dalla velocità sperimentale del suono nei gas medesimi. Ma qui poi le resultanze avute da varî abili sperimentali non riescirono molto concordi tra loro.

« 3. Ora, ben si comprende che tutte queste sostanze le si avrebbero appunto al massimo di coerenza, qualora ci fosse fattibile di prenderle tutte in istato solido ed allo zero assoluto di temperatura; giacchè questo presuppone appunto annullata ogni tensione termica fra le molecole di qualsiasi corpo. D'altra parte poi, scaldando codeste sostanze, ridotte in istato liquido, sino alla rispettiva loro temperatura di ebollizione, i vapori da esse prodotti spiegherebbero appunto energie tensive tra loro eguali, corrispondenti cioè alla pressione di un' atmosfera.

« Trattasi adunque di comunicare successivamente alla unità di peso della sostanza solida, supposta presa a — 273°, la somma delle calorie volute, prima per recarla alla temperatura di fusione, poi per fonderla, poi per iscaldare il liquido ottenuto sino alla temperatura di sua ebollizione, ed infine per effettuarne la completa evaporazione, sotto la stessa temperatura.

« 4. Ora, per meglio fissare le idee, chiameremo *calorie di liquidità* d'una sostanza la somma delle calorie di scaldamento di essa da — 273° sino alla di lei temperatura di liquefazione, insieme colle calorie di fusione della unità di peso; di poi chiameremo *calorie di vaporizzazione* della stessa sostanza, presa in istato liquido, la somma delle calorie voluta ad elevarla dalla temperatura di sua liquefazione a quella di ebollizione, in uno colle rispettive calorie di vaporizzazione; e finalmente chiameremo *calorie totali di elasticità* la somma delle calorie di liquidità e di vaporizzazione per la sostanza stessa. In tal modo potremo esprimere il risultato delle anzidette successive operazioni, dicendo che per le varie sostanze indecomposte, le calorie totali di elasticità, della loro unità di peso, devono riescire inversamente proporzionali alle rispettive masse molecolari (1).

« E appunto questa proposizione sarebbe, come s' è detto da principio, una importante estensione della legge di Dulong e Petit.

« 5. Però converrebbe conoscere per ciascuna sostanza: la caloricità media di essa in istato solido c_s dallo zero assoluto sino alla temperatura T_l di sua fusione; le calorie λ_l volute per questa liquefazione; la caloricità media c_l di scaldamento del liquido da T_l sino alla temperatura di sua ebollizione T_v, e le calorie λ_v di vaporizzazione della sostanza medesima; dovendo essere:

$$c_s T_l + \lambda_l = C_l\,;\; c_l(T_v - T_l) + \lambda_v = C_v\,;\; C_l + C_v = C_e\,.$$

(1) Credo opportuno di avvertire che io qui per *masse molecolari* dei corpi indecomposti intendo indicare ciò che altri chiama *equivalenti termici*, corrispondendo esse ad un fatto meramente fisico, cioè alla determinazione dei rapporti ponderali assumendo i quali i singoli corpi richiedono o cedono eguali quantità di calore per subire eguali incrementi o decrementi di temperatura. E ciò senza alcun riguardo ai rapporti ponderali più semplici, che si verificano nelle combinazioni chimiche de' corpi medesimi, giacchè di ciò non deve preoccuparsi il fisico quando studia soltanto le relazioni sussistenti tra le varie proprietà fisiche dei corpi differenti. Se non che poi il fisico, come il chimico, rilevando questa corrispondenza tra equivalenti termici e pesi di combinazione, può dedurne un' intima correlazione fra le leggi termiche e le leggi chimiche.

poste rispettivamente C_l, C_v, C_e le calorie totali di liquidità, di vaporizzazione e di elasticità d'una data sostanza.

« Epperò l'anzidetta legge probabile di caloricità per diverse sostanze indecomposte, le cui masse molecolari (proporzionali ai pesi di combinazione di esse) fossero m, m', m'', ecc. sarebbe espressa da:

$$m\,C_e = m'\,C_e' = m''\,C_e'' = k$$

ponendo C_e, C_e', C_e'', le calorie totali d'elasticità delle rispettive loro molecole, ridotte a stato gasoso, colla tensione di un'atmosfera, ed alla rispettiva temperatura d'ebollizione.

« Ma questi diversi dati li possediamo soltanto fino ad ora per un piccolo numero di sostanze, talchè una piena dimostrazione della esposta tesi non è ancora possibile.

« Ecco i risultati ottenuti, assumendo pei varî fattori i valori più attendili per ora:

	H^2O	S	J	Hg	Br	Ph
Caloricità del solido	0,470	0,203	0,032	0,030	0,082	0,180
Temperatura assoluta di fusione . .	273°	386°	380°	233	249°	317°
Calorie di fusione	79,5	9,4	11,7	2,84	16,2	50
Caloricità del liquido	1,025	0,234	0,108	0,032	0,100	0,205
Temperatura assoluta d'ebollizione. .	373°	713°	482°	623°	336°	563°
Calorie di vaporizzazione	536,5	72,1	23,9	62,0	45,6	145,8*
Calorie di liquidità	207,5	87,1	29,5	9,83	36,62	62,1
Calorie di vaporizzazione	639,0	149,3	31,7	73,45	54,30	196,2
Calorie totali d'elasticità	846,5	236,4	61,2	83,28	90,92	258,3
Peso molecolare . . .	$\frac{18}{2}$	32	126,5	100	80	31
Caloricità totale delle molecole libere.	7621	7565	7740	8328	7274	8007

* Queste calorie di vaporizzazione del fosforo furono calcolate in base alla legge sui vapori su ricordata al § 1.

« Ora, esaminando questa tabella, e ponendo mente da una parte ai ben diversi valori dei predetti fattori per le singole sostanze, e dall'altra alle piccole differenze, che per esse risultano ad esprimere la supposta proposizione, questa ci apparirà abbastanza probabile; tanto più ove si pensi alle notevoli difficoltà sperimentali, che s'incontrano nella determinazione delle grandezze relative di alcune delle suaccenate qualità fisiche delle sostanze medesime.

« È poi facile il comprendere che questa legge, ove fosse più largamente verificata, verrebbe ad avvalorare quella opinione, già resa probabile da altri

fatti, che non solo le proprietà fisiche, ma anche le proprietà chimiche de' differenti corpi dipender potrebbero dalle varie masse delle loro molecole, e dalle varie forme di loro aggruppamento, perocchè l'atomo chimico, fisicamente potrebb'essere considerato quale un gruppo di punti fisici d'un unica materia; fuorchè il numero e la disposizione relativa di codesti punti fisici costituenti l'atomo chimico varierebbero da una ad altra sostanza finora indecomposta.

« 6. Su questo argomento mi riservo di tornare con alcuni altri dati abbastanza attendibili ».

Fisica. — *Sulla causa della polarizzazione rotatoria magnetica.* Nota preventiva di Augusto Righi, presentata dal Socio Blaserna.

« Recenti ricerche hanno messo in chiaro, che l'ipotesi colla quale da Fresnel in poi si spiega la polarizzazione rotatoria naturale, e più tardi quella magnetica, manca di conferma sperimentale, giacchè nel caso del quarzo, la separazione del raggio incidente in due raggi circolari opposti, che si ottiene col biprisma o col triprisma di Fresnel, può spiegarsi come uno speciale fenomeno di diffrazione, mentre nel caso dei corpi dotati di potere rotatorio magnetico, le esperienze di interferenza fatte per mostrare una diversa velocità di propagazione dei raggi circolari, possono essere anche interpretate in altra maniera.

« Resta dunque dubbio se la doppia rifrazione circolare sia o no la causa immediata della rotazione delle vibrazioni.

« Sembrami che lo studio delle vibrazioni riflesse o trasmesse dai corpi dotati di potere rotatorio, possa servire a risolvere questa questione.

« Infatti, se il raggio polarizzato incidente, all'ingresso del corpo, si scinde veramente in due raggi circolari inversi dotati di velocità di propagazione differenti, l'intensità dei due raggi deve essere diversa tanto nella luce riflessa che nella trasmessa. Anzi quello dei due raggi circolari che ha la maggior velocità di propagazione, e quindi il minor indice di rifrazione, deve possedere minor intensità nella luce riflessa e maggior intensità nella luce trasmessa (ammesso che i due indici sieno maggiori dell'unità, poichè nel caso opposto il risultato sarebbe contrario).

« Tanto il raggio riflesso che quello trasmesso diverranno dunque elittici.

« Sono giunto a constatare questa elettricità, adoperando il corpo che ha il massimo potere rotatorio, e cioè il ferro.

« Che il raggio riflesso normalmente dal ferro magnetico sia elittico, fu già da me dimostrato nella mia 2ª Memoria sul fenomeno di Kerr; recentemente ho constatato lo stesso fatto, studiando il raggio trasmesso da lamine di ferro sottilissime trasparenti, poste nel campo magnetico in modo da essere normali tanto al raggio luminoso che alle linee di forza.

« La vibrazione elittica del raggio riflesso è di senso opposto al senso

della corrente magnetizzante. Quella del raggio trasmesso è di senso eguale a quello della corrente.

« In una prossima Memoria, comprendente varie ricerche intorno alla polarizzazione rotatoria, mostrerò come ciò si accordi colla ipotesi della doppia rifrazione circolare, e descriverò dettagliatamente le esperienze eseguite, e gli apparecchi per esse adoperati ».

Fisica. — *Sulla calibrazione elettrica di un filo.* Nota di A. Righi, presentata dal Socio Blaserna.

« Nei Rendiconti della r. Accademia dei Lincei (1° marzo 1885) il dott. Ascoli espone un metodo per la calibrazione elettrica del filo d'un reocordo. Il principio di questo metodo fu già da me esposto nella Memoria *sulla resistenza del bismuto*, approvata per la stampa nella seduta del 1° giugno 1884 (1).

« Tale Memoria sarà certamente sfuggita all'attenzione del dott. Ascoli, il quale d'altronde ha più estesamente sviluppato lo stesso concetto ».

Chimica. — *Sopra alcuni derivati bisostituiti del pirrolo e sulla loro costituzione.* Nota II. di Giacomo Ciamician e Paolo Silber, presentata dal Socio Cannizzaro (2).

L'acido pirrilmetilchetoncarbonico
o pseudoacetilcarbopirrolico.

$$\left[(C_4 H_2 NH) \begin{cases} CO\,OH \\ CO.CH_3 \end{cases} \right]$$

« L' etere metilico di questo acido, che si ottiene direttamente dall'etere dell' acido carbopirrolico coll'anidride acetica (3) venne saponificato, bollendolo con la potassa acquosa, e la soluzione alcalina direttamente impiegata per l'ossidazione. Il liquido ottenuto saponificando 4 gr. di etere, venne diluito con 400 c. c. d'acqua ed indi trattato con una soluzione di 7, 6 gr. di permanganato potassico sciolto in 200 c. c. d'acqua. Si filtra a caldo dal biossido di manganese e si esaurisce quest' ultimo coll'acqua bollente. Il filtrato, che è colorato in giallo, viene concentrato convenientemente a b. m., indi acidificato con acido solforico diluito ed agitato ripetutamente con etere. L'estratto etereo lascia collo svaporamento un residuo cristallino, d'un colore

(1) Memorie della r. Accademia dei Lincei, vol. XIX, pag. 549.

(2) Lavoro eseguito nell' Istituto Chimico di Roma.

(3) Vedi G. Ciamician e P. Silber. *Studi sui composti della serie del pirrolo.* Parte VII. *I derivati dell'acido α carbopirrolico* 1884.

grigiastro tendente al giallo, solubile nell' acqua, nell' alcool e nell' etere, e quasi insolubile nell' etere petrolico, nel benzolo, toluene, solfuro di carbonio e cloroformio. Noi non abbiamo studiato direttamente l'acido libero, perchè la sua poca stabilità rende difficile la sua purificazione, e lo abbiamo trasformato subito nel suo etere metilico, passando per il sale argentico.

« Questo composto si ottiene in forma di un precipitato giallo, trattando la soluzione dell'acido esattamente neutralizzata con ammoniaca, con nitrato d'argento. Il sale, seccato nel vuoto sull' acido solforico, diede numeri concordanti con la formola:

$$« C_7 H_3 NO_5 Ag_2 »$$

0,4069 gr. di sostanza dettero 0,2234 gr. d'argento.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_7 H_3 Ag_2 NO_5$
Ag	54,90	54,41

« L'acido libero ha dunque la formola:

$$C_7 H_5 NO_5 = (C_4 H_2 NH) \begin{cases} CO\ OH \\ CO.COOH, \end{cases}$$

cioè quella di un acido carbopirrilgliossilico, ed è, come risultò dallo studio ulteriore del suo etere metilico, identico a quello, già descritto, ottenuto dal diacetilpirrolo.

« L'etere metilico si ottiene riscaldando il sale argentico in un apparecchio a ricadere con joduro di metile diluito con etere, e trattando il prodotto della reazione liberato dall'etere e dall'eccesso del joduro metilico con acqua bollente. Dal filtrato si separano degli aghetti bianchi, che dopo alcune cristallizzazioni dall'acqua bollente, fondono esattamente a 144-145°. L'analisi confermò la sua composizione:

0,2754 gr. di sostanza diedero 0,5174 gr. di CO_2 e 0,1124 gr. di H_2O.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_9 H_9 NO_5$
C	51,24	51,18
H	4,53	4,26

« Il composto così ottenuto è identico a quello derivato dal diacetilpirrolo, esso forma gli stessi aghi lunghi incolori, talvolta raggruppati a guisa di spine di pesci, ha il medesimo punto di fusione 144-145° e finalmente la stessa solubilità. Noi abbiamo determinato la solubilità dei due preparati nel benzolo a 22° ed abbiamo trovato che una soluzione satura a questa temperatura dell'etere carbopirrilgliossilico ottenuto dal diacetilpirrolo contiene 0,63 parti di sostanza in 100 parti di soluzione, ed una fatta coll'etere proveniente dall' acido pirrilmetilchetoncarbonico ne contiene 0,64.

« L' identità di questi due composti dimostra che delle due catene laterali dell' acido carbopirrigliossilico, quella formata dal carbossile, occupa

l'istessa posizione che ha nella molecola dell'acido α carbopirrolico, ed inoltre che i due acetili nel diacetilpirrolo sono disposti in modo identico all'acetile ed al carbossile nell' acido pirrilmetilchetoncarbonico.

« Dall' identità dei due acidi pirrolchetondicarbonici doveva risultare necessariamente quella degli acidi pirroldicarbonici, ed in vero l'esperienza venne a confermare pienamente la previsione. L'acido chetonico or descritto, ottenuto dall'acido aceto-carbopirrolico si trasforma per fusione con la potassa nettamente nell' istesso acido dicarbonico che si ottiene, per la stessa via, dal diacetilpirrolo, per cui noi possiamo omettere qui la descrizione dell'operazione, che è quella che abbiamo esposto più sopra. Vogliamo soltanto far notare, che è facile ottenere in questa preparazione il composto potassico dell' acido dicarbonico, in forma di una massa di aghi lunghi, bianchi, raffreddando la soluzione acquosa, concentrata della massa ottenuta nella fusione con potassa. Il composto che così si separa, e che è forse il tripotassico [$C_4 H_2 (CO\,OK)_2 NK$], è solubilissimo nell'acqua, per cui non si ottiene se si impiega un eccesso di questa nel disciogliere il prodotto della reazione. Noi abbiamo trasformato l'acido dicarbonico nel suo etere dimetilico, ed abbiamo ottenuto gli aghi lunghi, incolori, di splendore serico sopramenzionati, che fondevano esattamente a 132°. L'analisi venne a confermare la loro composizione:

0,2202 gr. di sostanza dettero 0,4244 gr. di CO_2 e 0,1020 gr. di $H_2 O$.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_8 H_9 NO_4$
C	52,57	52,46
H	5,14	4,92

« Da quanto abbiamo esposto risultano dunque le seguenti formole pei composti di cui abbiamo parlato in questa Memoria, se si segnano con a e a_1, le posizioni dei radicali sostituenti:

$C_4 H_3 (CO.OH) NH$ *acido carbopirrolico di Schwanert.*
$\quad\quad a$

$C_4 H_3 (CO.CH_3) NH$ *pirrilmetilchetone* o *pseudoacetilpirrolo.*
$\quad\quad a$

$C_4 H_2 (CO\,OH) (CO.\,CO\,OH) NH$ *acido carbopirrilgliossilico* o *pirrolchetondicarbonico*
$\quad\quad a \quad\quad a_1$

$C_4 H_2 (CO\,OH) (CO\,OH) NH$ *acido pirroldicarbonico.*
$\quad\quad a \quad\quad a_1$

$C_4 H_2 (CO\,OH) (CO.CH_3) NH$ *acido pirrilmetilchetoncarbonico* o *acetocarbopirrolico.*
$\quad\quad a \quad\quad a_1$

$C_4 H_2 (CO.CH_3) (CO.CH_3) NH$ *pirrilendimetildichetone* o *diacetilpirrolo.*
$\quad\quad a \quad\quad a_1$

e resta ancora a dimostrare se le due posizioni a e a_1, sono tra di loro

identiche o differenti. Per risolvere questa questione abbiamo tentato di seguire due vie diverse di cui una soltanto ci ha dato praticamente il risultato desiderato. Se in tutti questi composti le due posizioni a a_1 sono equivalenti, si dovrebbe ottenere dall'acido pirroldicarbonico per eliminazione di una molecola di anidride carbonica, un solo acido pirrolmonocarbonico, cioè l'acido carbopirrolico di Schwanert, nel caso contrario si potrebbero ottenere due acidi diversi. Ma come s'è detto più sopra, l'acido dicarbonico si presta poco ad una parziale scissione, perchè tende a scomporsi definitivamente in pirrolo ed anidride carbonica. Noi abbiamo perciò seguito l'altra via, partendo cioè dall'acido acetocarbopirrolico.

« In questo composto il carbossile ha la posizione a, cioè quella che occupa nell'acido carbopirrolico di Schwanert, perchè lo si ottiene appunto da quest'acido per azione dell'anidride acetica sul suo etere metilico, inoltre è da sapersi che anche il pirrilmetilchetone contiene l'acetile nella medesima posizione, perchè per ossidazione con potassa fondente, si trasforma nell'acido carbopirrolico di Schwanert (1). Ora se eliminando anidride carbonica dall' acido acetilcarbopirrolico si può ottenere il pirrilmetilchetone, l'unico finora conosciuto, e non un suo isomero, è dimostrato che la posizione a è equivalente a quella segnata con a_1, salvo a non volere ammettere delle trasposizioni molecolari, in questo caso molto poco probabili.

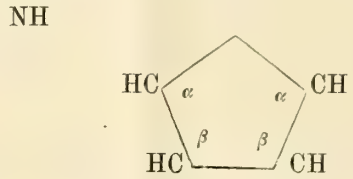
« L'esperienza ha dimostrato che realmente dall'acido pirrilmetilchetoncarbonico si ottiene il pirrilmetilchetone conosciuto fusibile, a 90-91°. Dalle nostre ricerche sul primo di questi composti ci era noto che distillando il suo sale calcico con un eccesso di calce viva, si ottiene un olio che in parte si solidifica; questo metodo di scissione è poco pratico, perchè il pirrilmetilchetone stesso riscaldato con un eccesso di calce si scompone dando un olio che arrossa un fuscello d'abete bagnato d'acido cloridrico. Noi abbiamo perciò preferito di riscaldare il sale potassico dell'acido acetocarbopirrolico con circa un eguale peso di carbonato di potassa. La reazione potrebbe avvenire nel seguente modo, tenendo conto dell'acqua contenuta nel sale potassico:

$$2\begin{matrix} C_4H_2(COOK)NH \\ CO.CH_3 \end{matrix} + OH_2 = 2\begin{matrix} C_4H_3NH \\ CO.CH_3 \end{matrix} + CO_2 + K_2CO_3$$

« Si riscalda il miscuglio in una stortina di vetro immersa in un bagno di lega metallica; la reazione ha luogo fra 280° e 300°, e distilla un olio colorato in giallo, che si solidifica immediatamente nel collo della storta. Pirrolo non si forma che in piccolissime quantità ed il rendimento del pirrilmetilchetone è quasi teoretico. La massa solida ottenuta, viene spremuta fra carta ed indi fatta cristallizzare alcune volte dall'acqua bollente, aggiungendo carbone animale. Si ottengono degli aghi lunghi senza colore, che hanno tutte le proprietà del pirrilmetilchetone e fondono a 90-91°.

(1) Vedi G. Ciamician, *Sulla costituzione del pirrolo.* Rendiconti 1885. Altrimenti bisognerebbe ammettere una trasposizione molecolare, che non crediamo probabile, abbenchè non la si possa escludere assolutamente.

« Con ciò è dimostrato che nei derivati bisostititi del pirrolo, di cui tratta la presente Memoria, i due radicali sostituenti rimpiazzano due atomi d'idrogeno disposti simmetricamente nella molecola; ora secondo la formola che si suole comunemente attribuire al pirrolo, e che l'uno di noi dimostrò ultimamente (1), avere un alto grado di probabilità, devono esistere nel pirrolo due paja di atomi d'idrogeno simmetrici, differenti fra di loro, che proponiamo di segnare colle lettere α, α e β, β,



per cui resta ancora a vedere se ai composti in questione spetta la posizione $\alpha\alpha$ o $\beta\beta$.

« Questo ultimo problema non può risolversi presentemente in modo assoluto, però è molto probabile che le sostanze di cui parliamo, abbiano la costituzione $\alpha\alpha$. Ciò dipende come si vede dalla posizione del carbossile nell'acido carbopirrolico di Schwanert; ora questo, come fece notare uno di noi (2), ha molto probabilmente il carbossile situato in prossimità dell'azoto, e ciò per diverse ragioni, di cui le principali sono: la formazione di un' anidride interna (la pirocolla) e la sua sintesi dal mucato ammonico.

« Se si considera la formazione dell'acido carbopirrolico analoga a quella dell'acido piromucico, e dell'acido α tiofenico (3), ciò che può farsi con sufficiente probabilità di non andare errati:

$$\underbrace{\begin{array}{l} HC(OH) - CH(OH).COOH \\ | \\ HC(OH) - CH(OH).COOH \end{array}}_{\text{acido mucico}} = \underbrace{\begin{array}{l} CH = CH \\ | \\ CH = C \\ \qquad\quad | \\ \qquad\quad COOH \end{array}}_{\text{acido piromucico}} \Big\rangle O + CO_2 + 3OH_2$$

« Si ha per analogia:

$$\underbrace{\begin{array}{l} HC(OH) - CH(OH).COONH_4 \\ | \\ HC(OH) - CH(OH).COONH_4 \end{array}}_{\text{mucato ammonico}} = \underbrace{\begin{array}{l} CH = CH \\ | \\ CH = C \\ \qquad\quad | \\ \qquad\quad CONH_2 \end{array}}_{\text{carbopirrolamide}} \Big\rangle NH + CO_2 + 5OH_2$$

e si deve ammettere che il carbossile anche nell'acido carbopirrolico di Schwanert, sia situato nella posizione α, avendo Baeyer (4) dimostrato direttamente che lo è nell'acido piromucico.

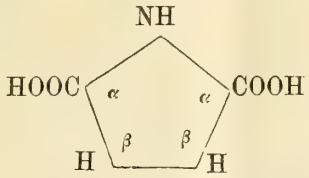
(1) Vedi G. Ciamician, *Sulla costituzione del pirrolo*. Rendiconti. Ferie accademiche, 1885.

(2) Ibid.

(3) Vedi C. Paal e J. Tafel. Berl. Ber. XVIII, 456.

(4) Berl. Ber. X, 355 695, e 1360.

« I composti menzionati in questa Memoria hanno perciò probabilmente tutti la posizione $\alpha\alpha$, perchè danno tutti lo stesso acido pirroldicarbonico al quale con sufficiente probabilità può attribuirsi la costituzione:



« A questo acido pirroldicarbonico, l'unico finora conosciuto, deve corrispondere, se è vera la formola che noi gli attribuiamo, il dimetilpirrolo, scoperto da Weidel e da uno di noi (1) nell'olio animale, perchè i due metili in questa sostanza, in seguito alle interessanti sintesi di L. Knorr (2) e di C. Paal (3), hanno di certo la posizione $\alpha\alpha$.

« Noi continueremo lo studio di questo acido, perchè speriamo che esso ci offrirà il mezzo di scoprire degli altri derivati del pirrolo e di determinarne la costituzione. Le nostre cure saranno specialmente rivolte ad ottenere i derivati β, di cui finora non si sono potuti ottenere direttamente dal pirrolo che ben pochi rappresentanti e che sono inoltre ancora molto incerti per quanto concerne la loro costituzione. A questo scopo ci riserbiamo specialmente anche lo studio degli acidi pirrolmonocarbonici ».

Chimica. — *Sul piperilene.* Nota di Gaetano Magnanini, presentata dal Socio Cannizzaro (4).

« Alcuni anni fa Hofmann (5) è riuscito ad introdurre due metili nella piperidina. Egli ha ottenuto così la dimetilpiperidina, base terziaria, la quale con joduro di metile dà un ammonio che distillato con potassa solida conduce ad un idrocarburo $C_5 H_8$, il piperilene. Di questo piperilene Hofmann descrive un bromuro $C_5 H_8 B_{r4}$ solido fusibile a 114°.8. Recentemente Ciamician e Magnaghi (6) riducendo il pirrolo hanno ottenuto una nuova base la pirrolidina che è l'omologo inferiore nel nucleo della piperidina. Essi hanno potuto effettuare sulla prima le stesse trasformazioni che l'Hofmann ha eseguite sulla seconda, arrivando così naturalmente all'omologo inferiore del piperilene che è un butino identico a quello che Henninger ha ottenuto dalla eritrite e che essi hanno chiamato pirrolilene. Saturando con bromo

(1) Berl. Ber. XIII, 78.
(2) Ibid. XVIII, 1558.
(3) Ibid. XVIII, 2254.
(4) Lavoro eseguito nel R. Istituto Chimico di Roma.
(5) Berl. Berichte XIV, 659.
(6) Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della classe di scienze fis. mat. e nat. 1884-85.

questo idrocarburo [1] essi sono riusciti ad isolare due composti bromurati i quali dando all'analisi numeri concordanti colla stessa formula $C_4 H_6 B_{r_4}$ potevano quindi essere due isomeri.

« Sembrandomi cosa interessante mettere in chiaro la natura di questa isomeria, io ho cercato anzitutto di vedere se anche il piperilene saturato con bromo sia suscettibile di dare due composti, tra i quali l'analisi elementare sia incapace di scorgere differenza nella composizione centesimale.

« Pubblico brevemente, come nota preliminare, il risultato delle mie ricerche allo scopo di riserbarmi lo studio di queste isomerie.

Nuovo bromuro di piperilene.

« Ho ottenuto il piperilene distillando il joduro di trimetilpiperilammonio con potassa in polvere ed in piccole stortine di vetro infusibile. I prodotti delle diverse reazioni furono riuniti e acidificati con acido cloridrico; venne separato lo strato galleggiante di idrocarburo, lavato e seccato.

« Il bromo agisce sul piperilene con grande energia; è d'uopo procedere lentamente tenendo costantemente raffreddato sino a che nuovo bromo non viene più assorbito. Si toglie il piccolo eccesso di bromo sulla calce ed al prodotto semisolido si aggiunge etere petrolico ben secco e rettificato. Rimane indisciolta una discreta quantità del bromuro di Hofmann, il quale dopo diverse cristallizzazioni dall'alcool fondeva a 114.9°. Una completa separazione però di questo composto dagli altri in questo modo non è possibile; e dopo filtrazione ho dovuto ricorrere alla distillazione a pressione ridotta levando però prima a parte quasi tutto l'etere petrolico. Mi sono servito di una pompa a mercurio frazionando per parecchie volte sotto pressioni che variavano da 6 a 4 mm. e raffreddando la porzione separata con neve e sale allo scopo di solidificare piccole quantità del solito bromuro, che per la sua volatilità passava nella distillazione. Aggiungevo allora nuovo etere petrolico alla porzione separata, filtravo e, dopo evaporazione della maggior parte del solvente, ripetevo il frazionamento. Faccio osservare che per ottenere un prodotto il quale sia affatto incoloro è assolutamente indispensabile durante il frazionamento, ogni volta che si interrompe l'operazione di lasciare completamente raffreddare il liquido da distillarsi, prima di far entrare l'aria; diversamente, quando si ricomincia la distillazione le prime porzioni sono leggermente colorate in rosso indicando così una parziale decomposizione. Dopo diverse operazioni è passato a 115° 118° a soli 4 mm. di pressione un liquido incoloro che io non credo sia stato affatto esente dal composto di Hofmann, ma che però in un miscuglio di neve e sale non mostrava più traccia di solidificazione. Sottoposto all'analisi ha dato i seguenti risultati:
I gr. 0.6907 di sostanza dettero gr. 0.3952 di CO_2 e gr. 0.1472 di H_2O
II gr. 0.4475 di sostanza dettero gr. 0.8682 di $A_g B_r$.

[1] Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, seduta del 21 febbraio 1886.

« In 100 parti:

	trovato		calcolato per $C_5 H_8 B_{r4}$
	I	II	
C	15.60	—	15.46
H	2.35	—	2.06
B_r	—	82.32	82.48

Peso molecolare del bromuro fusibile a 114°.8.

« Ammessa l'isomeria del bromuro di piperilene ottenuto dall'Hofmann con quello che ho ottenuto io, era presumibile che il primo dovesse essere un polimero del secondo, giacchè stando alla formola

$$CH_2 = CH - CH_2 - CH = CH_2$$

che con buone ragioni il Ladenburg (1) attribuisce all' idrocarburo e che è analoga a quella che Ciamician e Magnaghi accettano pel pirrolilene, non si può intendere l'esistenza di due tetrabromuri $C_4 H_8 B_{r4}$ che ammettendo una poco probabile trasposizione molecolare. Io ho cercato dunque se era possibile determinare il peso della molecola del bromuro di Hofmann. Non potendone determinare la densità di vapore col metodo di V. Meyer perchè con tutta probabilità il corpo si decompone ho tentato direttamente il metodo proposto da Brühl (2), ma nè coi vapori di anilina, nè con quelli di nitrobenzolo e con un vuoto barometrico di 195 c. c. di capacità, sono riuscito a volatilizzare completamente il composto.

« Risulta dai lavori di Raoult (3) e dai recentissimi di Paternò e Nasini (4) che in molti casi si può determinare il peso molecolare di un composto non volatile dall'abbassamento che esso produce nel punto di congelamento di un solvente pel solo fatto che vi si trova disciolto inquantochè l'abbassamento molecolare per un dato solvente è il medesimo per moltissimi corpi di diversissimo peso molecolare. Io ho fatto una esperienza in soluzione benzolica e collo stesso termometro che ha servito a Paternò e Nasini e che quest'ultimo ha messo gentilmente a mia disposizione. È diviso in cinquantesimi di grado e permette di valutare anche i 0°.002. Il benzolo cristallizzato è stato seccato, poi distillato sul sodio, bolliva a 79°.5-79°.7 e si congelava a 5°.09.

« Ecco il risultato ottenuto:

Concentrazione	Abbassamento	Coefficienti di abb°.	Abb°. molecolare per $C_5 H_8 B_{r4}$
1.316	0.17	1.2918	50.12

(1) Ber. Berichte XVI, 2057.

(2) Ib. IX, 1368.

(3) C. rend. XCIV, 1517; XCV, 188; XCV, 1030; XCVII, 941; XCIX.

(4) R. Accademia dei Lincei, Memorie nella classe di scienze fis. mat. e nat. anno CCLXXXIII, 1885-86.

« Il numero 50.12 è appunto uno dei valori che si trova per l'abbassamento molecolare nelle soluzioni benzoliche, cosicchè se la legge di Raoult è giusta, al bromuro di piperilene fusibile a 114°.8 spetta la formola semplice ».

Biologia. — *Sull'azione biologica della monoclorocanfora comparativamente ad altri derivati della canfora.* Nota del dott. Antonio Curci, presentata dal Socio Cannizzaro.

« In seguito a ricerche chimiche, che il prof. Balbiano fa sul gruppo della canfora, per stabilire meglio l'isomeria e la funzione chimica delle canfore monoclorurate e di altri derivati, il suddetto professore mi diede due campioni di monoclorocanfora da lui preparati col metodo di Cazeneuve, onde studiare comparativamente la loro azione sugli animali.

« Esistono 4 canfore monoclorurate: le due clorocanfore, ottenute da Cazeneuve per azione diretta del cloro secco sulla canfora in soluzione nell'alcool assoluto, le quali sono fisicamente isomeriche; la clorocanfora ottenuta da R. Schiff e I. Puliti per decomposizione pirogenica dell'acido clorocanfocarbonico, e quella ottenuta da Wheeler per azione dell'acido ipocloroso sulla canfora, la quale differenzia dalle altre per avere il cloro facilmente sostituibile.

« Io ho usato nelle mie esperienze le due clorocanfore isomeriche, ottenute per azione diretta del cloro sulla canfora, e di esse: una si presenta cristallizzata in bei grossi prismi duri, facilmente polverizzabile, fusibile a 83°-84° (Cazeneuve), 92°-92°,5 (Balbiano); l'altra in massa confusamente cristallizzata, fusibile a 100°-100°,5, è più solubile nell'alcool, non polverizzabile ma quasi pastosa, e, fatta bollire con idrato potassico in soluzione alcoolica, si converte nell'isomero cristallizzato. Ambedue solubili nell'alcool, etere, cloroformio, solfuro di carbonio, benzina, pochissimo nell'acqua, sono volatili come la canfora. Fatte bollire cogli alcali non cedono il cloro.

« Dalle ricerche del prof. Balbiano risulta confermato che le due clorocanfore di Cazeneuve sono isomeri fisici, come pure dimostrato che quella cristallizzata in prismi duri è identica a quella di R. Schiff e I. Puliti, ottenuta dall'acido clorocanfocarbonico, e che l'atomo di cloro occupa nella molecola di questi due derivati la stessa posizione che occupa il bromo nella bromocanfora, perchè tutti i tre derivati danno la stessa canfildifenildiidrazina.

Azione sugli animali.

« L'azione delle due clorocanfore è identica, non presentando differenze notevoli tanto per qualità quanto per intensità.

« Quella cristallizzata in prismi riesce più facilmente diffusibile, forse perchè polverizzabile, e quindi apparentemente più attiva; ma anche l'altra, quella pastosa, divisa mediante previa soluzione nell'etere, mostra eguale attività.

« Siccome tali sostanze non possono essere iniettate nel connettivo sottocutaneo, io le ho date ai cani per bocca, facendo ingerire il pane imbevuto della sostanza, previamente sciolta nell'etere, e dopo evaporato il solvente. In tal modo io ho potuto dare alle due clorocanfore la stessa forma e lo stesso stato fisico ed ho veduto esplicare da ambedue eguale azione.

« L'assorbimento avviene in seguito alla volatilità, la quale alla temperatura degli ematermi sarà più grande che a quella ordinaria e perciò più favorevole alla diffusione nell'organismo.

« Nei batraci poi basta introdurre sotto la pelle dei pezzetti di sostanza, la quale, volatile anche alla temperatura dell'ambiente, si assorbe e dà l'azione.

« L'azione si manifesta in diverso modo nei batraci e nei mammiferi.

« Nelle rane, alle quali s'introduce sotto la pelle qualche pezzetto di sostanza, si ha dopo 2 o 3 ore un certo eccitamento; la sensibilità e gli atti riflessi sono più vivi, rapidi ed energici, la respirazione è accelerata, vi è midriasi. Più tardi o nel giorno seguente vi è completo stordimento e perdita del moto volontario. La rana se ne rimane quasi sempre allo stesso posto, non fugge se si lascia libera sul tavolo anche per molto tempo, nè se viene avvicinata nè se è toccata o pizzicata moderatamente; pizzicandole un dito o pungendola seguono pronti atti riflessi, forse un pò esagerati; però se lo stimolo è giustamente mite, la rana si muove ma non fugge, se lo stimolo è forte la rana spicca un salto, che non ripete, e rimane là dove è caduta. È quindi un salto per effetto riflesso e perciò il moto volontario è abolito. In questo momento la respirazione sembra essere normale.

« Più tardi o all'altro giorno consecutivo, si aggiunge indebolimento dei riflessi, paresi degli arti posteriori, respiro celere e superficiale, miosi. Poi la paralisi si fa completa e generale, la respirazione si rallenta e diventa intermittente ed indi si abolisce, cessa infine ogni manifestazione esterna della vita.

« In tal momento si trova il cuore ancora pulsante, ma debolmente, lentamente e con pareti rilasciate; esso infine si arresta dilatato e con sangue scuro.

« La morte avviene per paralisi dei centri nervosi.

« L'eccitabilità elettrica dapprima si conserva in tutti i tessuti, e quella dei nervi periferici sembra molto aumentata; più tardi si manifesta azione curarica, eccitando un nervo non si ha contrazione del muscolo, mentre questo si contrae bene eccitato direttamente.

« Tutto ciò si ha egualmente con le due clorocanfore isomeriche.

« Nei cani le due clorocanfore date per bocca, alla dose di grm. 0,15-0,20-0,30-0,40 per chilogramma, danno qualche volta il vomito, in tal caso l'azione non si manifesta, perchè viene la sostanza in gran parte rigettata.

« Assorbite, producono un notevole eccitamento del cervello: agitazione, maggiore vivacità, irrequietezza, aumento dell' eccitabilità generale; indi

cominciano delle scosse e crampi muscolari, prima alla faccia e al capo, che sempre è portato in dietro, poi scosse generali, in cui l'animale prende l'atteggiamento di agguato e di rinculamento, in ultimo completi accessi convulsivi epilettiformi.

« Il numero degli accessi può essere uno o due solamente, dopo cui l'animale rapidamente si ristabilisce, oppure sono numerosi e l'animale può morire per esaurimento e forse anche per insufficiente ematosi.

« La respirazione e la circolazione non presentano modifiche costanti ed apprezzabili; talvolta il ritmo respiratorio ed il polso sono più accelerati, tal' altra un po' rallentati oppure come il normale.

« La temperatura invece subisce un costante aumento, sovente di 0°,5 a 1°,0 c., anche prima che comincino le convulsioni, e poi se la dose è forte, pur durando le convulsioni, si abbassa alquanto, talvolta sotto il grado iniziale; pare da ciò che vi sia una certa indipendenza dell'aumento termico dalle convulsioni.

« Da ciò possiamo concludere che la monoclorocanfora eccita fortemente il cervello e fa aumentare la temperatura.

« Quindi l'azione della monoclorocanfora è in tutto identica a quella della canfora.

« Debbo dare però qualche spiegazione riguardante la temperatura. Nei trattati e nei lavori recenti di Farmacologia (Bucheim, Nothnagel e Rosbach, Lauder Brunton ecc.) è detto che la canfora è un forte eccitante del cervello e del midollo allungato, ma abbassa la temperatura.

« Binz negli animali febbricitanti e Pirogaff in caso di resipola, hanno osservato abbassamento di temperatura. Hoffmann sperimentando sui gatti e sui cani ha ottenuto abbassamento della temperatura fisiologica. Molti osservatori antichi e moderni sono in controversia su tal punto, cioè per gli uni la canfora eccita ed aumenta la temperatura, per altri calma ed abbassa la temperatura. Quindi stando alle osservazioni di Binz, Pirogoff, Hoffmann ed altri, la canfora, facendo abbassare la temperatura, avrebbe un' azione differente dalla clorocanfora.

« Per togliere ogni equivoco, io ho fatto delle esperienze, usando di quella canfora servita alla preparazione della clorocanfora da me adoperata, come pure di altro campione, ed ho trovato la identica azione, cioè quella di produrre le convulsioni e di aumentare la temperatura.

« Quindi secondo i miei esperimenti, la clorocanfora e la canfora hanno una identica azione.

« Lo stesso ho riscontrato nella monobromocanfora, già studiata da Pellacani sul sistema nervoso e sulla circolazione (Arch. per le Sc. Med. v. VI).

« In modo che i quattro composti esplicano nell'organismo animale la stessa azione: eccitare il cervello, produrre le convulsioni ed aumentare la temperatura.

« Ecco uno specchietto delle mie esperienze, in prova di quanto ho asserito.

Esperienza	Peso dell'animale	Dose del farmaco	Ora dell'osservazione	Respirazioni	Polso	Temperatura rettale	Differenza in più	
			Clorocanfora					
1ª Cane	Kg. 5,000	grm. 1	10 a.	40	108	39°,5	0°,5	(Clorocanfora pastosa)
			11, 30 a.	56	120	39, 7		eccitamento breve
2ª idem	» »	» 1 ½	10, 30′a.	44	128	40, 1	0, 2	
			12 m.	40	128	40, 3		leggiero eccitamento
3ª idem	» »	» 1 ½	10, 15′a.	36	120	39, 8	0, 7	eccitamento e convulsioni
			1 p.	28	108	40, 5		
4ª idem	» »	» 2	9, 40′a.	36	100	39, 6	0, 4	
			12 m.	48	120	40, 0		spasmi convulsivi alla faccia
5ª idem	» 3,400	» 1	11, 35′a.	40	120	40, 8	1, 0	
			12 m.		130	41, 8		eccitamento e convulsioni
6ª Cagna	» 4,600	» 1 ½	11 a.	24	96	39, 9	0, 5	(Clorocanfora cristalliz.ª)
			12	20	96	40, 4		convulsioni, poi abbassamento di temperatura, convulsioni e morte
7ª Cane	» 5,000	» 1 ½	9, 45′a.	36	112	40, 4	0, 6	
			10, 30′a.	32-48	120	41, 0		agitazione e convulsioni
			Bromocanfora					
8ª Cane	» 3,400	» 1	10, 50′a.	28	128	39, 7	0, 8	
			11, 45′			40, 5		eccitamento e scosse
9ª idem	» 5,000	» 1 ½	11, 45′a.	28	112	40, 0	1, 3	
			11, 50′	28	120	41, 3		eccitamento e convulsioni
			Canfora					
10ª Cane	» 3,400	» 1	11, 10′a.	32	90	40, 8	0, 9	
			12 m.	60	126	41, 7		eccitamento e scosse
11ª idem	» »	» 1	10, 40′a.	24	140	40, 4	0, 4	
			12, 40′p.	32	140	40, 8		eccitamento e scosse
12ª idem	» 5,000	» 1 ½	10, 50′a.	32	112	39, 7	0, 6	
			11, 45′a.	32	116	40, 3		eccitamento e qualche scossa
13ª idem	» »	» 2	11, 15′a.	36	120	40, 9	0, 1	
			12 m.	36	120	40, 0		nessun fenomeno
14ª idem	» »	» 3	10, 40′a.	36	120	39, 9	0, 4	
			3 p.	36	140	40, 3		eccitamento ed una convulsione

« Da tutto ciò si vede, che l'azione biologica dei detti composti canforeici è indipendente dall'elemento alogeno, che entra a sostituire l'idrogeno nella canfora.

« Intanto le esperienze di Nägeli, Goldschmidt e Balbiano hanno dimostrato, che la canfora deve contenere l'ossigeno sotto forma di carbonilo C = O acetonico od aldeidico, dando composti coll'idrossilamina e colla fenilidrazina; ed inoltre il prof. Balbiano ha dimostrato recentemente che anche la bromocanfora e le due clorocanfore devono essere rappresentate dalle formole $C^9H^{15}Br:CO$ e $C^9H^{15}Cl:CO$, perchè danno composti colla fenilidrazina.

« Ora queste esperienze chimiche vengono pienamente comprovate dall'azione biologica, perchè nei derivati di sostituzione della canfora si conserva l'istesso tipo di azione della medesima.

« In appresso, mano mano che il prof. Balbiano otterrà nuovi prodotti, io ne studierò l'azione sugli animali ».

Filosofia. — *Alfonso Testa o i Primordi del Kantismo in Italia.* Nota II. del prof. Luigi Credaro, presentata dal Socio Ferri [1].

Accennati così gli autori, sui quali il Testa studiò per comporre la *Filosofia dell'affetto*, passiamo ad esporne brevemente il contenuto.

« 3. E primieramente quale è la materia intorno a cui versa? — Ce lo dichiara egli stesso: « La filosofia dell' affetto è la storia di quanto l'uomo sente e vuole » definizione che attribuisce all'affetto un' estensione maggiore di quella che realmente abbia. Difatti in essa il sentimento ed il volere sono presi come specie di un medesimo genere, l'affetto; laddove questi due fenomeni sono bensì manifestazioni di una medesima attività, lo spirito, ma se ne spiega la possibilità solo ammettendo condizioni subbiettive diverse e distinte: distinzione però non è indipendenza, così il sentimento e il volere stanno fra loro nel rapporto di causa ed effetto; ma non possono essere sottoposti ad un genere comune che non sia fatto psichico.

« Il metodo di filosofare usato dal Testa nel trattare l'argomento è lo psicologico, l'osservazione interna; tutto per lui è ciancia quello a cui non risponde la coscienza: e la coscienza individuale è il senso comune che si osserva e rendesi conto di se stesso; ufficio della filosofia è di svolgere e significare con severità e chiarezza ciò che gli uomini sentono oscuramente e confusamente. Possono giovare anche i libri, ma siccome i sistemi legano l'uomo all' errore, le loro dottrine debbono presentarsi al tribunale della coscienza, ed essere rigettate ove non si riconoscano vere, poichè i libri non possono essere e non sono mai che copie, e a verificarle bisogna tenersi davanti l'originale. Se la filosofia è cercata solamente negli scritti altrui, si cade nel convenzionalismo, si fanno dei puri formularî, e invece di progredire nella scienza, si perde il tempo in questioni bizantine. Il filosofo quindi

[1] Vedi pag. 572.

non deve mai uscire dalla coscienza nè nel descrivere i fatti, nè nel dare la ragione di essi; anzi, rendere ragione dei fatti non è che ordinarli nel pensiero e scriverli secondo che realmente si succedono; perciò il Testa si congratula con quei lettori che nulla di nuovo troveranno nel suo libro, perchè in siffatta materia, novità equivale ad errore.

« Noi siamo d'accordo con lui nel predicare la necessità di una riflessione interna, larga, libera, indipendente; ma egli certamente s'illude quando pretende che altri non abbia a trovare nulla di nuovo nella esposizione da lui fatta dei fenomeni interni. La coscienza psicologica talvolta è dubbiosa, talvolta si contraddice; ognuno può parlare solo della sua, non potendo confrontarla colle altre; essa è priva, come giustamente diceva il Leibnitz, di porte e di finestre. Nella filosofia del sentimento e del volere, che sono fenomeni di natura svariatissima, più indeterminati e più numerosi delle percezioni, c'è qualche cosa di infinito in molti punti, anche elementari, per cui talvolta neppure i più grandi maestri riescono a penetrarvi sino al fondo e significare con evidenza quello che sentono; è quindi soverchia la pretesa del Testa che i lettori abbiano a trovare tutto chiaro e distinto ciò che egli tolse dal fondo della sua coscienza. Già il Galluppi molto aveva giovato alla psicologia in Italia; già l'Herbart in Germania aveva pubblicato (1816) il *Trattato di psicologia*, innalzando questa al grado di vera scienza; ma il filosofo piacentino nessuna notizia mostra avere di questo rinnovamento; egli è ancora colla scuola di Locke, il quale, se pure fu il fondatore del vero metodo psicologico, non si era veramente proposto di formare una psicologia, l'intento suo essendo principalmente gnoseologico.

« La dottrina psicologica del Testa, quale si raccoglie dal volume che serve d'introduzione alla *Filosofia dell' affetto*, può essere così compendiata: Nell' uomo avvengono due specie di fatti diversissimi; gli uni lo riguardano come essere percipiente, gli altri come affettivo; i primi sono oggetto dell'*Ideologia* e furono già largamente studiati da Locke, Condillac e Destutt, che ruppero e annichilirono « l'antico fantasma di putride astrattezze »; i secondi, la cui trattazione costituisce la *Scienza dell' affetto*, non incontrarono uguale la sorte. Il libro del Testa è inteso a togliere questa lacuna lasciata dalla scuola lockiana. Gli stati affettivi sono *sensazioni* o *sentimenti*. Sensazione è quel modo piacevole o doloroso, che si trae dalle fisiche impressioni interne od esterne; sentimento o affezione morale è quel piacere o dolore che seguita le percezioni di certe relazioni tra le idee. Sebbene sulle cagioni che determinano il nascere degli stati affettivi dai percettivi, ci sia buio pesto, tuttavia si deve pensare che e le sensazioni e i sentimenti sono dipendenze della nostra organizzazione, che viene eccitata o da uno stimolo esterno, o da un'azione che parte dalla sede stessa del pensiero. Ovunque ci rivolgiamo (sono sue parole), qual pur si pensi altissima maniera del nostro sentire, nella fisica condizione si faranno pur sempre i nostri pensieri, perocchè

a questa ci conducono i fatti nostri. L' immaginazione, l'attenzione e le altre facoltà che si vollero attribuire all' anima, si possono derivare dal sistema nervoso. È dalla fisiologia che dobbiamo aspettarci, se pure mai sorgerà, di vedere nascere quella luce, che scaccerà le tenebre, le quali tuttora ricoprono il nostro sentire. Sì, a' Fisiologi si appartiene il discoprire le numerose relazioni della macchina nostra col nostro sentire; ed essi, poichè avranno dischiuso questo vero, ed allargati i confini della scienza della vita, s' uniranno, quando che sia, coi veri grammatici filosofi, onde stabilire o creare i segni acconci a rendere immagine de'nuovi concetti, dei quali i progressi de' loro studii avranno arricchito il nostro vero sapere. Sarà questa l'epoca avventurosa, in cui l'Ideologia, la Scienza dell' umano affetto, e la Fisiologia si congiungeranno inseparabilmente, sì che l'una parte l'altra rischiarando, bella evidenza acquisterà il tutto, e il nostro pensare accosterassi al vero. È la nostra ignoranza che moltiplica le scienze, rompendo l'unità della Natura.

« La critica del sensismo non è più da fare, tuttavia voglio qui notare alcune cose.

« Il Testa cade nell' errore, già dichiarato, di non considerare i fatti del volere come distinti da quelli del sentimento; eppure egli stesso più innanzi move savie obbiezioni a Locke, a Condillac e a Destutt, perchè, non considerando il desiderio come un modo posteriore al sentimento, non hanno separato queste due specie di fenomeni.

« Erra ancora confondendo, come fa il Galluppi, sensazione con sentimento, perchè quella è sempre un fenomeno rappresentativo, e si riferisce ad un oggetto che sta fuori di noi; questo si riferisce a noi, ossia a un nostro modo di essere rispetto ad una data percezione, sia essa sensibile, sia intellettuale. Spetta a Kant il merito di avere posto in luce questa separazione.

« Noi ci uniamo al Testa nel fare voti che sempre maggiori diventino gli aiuti che la fisiologia porge alla psicologia; però non ammettiamo che di esse si possa formare una scienza unica; imperocchè la fisiologia studia fatti materiali, e suo mezzo è l'osservazione esterna; la psicologia studia i fenomeni psichici, i quali possono essere rivelati solo dalla coscienza. Avendo esse metodi e strumenti diversi per adempiere al loro ufficio, pel progresso del sapere umano, debbono essere distinte, giacchè l' esame della coscienza richiede un esercizio e un' attitudine particolare che non può sempre possedere lo sperimentatore. Il Testa non esclude l'anima dall' uomo, ma non chiarisce quali siano le sue funzioni, perchè ammette fenomeni interni dipendenti puramente dagli elementi materiali del corpo, senza chiedersi come questi possano imprimere ai fatti psichici quel carattere d'unità che costantemente ci è rivelato dalla coscienza.

« 4. I due volumi del Testa sull' affetto, dei quali il primo tratta delle affezioni di tendenza, il secondo di quelle di avversione, sono divisi in trentasette capitoli, ai quali va aggiunta una breve conclusione. Ogni capitolo

s' intitola da un sentimento particolare; così il primo dalla speranza, il secondo dalla curiosità, il terzo dall' incostanza, il quarto dall' amore propriamente detto, e così via fino all' ultimo, che tratta della coscienza e del rimorso; ma invano vi cercheresti una enumerazione completa e metodica di tutti gli affetti. Incomincia col precisare di ognuno la vera natura; indi passa a indagare la ragione del suo prodursi, crescere, indebolirsi e scomparire, tutto riducendo a un solo principio, l'egoismo; e da questa psicologia morale altro non si può dedurre che l'utilitarismo più gretto, più misero, più basso. L'uomo non disubbidisce mai alla legge che il vincola a quanto più pensa conveniente al bene suo, anche quando combatte le passioni; unico fine del suo operare è fuggire il dolore; non sente mai che i suoi mali, i quali sono assolutamente nulli quando non sono suoi; il bello, il vero, l'onesto, il giusto sono tante maniere d'utilità. Queste o simili sono le sentenze che si leggono ad ogni passo nella *Filosofia dell'affetto*. Parrebbe la legge darviniana della lotta per l'esistenza, trasportata dal campo della biologia in quello della morale. Ma per dare un' idea più esatta e precisa del primo indirizzo filosofico del Testa, vediamo com' egli cerca di spiegare alcuni di quegli stessi sentimenti che maggiormente nobilitano la natura umana: incominciamo dal sentimento del bello. Questo nasce dal piacere o presente o avvenire; fuori di questa non avvi alcuna cagione che produca il sentimento estetico. La percezione pura e semplice di un oggetto, non può darci la bellezza, se non vi è l'*associazione del piacere* o la previsione del godimento. Egli non si dà pensiero di confutare l'opinione di coloro che fanno precedere il giudizio estetico all' emozione; nè tanto meno le ragioni di quelli che considerano il bello come un qualche cosa che esiste in sè assolutamente. Nel cercare poi in qual modo e da quali facoltà esso venga abbracciato, tutto fa derivare dai sensi e dall' immaginazione, la quale per lui non è altro che la memoria stessa. Il bello adunque, secondo il nostro autore, non ha alcuna realtà obbiettiva; esso « in niun luogo esiste fuorchè nell' umano cervello. Ma non sì però che mentale costituzione o naturale disposizione dei sensi ne improntino le forme; chè, per lo contrario, niun giudizio è più diverso, anzi opposto, niun sentimento individuale, quanto il sentimento del bello ». I giudizi estetici puri, e quindi universali e necessarii, riconosciuti da Kant, sarebbero per lui vane sottigliezze e immaginarie astrattezze ben lungi dal vero.

« Quali regole potrebbero mai le arti attingere ad una dottrina intorno al bello, che tutto deriva dal senso? Io credo che il Testa non sospettasse l'esistenza di una scienza chiamata *Estetica*. Questa però al suo tempo aveva già assunto il carattere e il procedimento di vera scienza presso i Tedeschi. Il Baumgarten, seguace di Wolff, aveva designato col nome di *Estetica* e tratto separatamente quella parte della filosofia che versa intorno al bello; appresso erano state pubblicate le importanti opere: *Storia dell' arte presso gli antichi* del Vinkelmann e il *Laocoonte* del Lessing; alle quali aveva

tenuto dietro la *Critica del giudizio* di Kant. Con essa l'autore aveva portato l' impronta del suo genio originale anche in questa parte importantissima della filosofia, riunendo insieme e conciliando in una sintesi superiore i due indirizzi opposti dell' idealismo e dell' empirismo. Ma gli Italiani al tempo in cui il filosofo di Piacenza componeva la *Filosofia dell'affetto*, ignoravamo lo splendore della coltura germanica; quindi non è a maravigliarsi che il Testa sia affatto digiuno di ogni teoria Estetica, chè tale veramente io chiamo chi spiega i sentimenti estetici col mero senso.

« Egli, come nega l'ideale del bello, così dichiara che l'attività intellettuale che muove alla ricerca del vero, ha sempre per suo ultimo scopo l'utilità. L'amore della scienza che spinge l'uomo a sopportare veglie e gravi fatiche, non è mai disinteressato; e le speculazioni in sè non danno alcun diletto, se non usciamo in certo qual modo da esse e non pensiamo al bene che ce ne può venire; il vero non si distingue dall'utile.

« Se egli avesse posto mente al carattere di insaziabilità che presenta il desiderio di sapere presso i popoli civili e negli individui, le cui facoltà intellettuali sono svolte, avrebbe ammesso che nella verità stessa l'uomo riconosce spesso il fine del lavoro del suo pensiero e la meta delle sue meditazioni. — L'opinione qui esposta dal Testa è tanto più strana in quanto che egli passò tutta la vita speculando e meditando, non d'altro curandosi che di giungere al vero. Di lui si potrebbe affermare il medesimo che di Helvetius, il quale volle spiegare coll'egoismo tutte le azioni umane, e impiegò tutta la sua vita a beneficare e soccorrere. — Disastrose sarebbero le conseguenze che verrebbero nella vita pratica, se si accettasse la spiegazione che il nostro dà dei sentimenti più vivi e più necessarî alla convivenza e al perfezionamento degli uomini.

« Shakspeare chiama l'amore una libidine del sangue, e il Testa pure rifiuta a questo sentimento qualsiasi nota di spiritualità; deride con pariniana ironia gli amatori platonici, i quali possono trovarsi in un cattivo romanzo, non mai nella storia; e adduce un passo del Purgatorio (XXXI, 49-51) e la canzone *Io miro*, per mostrare che l'amore di Dante per Beatrice era *tutt'altro che celestiale*. Il pudore poi è un'arte della donna per piacere all'uomo, il quale, per l'immaginazione, maggiormente si delizia del frutto proibito.

« Nel determinare la natura dell'amicizia non si scosta guari da Aristotele, riponendone anch'egli l'essenza nella benevolenza scambiata, ma tace il *μὴ λανθάνουσαν* dello Stagirita; mentre però, secondo Aristotele, nessuno accetterebbe la vita priva del conforto dell'amicizia; secondo il Testa, questa nasce puramente dal bisogno; è la natura che, creando l'uomo scarso alle sue necessità, lo trae ad amare. L'amore dunque è il primo naturale impulso; il *bellum omnium contra omnes* di Hobbes è contrario alla natura dell'uomo, che, conscio fin da principio della propria debolezza, è mosso a cercare l'altrui aiuto coll'amare, non col guerreggiare, laddove Rousseau, nel suo Èmile,

dalla debolezza trae ogni malvagità. Il patriottismo, questo sentimento tanto decantato dagli uomini, è una forma dell'amor proprio; leggete le sue parole: « E forse che, cercando attentamente nelle storie, questo stesso patriottismo ci si mostrerà non essere altro che il desiderio del proprio benessere, o un senso di comune timore? » E d'un medesimo modo egli spiega la gratitudine, il desiderio della stima, della gloria, la coscienza morale, il rimorso, ecc. Se qualche volta l'uomo nutre sentimenti contrarî al suo interesse, avviene perchè con giudizi falsi, si crea bisogni immaginarî; altrimenti tali sentimenti non sarebbero spiegabili più di quello che sia un *effetto senza causa.* L'uomo ama se stesso più di ogni altra persona; i sentimenti disinteressati sono inconcepibili: ecco l'eterna ripetizione del Testa. Davide Hume, che aveva trasferito il giudizio sulla moralità di un'azione dall'agente allo spettatore, mediante una sottile analisi induttiva, viene a trovare che costui è mosso ad approvare un'azione che per nulla lo riguarda, *per la simpatia,* in forza della quale un uomo si mette, aiutato dall'immaginazione, al posto del suo simile a cui vantaggio ridonda l'azione stessa; ma il Testa non ammette neppure il sentimento spontaneo della simpatia; gli sarebbe parso un grano d'incenso bruciato alla vanità del genere umano. Egli è pessimista nel più largo senso della parola; come Abubacer, come Rousseau, lamenta i danni del vivere socievole; quella origine elevata, quelle forme sublimi, quell'aria nobile che noi diamo ai nostri sentimenti, nascono da folta nebbia che vanità e orgoglio addensano intorno a noi, in guisa che ci è tolto di vederci quali siamo. — Io non credo che il filosofo piacentino sentisse di avere quelle qualità ch'egli attribuisce all'uomo in genere. Non è raro il caso che si trovi un sì basso concetto dell'umana natura in chi, vagheggiando un tipo ideale di perfezione, trova la realtà in generale troppo scostarsi da esso. Basti l'esempio di Kant e di Leopardi, che sotto questo rispetto si trovano perfettamente d'accordo. Ma il Testa oltrepassa i limiti coll'affermare recisamente che nessuna educazione, istituzione o civiltà possa svellere dall'uomo l'amore di sè, che ne costituisce la vera natura; della quale *è impossibile cambiare la primordiale e sola sorgente.*

« Non credasi per questo che, secondo il giudizio di lui, riesca impossibile la pacifica convivenza; anzi il principio dell'egoismo può servire di fondamento alla morale. A tal uopo è necessario che gli uomini siano istruiti, poichè è dall'ignoranza che nasce la collisione degli interessi, gli odî, le inimicizie, i tormenti della vita. L'uomo rettamente educato si persuaderà che, pure non rinunciando all'amore di se stesso, dovrà però dargli una certa misura e mantenerlo nei limiti dell'ordine; questo è l'interesse supremo dell'egoismo. L'*economia dell'affetto,* ecco il cardine della moralità.

« Un tale fondamento della condotta umana, privo di ogni carattere obbligatorio e di ogni idealità, sarebbe la distruzione della morale. L'utilitarismo stretto, come è voluto dal Testa, immiserisce i cuori, travia le menti.

è la negazione di ogni idealità umana. Manca a' suoi doveri il filosofo che dimentica l'importanza dell'ideale nella scienza, nelle lettere, nelle arti, nella civiltà tutta; è desso, qualunque sia la sua origine, che illumina la nostra mente e riscalda il nostro cuore; senza esso, invano chiederemmo a noi la ragione del nostro essere; la vita non varrebb'essa la pena di essere vissuta. — Chi toglie all'uomo l'idea del *dovere*, sbandisce dall'animo ogni nobile e generoso sentimento per sostituirvi un meschino e desolante egoismo. Non è vero che l'amore di sè governi tutte le azioni degli uomini; imperocchè, se vi sono quelli che sono destituiti di ogni sentimento sociale e morale, e tutto sottomettono al proprio interesse, ci sono pure quelli che sacrificano sè agli altri. Nessun utilitarista può negare questo dato dell'esperienza; epperò è forza ammettere nell'uomo un principio assoluto di disinteresse e moralità, sebbene questo nel suo svolgimento psicologico, storico e biologico possa essere diversamente spiegato. Infatti anche nella stessa *Filosofia dell' affetto* sono dei passi che contraddicono all'universalità della legge dell'egoismo; più volte in quest'opera si riconosce l'esistenza del dovere (vol. I, pag. 156, 106, 276); in una nota a pag. 182 il Testa, dopo aver tentato di dimostrare che l'uomo è mosso dalla *compassione* solo per effetto di giudizio inconsapevole e di allucinazione, per cui egli mette sè al posto d'altri, ad attenuare gli effetti della sua dottrina, scrive: « Nella morale v' ha un assoluto razionale ». Con questo parrebbe sottrarre, come fece Kant, la morale al sentimento; la quale indipendenza non è possibile, come saviamente ebbe a giudicare il Cantoni nella critica che fa alla filosofia di Kant; e come più innanzi (pag. 207) riconosce lo stesso Testa, ammettendo che, sebbene il sentimento non fondi la legge morale, tuttavia ci muove a quella e ce ne avvisa. E dice bene, poichè il sentimento è la molla di tutto l'operare umano.

« Qui io non mi diffonderò nel mostrare che il principio fondamentale della *Filosofia dell' affetto* è contrario ai risultamenti della scienza: se ne persuase più tardi lo stesso autore, che rinnegò questa dottrina con queste belle parole, che si leggono in un manoscritto citato dal Molinari: « È in me « e in tutti gli uomini questa credenza che dobbiamo dare la vita piuttosto che « offendere la giustizia. Dunque la giustizia non è un'idea tolta dalla tendenza « alla felicità; dunque il principio che fonda la morale non è l'interesse bene « inteso, non è *la fuga del dolore*, ma un elemento razionale assoluto, che pre- « siede alla condotta umana. Se mi si dimanda perchè vi sono dei doveri, rispon- « derò, perchè vi sono. Non v'è una ragione da dare alla ragione.

« Movendo dal benessere e dalla necessità naturale di fuggir il dolore, « io non troverò mai il dovere di morire per la giustizia... troverò il contrario.

« L'obbligo di morire piuttosto che offendere la giustizia non si può de- « rivare dal desiderio del benessere o dalla necessità di cercare la propria feli- « cità. Questo dovere è approvato dalla ragione innanzi ad ogni considerazione « del piacere e del dolore dell'umano individuo. Quando io ho detto nella filo- « sofia dell'affetto Parte 2ª, pag. 168, che i gastighi dell'altro mondo fondavano

« il dovere di morire in questo per la giustizia, ho dato per fondamento quello « che non è che uno stimolo alla nostra dappocaggine al ben fare e dal quale « per niuna maniera si può derivare l'idea del dovere. I premî e le pene del- « l'altra vita, dice acutamente Cousin, sono istituiti a titolo di gastigo e di « ricompensa. Ora punire e ricompensare suppongono delle azioni buone e delle « cattive. Bisogna dunque conoscere il bene ed il male morale per conoscere « quelle delle nostre azioni che saranno ricompensate e quelle che saranno pu- « nite ». Ecco un sacerdote onesto e pio che pur s'accorda con Kant nel fon- « dare una morale indipendente dalla religione.

« Vedremo in seguito come il Testa uscisse dalle pastoie del sensismo « che informa la sua prima opera, e assurgesse ad una filosofia razionale, che « lo dispose ad accogliere con frutto il criticismo, per cui egli si presenta come « il primo vero filosofo kantiano in Italia ».

MEMORIE
DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

E. Padova. *Sulle espressioni invariabili.* Presentata dal Socio Cremona.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Furono inviate in dono all'Accademia le seguenti pubblicazioni di Socî:

G. Seguenza. *Il Retico di Taormina.*

G. Briosi. *Esperienze per combattere la peronospora della vite, eseguite nell'anno 1885, nell' Istituto botanico della R. Università di Pavia.*

F. Klein. *Ueber hyperelliptische Sigmafunctionen. — Ueber Configurationen, welche der Kummer'schen Fläche zugleich eingeschrieben und umgeschrieben sind.*

PERSONALE ACCADEMICO

Pervenne all'Accademia la dolorosa notizia della morte del suo Socio corrispondente prof. Ettore Caporali, avvenuta in Napoli il 2 del corrente mese. Il prof. Caporali apparteneva all'Accademia dal 31 dicembre 1883.

CORRISPONDENZA

Ringraziarono per le pubblicazioni ricevute:

Il Ministero dei Lavori Pubblici, Roma; la Società italiana delle scienze, detta dei XL; il R. Istituto britannico e la Società zoologica di Londra;

la R. Accademia delle scienze e la R. Società zoologica di Amsterdam; la R. Accademia di scienze naturali ed arti di Barcellona; la Società geologica di Edimburgo; l'Istituto Smithsoniano di Washington; l'Istituto nazionale di Ginevra; la Società fisica di Berlino; la Biblioteca nazionale di Milano; la Biblioteca nazionale centrale di Firenze; la R. Biblioteca palatina di Parma; la Biblioteca della Badia della SS. Trinità di Cava de' Tirreni; la Biblioteca provinciale di Aquila; la R. Biblioteca di Berlino; la Biblioteca nazionale di Parigi; la Scuola d'applicazione per gl'ingegneri, di Roma; l'Università di Oxford; l'Istituto Teyler di Harlem; il Collegio degli ingegneri civili di Londra; la Commissione per la Carta geologica del Belgio.

Annunciarono l'invio delle loro pubblicazioni:

La R. Accademia delle scienze di Amsterdam; la Società di storia naturale di Dorpat; la Società di scienze fisiche e naturali di Bordeaux; l'Accademia sassone di Friburgo; l'Osservatorio navale di Washington; il Municipio di Pesaro.

D. C.
P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all' Accademia sino al 18 luglio 1886.

Archeologia. — Il Socio Fiorelli ha fatto pervenire all' Accademia il fascicolo delle *Notizie* sulle scoperte di antichità per lo scorso mese di giugno, accompagnandolo colla Nota seguente:

« Abbiamo avuto tre nuove epigrafi concordiesi nella Regione X, ed alcuni oggetti di età longobarda, scoperti presso Cividale del Friuli, che vennero aggiunti a quel Museo pubblico.

« Per la Regione VII (Etruria) devono essere ricordati piccolissimi frammenti di una epigrafe latina, che hanno importanza, perchè rinvenuti in Firenze presso il Borgo dei Greci, ove in altri tempi si trovarono i resti del tempio di Iside con varie iscrizioni votive. Si ha poi un secondo rapporto sugli scavi della necropoli visentina, e propriamente sopra quelli eseguiti in contrada *s. Bernardino*, ove si riconobbe la parte più antica del sepolcreto, la quale restituì all'aperto tombe a pozzo con suppellettile funebre, simile a quella delle necropoli laziali e degli antichissimi sepolcri di Corneto-Tarquinia e di Vetulonia.

« Nella Regione IV (Umbria) si rimisero all'aperto alcuni titoli della famiglia *Vespria* in prossimità di Santa Maria degli Angeli, nel territorio di Assisi, alla quale famiglia appartengono altre lapidi inedite, rinvenute nel vicino agro di Bastia-Umbra.

« Le scoperte poi della Regione I si limitano al suolo urbano; e sono

meritevoli di particolare nota i rinvenimenti fatti presso il Mausoleo di Lucilia Polla nel terreno del cav. Bertone sulla Salaria, dove accanto ad iscrizioni classiche apparvero anche memorie di età cristiana.

« Dalla Sardegna provenne un nuovo titolo, scoperto nel Comune di Pirri ».

Archeologia. — *Di un raro bollo figulino a lettere mobili.* Nota del Socio F. Barnabei.

« Fra i mattoni con bolli, rinvenuti non ha guari in Pozzuoli, negli scavi fatti in via *s. Francesco,* ove furono riconosciuti i resti di un edificio termale (cfr. *Notizie* 1886, p. 129), uno, di cui fu dato il semplice annunzio, mi sembra degno di speciale considerazione. È un mattone tondo, spezzato; e vi è impresso un sigillo rettangolare, nel modo che qui vedesi riprodotto alla grandezza del vero:

« Pare a primo aspetto che nessuna difficoltà debbasi incontrare nello esame di questa impronta; nitidi essendo i segni che la compongono. Ma poi le difficoltà crescono, se si vuole spiegare il significato della leggenda.

« È chiarissima nel primo verso la parola *Gami;* dopo la quale è un segno, che non può avere altro valore che quello di punto diacritico. La sua forma, che corrisponde alla parte inferiore dei punti diacritici, così comuni in suggelli simili al nostro, non ammette dubbio circa tale interpetrazione; senza dire che tra l'ultima lettera di *Gami* e la lettera prima della parola che segue nell'istesso verso, non rimarrebbe altro spazio che per un I, quivi impossibile pel senso; ovvero per un punto diacritico, che tanto alla forma dell' I si rassomiglia.

« Seguono, sempre nello stesso primo verso, le lettere VRT, per le quali non si sa quale spiegazione proporre; e volendo ritenere l'ultimo di questi segni per un I, e leggere *Uri,* si avrebbero due difficoltà: la prima ammettendo un cognome di cui nessun altro esempio si conosce; la seconda, anche più forte, ammettendo che per un servo due cognomi fossero stati usati. Che *Gamus* sia cognome servile, è notissimo; e le stesse figuline di

Pozzuoli lo ricordano varie volte (cfr. *Bull. Inst.* 1875, p. 254; *C. L. I.* X, n. 8056, 153).

« Nè anche pare si possa congiungere l'A con cui comincia il secondo verso, alla parola ultime del verso superiore, in maniera da formare l'aggettivo *Vria(tis)*; poichè anche di questo mancano buoni esempi.

« Maggiori difficoltà si incontrano nel secondo verso. Abbiamo da principio l'A sopra ricordato; quindi un punto diacritico, della forma consueta nei sigilli di bronzo, cioè simile ad un I, che si va restringendo, per terminare al di sopra in un globetto (altre volte anche in cuspide di lancia); poscia una serie consecutiva di sei segni di forma rettangolare, tutti della medesima altezza di circa mm. 6, uguale all'altezza delle lettere del primo verso, e dell'A del verso secondo; e di varia larghezza, misurando il primo appena mm. 2, il secondo avendo la forma quasi quadrata; il terzo, il quarto ed il quinto essendo larghi mm. 4; l'ultimo finalmente colla larghezza uguale all'altezza come il secondo.

« Che questi segni non sieno lettere, è cosa evidente, e non ammette dubbio di sorta. Ed allora che cosa essi rappresentano, o per quale fine furono posti? Non pare fosse stato loro assegnato il semplice ufficio di riempiere lo spazio esuberante, non potendosi ritenere, dato che il sigillo sia stato di bronzo e di un sol pezzo, che l'artista, il quale doveva modellarlo, e quindi fonderlo, non avesse calcolato prima bene il numero delle lettere necessarie al nome od alla leggenda che doveva copiare, e quindi non avesse proporzionato il rettangolo o la forma del sigillo alla leggenda stessa, che in molti casi è contenuta in un verso solo.

« Ma accettando pure, per un momento, questa opinione, e ritenendo che l'artista modellatore e fonditore del sigillo, fosse stato tradito nel suo calcolo; e che, rimastagli una sola lettera pel secondo verso, abbia voluto riempiere il resto dello spazio con segni di nessun significato, come si spiegherebbe allora che abbia egli usato questi piccoli rettangoli di varia proporzione, e non abbia preferito figure uniformi, che la ragione di simmetria e lo spazio consentivano? A dire il vero, se niente altro avesse dovuto essere scritto dopo la prima lettera del secondo verso, la cosa più semplice sarebbe stata quella di non fare aggiunta di sorta; non essendo nell'indole dei latini lo aborrire dal vuoto nell'epigrafi, e non mancando gli esempi di ricorsi a palmette od a piccoli ornamenti in simili casi.

« Nè giova il dire che il sigillo non sia finito, e che vi sieno stati sbozzati soltanto gli spazî ove le altre lettere si dovevano modellare. Per accettare una spiegazione simile, ed aprire il campo a tutte le supposizioni possibili nel restituire il nome, che avrebbe dovuto essere rilevato nel resto del bollo, bisognerebbe supporre queste due cose, che sembrano assai inverosimili: la prima che potessero esser messi in uso bolli non terminati, e che per conseguenza non recassero intiera quella leggenda, che era desiderio o necessità

che fosse conosciuta; la seconda che gli artisti non modellassero prima questi suggelli in cera, e poi fondessero in bronzo, come lo studio degli originali rinvenuti ci aveva fatto ritenere, e come la pratica delle cose impone di credere; ma che procedessero per una via inutilmente difficile, lavorando tutto a cesello ed a bulino, e con risultato non sempre così perfetto, come quello che si otteneva col facilissimo sistema del modello e della fusione.

« Se quindi non si può ammettere che i segni del secondo verso fossero lasciati per l'orrore del vuoto, nè si può sostenere che ci rappresentino un lavoro incompleto di un incisore, bisogna allora cercare qualche altra spiegazione che sia meno improbabile.

« E forse questa spiegazione si trova, considerando le seguenti cose.

« I sigilli non erano sempre fatti di un solo pezzo, ossia modellati prima e poi fusi in una sola massa di bronzo; ma moltissime volte erano formati a lettere mobili, costrette in un rettangolo, od in una fascia, che le tenesse bene aderenti.

« È superfluo il riassumere la vecchia questione sull'uso delle lettere mobili presso gli antichi; questione che ha fatto sempre ripetere la esclamazione di meraviglia, che sia da annoverare tra le conquiste dell'età moderna la tipografia, dopochè gli antichi l'avevano quasi scoperta, e non mancava ad essi che fare del loro trovato una più ampia applicazione. Non voglio che l'amore verso l'antichità mi trascini in esagerazioni; e quindi ripetendo col Didot (cfr. Dumont, *Inscriptions Céramique de Grèce* p. 47) come dall'uso delle lettere mobili alla vera arte tipografica corra la grande differenza che risulta dall'uso di una tinta grassa, che l'antichità non conobbe, e dall'uso di una sostanza a cui applicarla, diversa dal papiro, che si rompe facilmente, e non ha alcuna flessibilità, ricorderò che le lettere mobili presso gli antichi erano di due ordini; quelle scritte su pezzettini di avorio, per insegnare ai fanciulli, delle quali e Quintiliano e s. Girolamo parlano, e quelle per imprimere, che erano poi riunite in rettangoli per suggelli figulini, ossia per lasciare sulla terra molle un' impressione che si leggesse da sinistra a destra.

« Viene ciò dimostrato dal trovarsi nei bolli rettangolari di figuline greche tutti gli errori che si incontrano nei nostri libri: lettere capovolte; lettere cadute fuori linea; lettere voltate a sinistra, mentre tutta la leggenda corre a destra.

« Uguali difetti, sebbene in minor numero, si notarono nei sigilli latini; e ne abbiamo avuti esempi anche di recente, nei bolli della Pansiana, provenienti dal territorio forlivese (cfr. *Notizie* 1885, p. 14).

« Ora, se si ammette quest' uso dei caratteri mobili, non sarà un ardire lo argomentare intorno alla forma che questi caratteri avranno avuta. Devono essere stati piccoli rettangoletti o di legno o di metallo (più comunemente di legno), non dissimili dai caratteri che ora sono in uso nelle tipografie; di uniforme altezza per un determinato tipo, e di varia larghezza, a seconda dello

spazio che ogni lettera doveva abbracciare; e della medesima lunghezza, o spessore; lisci in tutte le faccie, salvo in quella opposta alla base, ove le lettere dovevano essere rilevate.

« Certamente non si sarà fatta, almeno nei bolli latini, quella estrema economia dello spazio, che si faceva nei piccoli bolli greci, e che si usa nelle tipografie nostre; per la quale si richiede la più rigorosa aderenza di un rettangolo all'altro, e che il carattere sia fuso col riguardo dovuto al breve tratto che deve intercedere tra una lettera e l'altra. Per questo breve tratto potevano servire dei listelli interposti, che potevano essere meno lunghi degli altri pezzi; mentre per questi, che recavano le lettere, la uguale altezza e la lunghezza uguale erano qualità indispensabili, anche per ottenere che si avesse l'impressione uniformemente profonda; al che conferiva il battere il bollo sopra una superficie piana, e dal lato opposto a quello colla leggenda, acciò le lettere, che dovevano servire per una superficie piana e molle, non avessero risentita offesa alcuna.

« E che la cosa sia stata in tal modo, dal bollo di cui ci occupiamo sembra che sia chiaramente dimostrato. Infatti, se quei piccoli quadrati non debbono ritenersi come posti in origine dal modellatore o dal fonditore per riempiere semplicemente il vuoto; nè può ammettersi che rappresentino le digrossature, nelle quali dovevano poi essere incise o rilevate le lettere; resta che sieno le impressioni dei piccoli regoli delle lettere mobili, adoperati a rovescio, ossia collocati colla faccia diametralmente opposta a quella in cui era la lettera in rilievo. La uniformità della loro altezza, e la varietà della loro larghezza corrispondono allo spazio diverso che conveniva per ciascuna lettera portata da questi punzoni capovolti; e la misura totale dello spazio da essi occupato, corrisponde esattamente al resto dello spazio del sigillo, in cui la leggenda in origine si doveva estendere. Pare anzi di poter riconoscere che la prima impressione, dopo il punto diacritico, sia del punzone che doveva avere un I. Tuttavolta, anche se si potesse con qualche probabilità decidere sulle lettere delle altre impressioni, non crederemmo di poterci avventurare nella ricostituzione della parola.

« Se queste conclusioni non sono erronee, il nostro sigillo confermerebbe l'uso delle lettere mobili per un fatto che trova riscontro anche nella stampa moderna, ove accade pure qualche volta, che per un caso o per un errore qualunque possa apparire l'impressione del carattere dal capo opposto a quello che reca la lettera; senza dire che nel lavoro della composizione tipografica per le prove di stampa, si ricorra talvolta all'uso dei caratteri rovesciati in quelle parti ove la leggenda debba essere sostituita.

« Ma come mai allora un' alterazione simile sarebbe stata prodotta; o meglio per quale motivo mai in questa sola parte del sigillo le lettere sarebbero state capovolte? Insomma si può egli escogitare un determinato proposito che abbia consigliato nel secondo verso il procedere in tal guisa?

« Gli argomenti, a dire il vero in favore di questo assunto, pare che non debbano mancare; tanto più che l'attribuire subito la cosa all'ignoranza dell'operaio, sembra poter avere l'effetto medesimo di quell'errore del lapicida, a cui per le epigrafi incise in pietra si fa spesso ricorso.

« E l'argomento che si fa innanzi è questo. Qualunque sieno le conclusioni alle quali si possa giungere per nuovi studi sul primo verso, pare non debba mettersi in dubbio che qui sia ricordata una persona. Se così è, un' altra persona sarebbe ricordata nel verso secondo; e lo si dedurrebbe dalla lettera A, a cui segue il punto, ossia dalla iniziale del prenome *A(uli)*. Si avrebbe dunque un sigillo da collocare nella serie de'bolli con due nomi; nella quale vanno distinti quelli che ricordano i due proprietari del predio o della fornace donde uscivano le figuline (cfr. Marini n. 766, 1025), e quelli che ricordano il servo a cui l'industria era affidata, ed il padrone a cui l'officina apparteneva.

« Che non trattisi nel caso nostro di una pura e semplice associazione pare dimostrata dalla condizione diversa dei due individui che nel bollo erano indicati, essendo il primo manifestamente dell'ordine servile, e cominciando il nome del secondo nel modo che conviene ad un libero.

« Rimarrebbe adunque che il bollo sia da ascrivere tra gli altri col nome del servo e del padrone (Marini 77, 87). E poiche potè qui avvenire benissimo quello che pure avvenne in altre fabbriche di figuline, vale a dire che, morto il padrone, l'industria fosse stata continuata dal servo, non parrebbe contrario alla probabilità il supporre che nel sigillo di fabbrica il nome del defunto fosse stato soppresso, rivolgendo *i caratteri* che lo componevano, dalla parte ove non presentavano segno alcuno. Sarebbe un procedimento un poco diverso da quello usato nelle fabbriche aretine, dove in un caso simile, come spiegò il ch. Gamurrini (*Notizie* 1882, p. 266 sg.), al nome del padrone fu aggiunto nel bollo Θ, per indicare che esso era morto.

« Ma come si spiegherebbe allora che questo nome non sia stato intieramente soppresso, e se ne sia lasciata la sola lettera prenominale? O premeva che di questo padrone defunto si sapesse chi fosse stato, ed allora invece di togliere era da aggiungere al nome qualche parte; ovvero non premeva che se ne avesse più memoria, ed allora bisognava tutto toglierlo via. In somma resta inconcepibile il significato che potesse avere una leggenda, la quale dicesse: Tizio servo di un tale ora defunto.

« Nè varrebbe il sostenere che per mero sbaglio non sia stata soppressa anche questa parte prenominale; e dall'altro lato rimarrebbe sempre la difficoltà accennata pel primo verso, ove, se si ritiene esatta la lezione *Gami*, non si sa come spiegare che per un servo fossero usati due cognomi.

« Da qualunque lato adunque si consideri la cosa, non sembra che un determinato proposito abbia potuto esservi per dare origine alla mutazione che ci occupa; così che resta a concludere che sia stata essa prodotta da un

semplice caso, e che riveli il procedimento irregolare e frettoloso, che ben poteva accordarsi coll'opera di un ignorante.

« Bisogna adunque ammettere che il sigillo, sotto le mani del servo che lo adoperava, si fosse completamente sciolto e scomposto, e che questi, per non essere colto in fallo, si fosse affrettato a riunire le lettere nel modo che più presto poteva, alcune collocando per diritto ed altre per rovescio, e ricominciando subito ad usare l'istrumento; che certo, così ridotto, non potè continuare a servire che per breve ora, cioè fino a quando l'occhio intelligente del padrone o del soprastante ai lavori non avrà fatto rimettere tutto secondo convenienza ».

Matematica. — *Intorno a taluni gruppi di operazioni.* Nota di Ernesto Cesàro, presentata dal Socio Battaglini.

« Hanno importanza, in aritmetica, le operazioni φ dotate della proprietà

$$\varphi(x)\varphi(y) = \varphi(xy). \tag{1}$$

È noto che, se questa relazione dovesse aver luogo per tutti i valori di x e di y, ciascuna operazione φ si ridurrebbe ad una semplice *elevazione a potenza*; ma a noi importa soltanto che $\varphi(x)$ verifichi la condizione (1) per ogni valore *intero* e positivo di x, e però basta che si assegnino *arbitrariamente* i valori di $\varphi(x)$, quando x è un numero *primo*. È chiaro poi che, in tal guisa, il risultato dell'operazione φ resta *definito*, mediante (1), per tutte le quantità razionali e positive. Così, per esempio, si può supporre che $\varphi(x)$ sia la funzione *indicatrice* d'un gruppo di numeri, *aperto* o *chiuso* [1]. Facilmente si dimostra che *il sistema completo, Φ, delle operazioni così definite, è un gruppo.*

« Si consideri, più generalmente, il sistema $\mathcal{E}$ delle operazioni che soddisfano all'eguaglianza

$$\tau\left[\varepsilon(x)\,,\ \varepsilon(y)\right] = \varepsilon\tau(x\,,y), \tag{2}$$

essendo τ una funzione qualunque di due variabili. Operando sui membri e sulle variabili di questa eguaglianza con η, operazione inversa di ε, ritroviamo l'eguaglianza stessa, relativa ad η. Dunque $\mathcal{E}$ racchiude le *inverse* delle proprie operazioni. Si applichi ora l'operazione ε_j alle variabili dell'eguaglianza (2), relativa all'operazione ε_i. Si ottiene

$$\tau\left[\varepsilon_i\varepsilon_j(x)\,,\ \varepsilon_i\varepsilon_j(y)\right] = \varepsilon_i\,\tau\left[\varepsilon_j(x)\,,\ \varepsilon_j(y)\right] = \varepsilon_i\varepsilon_j\,\tau(x\,,y)\,,$$

e si vede che $\varepsilon_i\varepsilon_j$ appartiene ad $\mathcal{E}$. Finalmente, se si ha l'una o l'altra delle relazioni

$$\theta\varepsilon_i = \varepsilon_j\,, \qquad \varepsilon_i\theta = \varepsilon_j\,,$$

[1] Vedi nelle Memorie in-4 dell'Accademia Belga, (1886), la Nota: *Sur l'étude des événements arithmétiques.*

se ne ricava, rispettivamente,

$$\theta = \varepsilon_j \eta_i , \qquad \theta = \eta_i \varepsilon_j ,$$

e però anche θ appartiene ad $\mathcal{E}$. Dunque $\mathcal{E}$ *è un gruppo.*

« Ciascuna forma di τ definisce un gruppo $\mathcal{E}$. In particolare,

$$\text{se} \quad \tau(x, y) = xy , \qquad \text{si ha} \quad \mathcal{E} = \Phi .$$

Se ad una speciale forma t di τ corrisponde il gruppo $\mathfrak{E}$, le cui operazioni godono della proprietà

$$\mathrm{t}\left[\mathrm{c}(x), \mathrm{c}(y)\right] = \mathrm{c}\,\mathrm{t}(x, y) ,$$

otteniamo infiniti gruppi *simili* ad $\mathfrak{E}$ prendendo

$$\tau(x, y) = \mu\,\mathrm{t}\left[\nu(x), \nu(y)\right],$$

dove μ, ν, è una coppia *arbitraria* di operazioni inverse. Infatti nel caso attuale l'eguaglianza (2) diventa

$$\mu\,\mathrm{t}\left[\nu\varepsilon(x), \nu\varepsilon(y)\right] = \varepsilon\mu\,\mathrm{t}\left[\nu(x), \nu(y)\right],$$

da cui, operando con μ sulle variabili e con ν sui due membri, si trae

$$\mathrm{t}\left[\nu\varepsilon\mu(x), \nu\varepsilon\mu(y)\right] = \nu\varepsilon\mu\,\mathrm{t}(x, y) .$$

Dunque l'operazione $\nu\varepsilon\mu$ appartiene ad $\mathfrak{E}$, e, inversamente, $\mu\varepsilon\nu$ appartiene ad $\mathcal{E}$. È ciò che si esprime scrivendo

$$\nu\mathcal{E}\mu = \mathfrak{E} , \qquad \mathcal{E} = \mu\mathfrak{E}\nu .$$

Si vede ora che $\mathcal{E}$ è il gruppo *trasformato* di $\mathfrak{E}$, mediante la coppia μ, ν. Se, dunque, vogliamo *i gruppi* $\mathcal{E}$, *trasformati di* Φ, bisognerà prendere

$$\tau(x, y) = \mu\left[\nu(x)\,\nu(y)\right]. \tag{3}$$

Così, per

$$\mu(x) = x \quad , \quad \log x \quad . \quad \frac{x}{1-x} \quad . \quad \frac{1}{1-\log x} \quad \ldots\ldots ,$$

si ha prima

$$\nu(x) = x \quad , \quad e^x \quad , \quad \frac{x}{1+x} \quad , \quad e^{1-\frac{1}{x}} \quad , \ldots\ldots ;$$

poi rispettivamente si ricava dalla (3)

$$\tau(x, y) = xy \quad , \quad x+y \quad , \quad \frac{xy}{1+x+y} \quad . \quad \frac{xy}{x+y-xy} \quad , \ldots\ldots .$$

« Nelle nostre ricerche sull'*inversione delle serie* [1] abbiamo incontrato le operazioni

$$\mathcal{O}_1 , \mathcal{O}_2 , \mathcal{O}_3 , \ldots\ldots , \mathcal{O}_n , \ldots\ldots \tag{4}$$

che verificano l'eguaglianza

$$\mathcal{O}_i \mathcal{O}_j = \mathcal{O}_j \mathcal{O}_i = \mathcal{O}_{ij} . \tag{5}$$

[1] Vedi negli Annali di Matematica, (1885 e 1886), le Note: *Sur l'inversion de certaines séries* e *Fonctions énumératrices.*

Per estensione di tale uguaglianza a tutti i valori razionali e positivi degli indici, si definiscono infinite altre operazioni: aggregandole alla serie (4) si costituisce un notevole sistema $\mathcal{O}$. Si osservi che, per soddisfare alla condizione (5), è d'uopo avere, anzitutto,

$$\mathcal{O}_1 = 1 . \tag{6}$$

Si vede poi che l' operazione inversa di $\mathcal{O}_n$ è $\mathcal{O}_{\frac{1}{n}}$. Ciò posto, è chiaro che, se si avesse l'una o l'altra delle uguaglianze

$$\mathfrak{O}\mathcal{O}_j = \mathcal{O}_i \quad , \quad \mathcal{O}_j\mathfrak{O} = \mathcal{O}_i ,$$

se ne dedurrebbe, rispettivamente,

$$\mathfrak{O} = \mathcal{O}_i\mathcal{O}_{\frac{1}{j}} = \mathcal{O}_{\frac{i}{j}} \quad , \quad \mathfrak{O} = \mathcal{O}_{\frac{1}{j}}\mathcal{O}_i = \mathcal{O}_{\frac{i}{j}} .$$

Per conseguenza, non potrebbe $\mathfrak{O}$ non appartenere al sistema $\mathcal{O}$. *Questo è dunque un gruppo.* È un gruppo di operazioni tra loro *permutabili.*

È facile scoprire la *legge generale* del gruppo $\mathcal{O}$. Si ponga, infatti,

$$\mathcal{O}_n(x) = \mathrm{F}(x , n) ,$$

e sia φ, ψ, una coppia di funzioni inverse, appartenente al gruppo $\boldsymbol{\Phi}$. Immaginiamo che, ponendo

$$\frac{1}{n} = \psi\mathrm{V}(x) ,$$

per una speciale forma di V il risultato dell'operazione $\mathcal{O}_n$, sulla quantità x, si riduca ad una certa costante c. Perchè sia verificata la condizione (5) è necessario che si abbia

$$\mathcal{O}_n(x) = \mathrm{F}\left[\mathcal{O}_i(x) , \frac{n}{i}\right] ,$$

da cui si ricava, per conveniente determinazione di i,

$$\mathcal{O}_n(x) = \mathrm{F}\left[c , n . \psi\mathrm{V}(x)\right] = \mathrm{U}\varphi\left[n . \psi\mathrm{V}(x)\right] = \mathrm{U}\left[\varphi(n)\mathrm{V}(x)\right] ,$$

purchè si ponga

$$\mathrm{F}(c , x) = \mathrm{U}\varphi(x) . \tag{7}$$

Dunque *la forma generale delle operazioni* $\mathcal{O}$ *è*

$$\mathcal{O}_n = \mathrm{U}\left[\varphi(n)\mathrm{V}\right] . \tag{8}$$

Inoltre, l' eguaglianza (6) diventa

$$\mathcal{O}_1 = \mathrm{UV} = 1 :$$

le funzioni U, V, *sono* dunque *inverse.* Emerge dalla (8) un fatto importante, ed è che, *nell'operazione* $\mathcal{O}_n$, *l'indice* n *dipende necessariamente da un'operazione del gruppo* $\boldsymbol{\Phi}$. È pur vero che, sostituendo in (8) la coppia $\mathrm{U}\psi$, $\varphi\mathrm{V}$, alla coppia U, V, si riesce sempre a far dipendere n dall' operazione *identica* $\varphi = 1$; ma le applicazioni aritmetiche, che intendiamo fare della formola (8), esigono che si conservi a questa tutta la sua generalità.

« Bisogna, ora, verificare che la formola (8) rappresenta effettivamente una soluzione dell' *equazione funzionale* (5). Si osservi, a questo scopo, che l'eguaglianza (5) diventa

$$U\left[\varphi(i)\,V\mathcal{O}_j\right] = U\left[\varphi(j)\,V\mathcal{O}_i\right] = U\left[\varphi(ij)\,V\right]:$$

ne segue

$$\frac{V\mathcal{O}_i}{\varphi(i)} = \frac{V\mathcal{O}_j}{\varphi(j)} = \frac{\varphi(ij)}{\varphi(i)\,\varphi(j)}\,V\,.$$

Si vede subito che l'operazione φ deve necessariamente verificare la condizione (1). Si ottiene poi

$$V\mathcal{O}_n = \varphi(n)\,V,$$

e questa relazione, paragonata alla (8), mostra che le operazioni U, V, sono tra loro inverse. Per

$$U(x) = x \quad , \quad e^x \quad , \quad \log x \quad , \quad \frac{x}{1+kx} \quad , \ldots\ldots$$

$$V(x) = x \quad , \quad \log x \quad , \quad e^x \quad , \quad \frac{x}{1-kx} \quad , \ldots\ldots$$

la formola (8) ci dà

$$\mathcal{O}_n(x) = x\varphi(n) \quad , \quad x^{\varphi(n)} \quad , \quad x + \log\varphi(n) \quad , \quad \frac{x\varphi(n)}{1+kx[\varphi(n)-1]}, \ldots\ldots$$

Viceversa, data una forma di $\mathcal{O}_n$, questa viene ricondotta all'espressione generale (8) osservando che, in virtù di (7), si ha

$$U = F(c\,,\psi)\,,$$

cosicchè la medesima forma F serve a rappresentare l'operazione *data* $\mathcal{O}_n$ e l'incognita U. Per esempio, negli articoli citati abbiamo fatto osservare che una delle forme possibili di $\mathcal{O}_n$ è

$$\mathcal{O}_n(x) = \frac{x}{1 - x\log\varphi(n)}\,.$$

In questo caso

$$F(x\,,y) = \frac{x}{1 - x\log\varphi(y)}\,.$$

Si ha dunque subito

$$U(x) = \frac{c}{1 - c\log x}\,,\ V(x) = e^{\frac{1}{c}-\frac{1}{x}}\,.$$

Tali sono le funzioni generatrici della particolare forma osservata per $\mathcal{O}_n$.

« Si considerino, più generalmente, i sistemi Ω, definiti dall'eguaglianza

$$\Omega_i\,\Omega_j = \Omega_j\,\Omega_i = \Omega_{\tau(i,j)}\,. \tag{9}$$

Lasciamo, per ora, da parte la ricerca di tutte le forme di τ, per le quali l'equazione funzionale (9) è risolvibile. Essa riesce tale, in ogni caso, quando τ ha la forma (3), e le sue soluzioni sono in istretto legame col gruppo $\mathcal{O}$. Facilmente si stabilisce, come per le operazioni $\mathcal{O}$, l'espressione generale

$$\Omega_n = U\tau\left[\varepsilon(n)\,,\,V\right].$$

che diventa, in questo caso,

$$\Omega_n = \mathrm{U}\mu\left[\nu\varepsilon(n) \,.\, \nu\mathrm{V}\right]. \tag{10}$$

Del resto, l'equazione (9) dà

$$\frac{\nu\mathrm{V}\mathcal{O}_i}{\nu\varepsilon(i)} = \frac{\nu\mathrm{V}\mathcal{O}_j}{\nu\varepsilon(j)} = \frac{\nu\varepsilon\tau(i\,,j)}{\nu\varepsilon(i)\,\nu\varepsilon(j)}\,\nu\mathrm{V}\,.$$

Se ne deduce che il simbolo ε è dotato della proprietà

$$\nu\varepsilon\tau(x\,,y) = \nu\varepsilon(x)\,\nu\varepsilon(y)\,;$$

che si converte, operando con μ, in

$$\varepsilon\tau(x\,,y) = \mu\left[\nu\varepsilon(x)\,\nu\varepsilon(y)\right] = \tau\left[\varepsilon(x)\,,\varepsilon(y)\right].$$

Così vediamo che l'operazione ε appartiene necessariamente al gruppo $\mathcal{E}$, relativo alla data funzione τ. Questi sistemi Ω sono poi sempre riducibili alla forma $\mathcal{O}$, poichè applicando, nella (10), l'operazione μ all'indice n, si ottiene

$$\Omega_{\mu(n)} = \mathrm{U}\mu\left[\varphi(n)\,.\,\nu\mathrm{V}\right],$$

ed è questa l'espressione d'una operazione $\mathcal{O}_n$, relativa alla coppia $\mathrm{U}\mu\,,\nu\mathrm{V}$.

« È quasi evidente che, se si pone

$$\mathrm{G} = \sum_{n=1}^{n=\infty} g(n)\,\mathrm{H}\mathcal{O}_n, \tag{11}$$

si può scrivere, inversamente,

$$\mathrm{H} = \sum_{n=1}^{n=\infty} h(n)\,\mathrm{G}\mathcal{O}_n, \tag{12}$$

dove le funzioni g, h, sono tra loro *conjugate* (1). Questo *teorema d'inversione* prende forme apparentemente diverse, secondo l'espressione adottata per $\mathcal{O}_n$. Esso racchiude i noti teoremi di Möbius (2) e di Tchébychew (3). Del resto, facilmente si riducono le formole (11) e (12) al caso semplicissimo di $\mathrm{U} = \mathrm{V} = 1$, poichè, ponendo

$$\mathrm{GU} = \mathcal{G} \quad . \quad \mathrm{HU} = \mathcal{H}\,,$$

le formole considerate diventano, in virtù della (8),

$$\mathrm{G} = \sum_{n=1}^{n=\infty} g(n)\mathcal{H}\left[\varphi(n)\,\mathrm{V}\right], \qquad \mathrm{H} = \sum_{n=1}^{n=\infty} h(n)\mathcal{G}\left[\varphi(n)\mathrm{V}\right];$$

e, dopo applicazione della U,

$$\mathcal{G}(x) = \sum_{n=1}^{n=\infty} g(n)\mathcal{H}\left[x\varphi(n)\right], \qquad \mathcal{H}(x) = \sum_{n=1}^{n=\infty} h(n)\mathcal{G}\left[x\varphi(n)\right].$$

È questo il tipo delle serie studiate da Tchébychew. E però si vede come sia sempre possibile riannodare al tipo stesso le serie generali, precedentemente considerate ».

(1) *Sull'inversione delle identità aritmetiche* (Giornale di Battaglini, vol. XXIII).
(2) *Ueber eine besondere Art von Umkehrung der Reihen* (Giornale di Crelle, vol. IX).
(3) *Note sur différentes séries* (Giornale di Liouville, vol. XVI).

Matematica. — *Sulle normali doppie di una superficie algebrica.* Nota di MARIO PIERI, presentata dal Socio DE PAOLIS.

« La ricerca del numero delle normali doppie di una superficie generale dell'ordine n, può nel seguente modo ridursi a quella del numero delle coincidenze che hanno luogo in una corrispondenza (α, α', β) tra gli elementi di una forma fondamentale di 2ª specie.

« Prendiamo ad arbitrio nello spazio un piano Π ed un punto O, e determiniamo prima il numero delle coppie di piani tangenti alla superficie, che chiameremo S_n, i quali si tagliano secondo una retta di Π, ed hanno i punti di contatto allineati con O. Per una retta μ di Π passano $n(n-1)^2$ piani tangenti ad S_n; le rette che uniscono i loro punti di contatto con O incontrano complessivamente la superficie in altri $n(n-1)^3$ punti, e i piani tangenti alla superficie in questi punti determinano sopra Π altrettante rette ν: cosicchè una retta μ individua $n(n-1)^3$ rette ν, e reciprocamente. I piani tangenti ad S_n che possono condursi per tutte le rette μ di un medesimo fascio F inviluppano il cono tangente ad S_n che ha il vertice nel centro di quel fascio; e i raggi projettanti da O la curva di contatto di questo cono generano un nuovo cono dell'ordine $n(n-1)$. La sviluppabile tangente ad S_n lungo tutta l'intersezione di questo secondo cono con S_n è della classe $n^2(n-1)^2$, e si spezza nel cono tangente di classe $n(n-1)^2$, ed in un'altra sviluppabile di classe $n(n-1)^3$, la quale è segata dal piano Π secondo una curva della medesima classe, che è l'inviluppo delle rette ν corrispondenti ai raggi μ del fascio F. Per un punto di Π passano adunque $n(n-1)^3$ coppie di rette μ e ν corrispondenti.

« Rispetto alla corrispondenza ora stabilita fra le rette del piano Π avremo pertanto:

$$\alpha = \alpha' = \beta = n(n-1)^3.$$

« Tale corrispondenza possiede inoltre *un inviluppo di rette unite* generato dalle tracce su Π di tutti i piani tangenti ad S_n che passano per O. Sopra ognuna di queste tracce coincidono due rette μ, ν corrispondenti; e la posizione limite verso cui tende il punto d'incontro di due rette μ, ν corrispondenti, allorchè queste si avvicinano indefinitamente ad una tangente l dell'*inviluppo unito*, è la traccia su Π della retta condotta nel piano Ol per il punto di contatto di questo piano con la superficie S_n, secondo la direzione *coniugata* (nel significato del Dupin) della congiungente quel punto di contatto col punto O. Il luogo di questi *punti limiti* è la curva d'intersezione del piano Π con la sviluppabile osculatrice alla curva di contatto del cono tangente ad S_n che ha il vertice in O.

« Abbiamo così tutti gli elementi necessari per determinare il numero

delle *rette unite staccate* della corrispondenza in quistione, mediante la formula data dal Zeuthen [1]; e cioè, oltre i valori di α, α', β, i numeri:

$$\delta = n(n-1)^2, \qquad \gamma = n(n-1)(2n-3),$$

che sono rispettivamente la *classe* dell'inviluppo delle rette unite e l'*ordine* della curva luogo dei punti di concorso delle rette corrispondenti infinitamente vicine. Osservando infine che il numero delle *rette unite staccate* ci rappresenta *il doppio* del numero delle coppie di punti sopra S_n allineati con O, e nei quali la superficie stessa è toccata da piani che si tagliano sopra Π, ne inferiamo, detto x il numero di quelle coppie:

$$2x = 3n(n-1)^3 - n(n-1)^2 - n(n-1)(2n-3),$$
$$x = \tfrac{1}{2} n(n-1)\{3n^2 - 9n + 7\}.$$

« È poi facile rincontrare che questo risultato non soffre modificazioni nel caso speciale che il punto O si supponga scelto arbitrariamente sul piano Π. Da un punto O di Π risultano pertanto individuate x rette g del medesimo piano, mentre ogni retta g determina evidentemente $\frac{1}{2} n(n-1)^2 \{n(n-1)^2 - 1\}$ punti O. Inoltre, presi a piacere un punto P ed una retta t di Π, ogni piano Φ condotto per t interseca S_n secondo una curva, nei punti della quale la superficie stessa è toccata dai piani di una sviluppabile della classe $n(n-1)$.

« Per le $n(n-1)$ intersezioni del piano Π con gli $n(n-1)$ piani di questa sviluppabile che passano per P possono condursi in tutto altri $n(n-1)\{n(n-1)^2 - 1\}$ piani tangenti ad S_n, e i punti di contatto dei medesimi determinano con la retta t altrettanti piani Ψ del fascio t. Viceversa, un piano Ψ è dato dallo stesso numero $n(n-1)\{n(n-1)^2 - 1\}$ di piani Φ; talchè si hanno in tutto $2n(n-1)\{n(n-1)^2 - 1\}$ coincidenze di piani corrispondi Φ, Ψ, così distribuite:

1°) $n(n-1)$ coincidenze sono assorbite dal piano Π, a motivo delle $n(n-1)$ tangenti della sezione di Π in S_n che passano per P;

2°) $4n(n-1)(n-2)$ lo sono dai piani del fascio che vanno ai punti di contatto dei piani *stazionari* passanti per P;

3°) le altre coincidenze hanno luogo negli y piani del fascio, ciascuno dei quali contiene una coppia di punti di S_n, nei quali questa superficie è toccata da due piani intersecantesi secondo una retta situata in Π e passante per P: ognuno di questi piani equivale a *due* piani uniti. Abbiamo pertanto:

$$2n(n-1)\{n(n-1)^2 - 1\} = n(n-1) + 4n(n-1)(n-2) + 2y$$
$$y = \tfrac{1}{2} n(n-1)\{2n^3 - 4n^2 - 2n + 5\},$$

e questo numero y esprime la *classe* della curva inviluppata dalle rette g di Π, che in virtù della nostra costruzione corrispondono ai punti O di una retta t.

(1) Comptes-rendus de l'Ac. des sciences, giugno 1874 - o anche Clebsch-Lindemann, *Vorlesungen über Geometrie*, pag. 387.

« Se quindi la superficie S_n non ha speciali relazioni con la conica immaginaria all'infinito, allora supponendo che il piano Π si allontani indefinitamente, il numero delle coppie formate da un punto O e da una retta g di questo piano Π_∞ corrispondenti nel senso da noi stabilito, e che sono in pari tempo *polo* e *polare* rispetto alla conica immaginaria, ci fornisce altresì il numero delle *normali doppie* della superficie S_n. Chiamando T questo numero, avremo:

$$T = x + \tfrac{1}{2} n(n-1)^2 \{n(n-1)^2 - 1\} + y,$$

epperò:

« *Una superficie generale dell'ordine* n *non avente rapporti speciali col piano all'infinito, nè con l'ombilicale, possiede:*

$$T = \tfrac{1}{2} n \{n^5 - 2n^4 + 3n^3 - 15n^2 + 26n - 13\}$$

normali doppie a distanza finita ».

PERSONALE ACCADEMICO

Giunse alla Presidenza una lettera del prof. Antonino Salinas, nella quale questi ringrazia per la sua nomina a Socio corrispondente dell'Accademia.

CORRISPONDENZA

Ringraziarono per le pubblicazioni ricevute:

La Legazione imperiale del Brasile, Roma; la R. Accademia danese di scienze e lettere di Copenaghen; la Società geologica degli Stati Uniti di Washington; la Società batava di filosofia sperimentale di Rotterdam; la Società di storia patria di Jena; la R. Biblioteca palatina di Parma; l'Università di Leida; l'Università di Glasgow; l'Università di Cambridge; l'Osservatorio di Aberdeen; il Museo di geologia pratica di Londra.

Annunciarono l'invio delle loro pubblicazioni:

Il ministero delle Finanze, Roma; l'Accademia delle scienze di Tolosa; l'Istituto archeologico di Berlino; l'Istituto meteorologico rumeno di Bucarest; l'Osservatorio imperiale di Rio de Janeiro; la Scuola tecnica superiore di Darmstadt.

D. C.
P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all' Accademia sino al 1 agosto 1886.

Fisica. — *Su la legge di caloricità delle molecole de' corpi.* Nota II. del Socio G. Cantoni.

« 1. Le differenze trovate nella precedente Nota per rispetto alla indicata legge della caloricità dei corpi indecomposti, oltre che alle inevitabili imperfezioni dei dati sperimentali, devono in parte attribuirsi ad un residuo di azioni aggregatrici esercitantisi fra le molecole dei vapori prodotti dai diversi liquidi alle rispettive temperature di ebollizione. Poichè questo residuo differirebbe nei singoli vapori, sia per riguardo alle differenti loro densità a siffatte temperature, sia ancora pel vario grado di espansione (volume relativo) [1] che i vapori medesimi offrono nell'atto della loro formazione, e quindi per riguardo anche al vario lavoro da questi compiuto contro la pressione esterna.

« 2. Anche a proposito dell' altra legge accennata nel primo paragrafo della Nota precedente, quella cioè per cui occorrono prossimamente quantità eguali di calore per produrre eguali volumi di vapore con liquidi differenti, già scaldati alle rispettive loro temperature di ebollizione, eransi già avvertite

[1] Chiamiamo, come suolsi, *volume relativo* d'un vapore il rapporto tra la densità del liquido e quella del vapore, riferite queste due densità alla stessa temperatura, quella di vaporizzazione del liquido medesimo.

alcune differenze, abbastanza rilevanti. Or queste differenze appariscono dovute appunto a ciò che codesti vapori, ancorchè spieghino eguali tensioni (quella di una atmosfera), si trovano in condizioni così differenti per rispetto alla loro densità relativa ed alla loro temperatura, che variamente si scosteranno dalla legge di Avogadro su la comprimibilità meccanica e la dilatabilità termica dei gas perfetti.

« Valgano ad esempio i seguenti valori delle calorie richieste a produrre un metro cubo di vapore esercitante la tensione di una atmosfera, ma sotto le temperature di ebollizione proprie dei differenti liquidi. Queste calorie vennero calcolate dividendo le calorie di vaporizzazione dell'unità di volume del liquido pel *volume relativo* del vapore prodotto alla corrispondente temperatura di ebollizione [1], ed assumendo per le rispettive densità dei vapori e dei liquidi e per le calorie di vaporizzazione di questi i valori trovati da Regnault e da Person.

Calorie volute a produrre 1.^{mc}. di vapore.

Etere etilico	266,0	Mercurio	305,2
Cloroformio	271,1	Acqua	315,6
Acido solforoso . . .	278,3	Etere acetico . .	327,0
Alcole metilico . . .	293,4	Alcole amilico .	333,0
Terebenteno	300,1	» etilico . .	333,4

« Vero è che le differenze tra codesti valori appaiono abbastanza sentite ove se ne pongano a riscontro i termini estremi. Ma, d'altra parte, pensando alle ben notevoli differenze che corrono fra le rispettive densità relative, le caloricità e le temperature di ebollizione di questi liquidi, le loro calorie di vaporizzazione e le densità relative dei vapori da essi prodotti, non si può a meno di riconoscere che la legge anzidetta, se non è compiuta, è però approssimativa di molto, e che perciò la si potrebbe considerare, alla pari di altre leggi fisiche, siccome una *legge a limiti*.

« 3. A questo proposito gioverà pure aggiungere che, qualora si calcolino per gli anzidetti liquidi, separatamente, i valori delle calorie C_m di disgregamento delle molecole liquide contro le interne boro azioni aggregatrici, ed i valori delle calorie di espansione C_e delle molecole così disgregate contro la

[1] È facile vedere che le calorie C_1 occorrenti a produrre l'unità di volume del vapore alla temperatura t^o di ebollizione del liquido saranno date dalla $C_1 = \frac{C_v}{V}$, avendosi $C_v = C_p D$ e $V = \frac{D}{d}$, ed indicando con C_v le calorie di vaporizzazione della unità di volume del liquido a t^o, V il volume relativo del vapore a t^o, dedotto dal rapporto fra la densità D del liquido e la densità d del vapore, ridotte queste due densità alla medesima temperatura 1_o.

esterna pressione, giusta il volume relativo dei singoli vapori [1], emerge un singolare rapporto fra i particolari valori di codeste due quantità di calore, l'una corrispondente ad un lavoro interno contro la coerenza del liquido, l'altra ad un lavoro del vapore contro la esterna pressione. Il che apparisce dalla seguente tabella:

	C_v	C_e	C_m	$C_m : C_e$
Mercurio	988,7	79,06	909,6	11,5
Acqua	514,1	39,73	474,4	11,9
Alcole metilico . .	200,5	16,65	183,8	11,0
» etilico . . .	156,5	11,45	145,0	12,7
Biossido di solfo .	138,0	12,10	125,9	10,4
Alcole amilico. . .	88,9	6,51	82,4	12,7
Etere acetico . . .	86,6	6,44	80,2	12,4
Cloroformio	86,2	7,76	78,4	10,0
Etere etilico. . . .	63,7	5,84	57,9	9,9
Terebenteno	58,8	4,76	54,1	11,4

« Ora da questa correlazione fra i due lavori, interno ed esterno, compiuti dalle calorie di vaporizzazione d' ogni liquido, emerge un fatto molto significativo per la teoria del calore ed insieme per la teoria della costituzione fisica dei corpi. Emerge cioè che quanto più un corpo è coerente, sebbene riesca maggiore il lavoro per disgregare le sue molecole le une dalle altre, tuttavia questo lavoro viene proporzionatamente riprodotto, almeno in parte, da un maggiore elaterio delle molecole stesse, disgiunte che siano. In altri termini per disgregare un fluido liquido convien imprimere alle molecole di esso, in opera del calore, una energia cinetica, la quale riesce commisurata alla energia espansiva delle molecole del fluido aeriforme prodotto.

« Ma ancor questa sarebbe una legge a limiti, inquantochè dalle differenze emerse fra il rapporto dei due lavori esterno ed interno, quali appaiono dalla precedente tabella, è facile argomentare che, oltre ad una velocità di proiezione rettilinea da imprimersi alle molecole del fluido liquido da disgregare, in correlazione al suo elaterio, converrà altresì comunicare alle molecole stesse alcune velocità di rotazione, correlative al vario grado di *attrito interno* fra le molecole del liquido medesimo.

« E questa, a mio vedere, potrebbe essere una delle cagioni delle divergenze risultanti tra i valori delle calorie totali di elasticità delle molecole

[1] Queste calorie C_e si calcolano mercè il *potere dinamico,* ossia l'energia tensiva del vapore prodotto dalla unità di volume del liquido a t^o, poichè si avrà $C_e = \frac{VP}{E}$, ritenuto V il volume relativo del vapore, P la pressione d'una atmosfera su l'unità di superficie del vapore stesso, ed E il potere dinamico di una caloria. Trovate così C_e, si avranno le calorie C_m di disgregamento del liquido mercè la $C_m = C_v - C_e$.

dei vari vapori, quali emersero nella tabella numerica che chiude la precedente mia Nota.

« 4. Stimai opportuno il richiamare le precedenti osservazioni, ancorchè in gran parte note [1], all'uopo di mostrare la probabilità della legge su la caloricità molecolare dei diversi vapori. Per ciò che, qualora fosse fattibile determinare le calorie totali di elasticità dei varî liquidi in tali condizioni di temperatura per le quali fossero veramente annullate le azioni aggregatrici pei diversi vapori (come accader dovrebbe alle temperature critiche dei rispettivi liquidi) e fossero insieme eguali le loro tensioni, la legge stessa acquisterebbe un grado di evidenza ben maggiore di quello che risulta dalla predetta Nota ».

Mineralogia. — *Su di un minerale che accompagna la columbite di Craveggia in Val Vigezzo.* Nota preliminare di A. Piccini, presentata dal Socio Struever.

« Nel dicembre del 1884 il prof. Strüver [2] descrisse i caratteri cristallografici di una columbite ritrovata entro dei massi sciolti di pegmatite in vicinanza di Craveggia in Val Vigezzo e da lui avuti in dono dal signor G. B. Dell'Angelo. Lo stesso prof. Strüver ebbe la bontà di mettere a mia disposizione, per gli assaggi chimici, alcuni grammi di una sostanza cristallizzata, proveniente dallo stesso giacimento, la quale all'aspetto somigliava moltissimo a quella da lui identificata come columbite. Pur troppo la scarsità del materiale non mi permise di fare uno studio completo, ed ho atteso finora a pubblicare i risultati delle mie ricerche, nella speranza di poterne avere una maggiore quantità per completarle. Ma non essendosene finora trovata altra mi son deciso di comunicare qualche cosa sul proposito per far seguito alla Nota del prof. Strüver, pubblicata ormai da quasi due anni.

« Il minerale da me studiato, per i caratteri esterni, somiglia alla columbite, dà una polvere bruna e possiede il peso specifico 5,7; per la calcinazione non cambia di colore e perde pochissimo di peso. Si può disgregare fondendolo, in polvere sottile, con bisolfato di potassio o con fluoridrato di fluoruro di potassio. La quantità di acidi metallici che contiene è molto inferiore a quella che dovrebbe contenere se fosse columbite; tanto più se si considera che la maggior parte di essi è formata da acido tantalico, che fu identificato separandolo allo stato di $Ta\,Fl^5 . 2\,K\,Fl$, purificando questo sale e facendone una rigorosa analisi quantitativa. Di più, la quantità di acido tantalico è maggiore di quella che si trova ordinariamente nelle columbiti di peso specifico 5,7. Oltre l'acido tantalico è contenuto assai di acido titanico e un poco di acido

[1] E da me già svolte in una Memoria, pubblicata nel 1862 e riprodotta nel 1868 in Pavia; *Su alcune relazioni tra le proprietà termiche ed altre proprietà fisiche dei corpi.*

[2] Rendiconti. Vol. I. 1884.

niobico; le loro quantità relative non ho potuto determinare con esattezza attesa la scarsità della sostanza e il valore molto approssimativo dei metodi fin qui proposti per tale determinazione. Le basi combinate a questi acidi metallici sono prevalentemente le terre della cerite e della gadolinite; l'ossido ferroso è poco, meno ancora l'ossido di manganese; invece vi sono quantità apprezzabili di torina. Mentre, dalle analisi fatte finora, sappiamo che nelle columbiti le basi sono unicamente o prevalentemente l'ossido ferroso e l'ossido manganoso: le terre rare o non vi compariscono o si trovano solo come tracce. Da tutto ciò mi pare si possa concludere con sicurezza che il minerale da me esaminato non è columbite: secondo le analisi parrebbe piuttosto formato in prevalenza da un tantalato delle terre rare. La sua composizione somiglierebbe alquanto a quella della samarskite, se non avesse la grande quantità di acido tantalico invece dell'acido niobico.

« Del resto, l'insieme delle sue proprietà e la sua composizione (per quanto ho potuto finora studiarla) inducono un fondato sospetto di aver che fare con un minerale nuovo, ma trattandosi di sostanze così difficili ad analizzarsi (specialmente dal lato quantitativo) e sulle quali si posseggono poche ricerche complete e fatte per lo più in tempi, in cui la chimica analitica era, in quella parte, assai più manchevole di oggi, non potrei pronunciarmi con sicurezza e mi riserbo, quando avrò nuovo materiale, di decidere la questione ripetendo ed estendendo le esperienze fatte, allo scopo di rintracciare piccole quantità di altri elementi, controllando i numeri finora ottenuti e mettendoli in relazione colla forma cristallina, studiata sui campioni stessi da sottoporsi all'analisi.

« Il prof. Strüver, nella Nota citata ricorda un minerale nero compatto, che si trova vicino alla columbite. Questo minerale dà una polvere che somiglia alla piombaggine ed ha il peso specifico 5,4; contiene una quantità di acidi metallici (tra cui primeggia l'acido titanico) minore di quella che dovrebbe contenere se fosse columbite. Tra questi acidi metallici non si trova acido tantalico, o almeno si trova in piccole quantità. Per la calcinazione il minerale diviene bruno e non diminuisce di peso, ma aumenta quasi del 3 %; esso contiene notevole quantità di ossido ferroso. Non v' è quindi alcun dubbio che questo minerale nero è diverso da quello esaminato da me, ed è diverso anche dalla columbite; del resto trovandosi esso allo stato compatto non si può escludere che si tratti di un miscuglio ».

Chimica docimastica. — *Nuovi studî e ricerche sulla teoria chimica dell'indurimento subacqueo delle malte pozzolaniche impiegate nelle opere idrauliche e specialmente nelle marittime.* Nota dell'ing. Giuseppe Signorile, presentata dal Socio Betocchi.

« I. Le pozzolane vulcaniche, malgrado il grande sviluppo che prese in questi ultimi tempi la fabbricazione dei cementi a presa lenta, denominati *Portland*, continuano ad essere impiegate vantaggiosamente nelle opere

idrauliche, specialmente marittime. Tuttavia la vera teoria delle chimiche reazioni che succedono, per via umida, (nelle malte immerse) tra la calce aggiunta e la pozzolana, non è ancora ben conosciuta: anzi è finora molto oscura, come lo dichiarò formalmente Rivot nel 1856 (1), e lo ripetè nel 1862 (2); e fu poi confermato da Daubrée nel 1858 (3). Conseguentemente tentammo di portare il modesto nostro contingente per la soluzione di quest'arduo problema, per la quale lavorarono, da oltre un mezzo secolo molti uomini eminenti, fra i quali Vicat nel 1819, Berthier nel 1823 (4), ed anni consecutivi, Petot nel 1833 (5), Ravier nel 1845 (6), Rivot dal 1856 (7) al 62, e finalmente Frèmy dal 1865 (8) al 68, appunto perchè la questione in discorso interessa così davvicino le opere idrauliche, e la scienza dell'ingegnere, e la chimica docimastica.

« Non ci sarebbe possibile di svolgere le molteplici e spinose ricerche da noi fatte, nel periodo di molti anni, senza redigere una Memoria alquanto estesa; ed a ciò, pel momento, non ci possiamo assolutamente accingere; e ci siamo quindi decisi a darne un brevissimo sunto in questa Nota, lusingandoci frattanto che ci sarà dato di potere in seguito soddisfare il nostro desiderio di fornire i più ampi ragguagli su questa intricata materia.

« Premettiamo che, per guadagnare spazio, abbiamo concentrato in una sola tabella (A), posta al fine di questa Nota, i risultamenti di tutte le analisi chimiche da noi fatte per l'oggetto che ci occupa; ed a questa tabella ci riferiamo fin d'ora, ed entriamo senz' altro in materia.

« II. Preparammo una malta composta di un volume di calce grassa, spenta per immersione, ed a consistenza argillosa, e di due volumi di pozzolana rossa di Roma, in polvere impalpabile: quindi la immergemmo, e la lasciammo sott'acqua fino ad un anno, alla quale epoca la malta era al termine del suo indurimento: poi ne facemmo l' analisi, e ci risultò contenere su 100 parti, 23 di acqua ed acido carbonico, 15 di calce caustica, e 62 di pozzolana secca. Notisi che la malta pozzolanica venne attaccata coll'acido cloridrico dilungato e freddo, che trasse in dissoluzione 16 parti di pozzolana su 62; e queste parti ci risultarono composte di 5 di silice gelatinosa; 3 di allumina; 2 di alcali; 3 di calce; 2 di magnesia, e 0,7 di perossido di ferro.

« Con un saggio preliminare ci accertammo che lo stesso acido non asportava dalla pozzolana naturale di Roma che un decimo delle basi, senza una traccia di silice gelatinosa; epperciò rivelammo tosto che l' idrato di calce

(1) Annales des mines 1856, pag. 598.
(2) Traité de Docimasie 1862.
(3) Annales des mines 1858, pag. 255-56.
(4) Annales de Chimie et de Physique 1823, tom. 22, pag. 91.
(5) Annales maritimes et coloniales, 1833, pag. 295.
(6) Annales des Ponts et Chaussées, 1845.
(7) Annales des mines, 1856. Traitè de Docimasie, 1862.
(8) Comptes rendus à l'Académie des sciences de Paris 1865-68.

aveva fortemente intaccati i tre minerali onde componesi la pozzolana basaltica di Roma; e che sono il labradoro, il pirosseno, ed il peridoto, con piccola porzione di ferro ossidulato magnetico, rimasto inalterato.

« Il labradoro è quello che fu attaccato più energicamente dall' idrato di calce, con ispostamento di silicato alcalino, di allumina e di calce.

« Vediamo ora quali sali si sono formati.

« Nel labradoro furono asportate 3 parti di allumina, 2 di alcali, e 2 di calce: le quali basi si combinarono con 3.50 di silice, formando un silicato molto basico, in cui la silice entra pel 33 sul 100.

« Nel pirosseno fu asportata una parte di calce, ed una di magnesia: e queste si combinarono con 1 di silice, formando un silicato basico che contiene pure il 33 per 100 di silice.

« Finalmente nel peridoto fu asportata una parte di magnesia, che si combinò con 0,50 di silice; e così si ha pure un sale basico che contiene il 33 per 100 di silice.

« Sono questi silicati basici che entrano in reazione colla calce aggiunta, in conformità della teoria dimostrata da Frèmy negli anni 1865-68 pei cementi idraulici; e nel nostro caso formano dei composti aventi le formole atomiche. SiO^2, $3CaO$ — e — Al^2O^3, $3CaO$ — dalle quali risulta che 5 parti di silice e 3 di allumina fissarono in combinazione 15 parti di calce e magnesia, delle quali 3 di calce e di magnesia sono costitutive della pozzolana, e le altre 10 parti furono fornite dalla calce aggiunta per preparare la malta pozzolanica; ed apparise che la parte attiva della pozzolana si riduce a 5 di silice gelatinosa; 3 di allumina; 2 di alcali, i quali non fanno altro che agevolare la combinazione dei due primi corpi colla calce aggiunta; e per tal modo $5+3=8$ per corpi che fungono le veci di acido rispetto alla calce aggiunta, ed alla porzione di calce e magnesia costitutive della pozzolana; e così in totale abbiamo $5+3$ di acidi su 20 di calce e magnesia, che funzionano da basi: e giungiamo alla proporzione di $\frac{8}{20}=\frac{40}{100}$, ossia alla dose di 40 di argilla su 100 di calce caustica e magnesia, che corrisponde precisamente, secondo la classificazione del Vicat, al tipo che cade tra le calci idrauliche, e le eminentemente idrauliche; la qual cosa venne pienamente confermata dagli esperimenti da noi fatti in piccolo nel laboratorio, e sui grandi cantieri del molo di s. Vincenzo a Napoli.

« Noteremo che delle 20 parti di calce caustica e magnesia, che entrano in reazione colla pozzolana contenuta nella malta, 10 di calce aggiunta vengono impiegate a saturare [1] la pozzolana, 5 tra calce e magnesia (costitutive)

[1] Si intende per calce di saturazione quella che un determinato peso di pozzolana è capace di asportare dall'acqua di calce, e che risulta di *un sesto* del peso, per la pozzolana di Roma.

si riuniscono alle 10 per formare i sali basici, silicati ed alluminati, riconosciuti da Rivot nel 1856, e da Frèmy nel 1865-68, ed aventi le formole atomiche sovraindicate, nei quali sali basici la calce combinata è 15, come lo dimostrammo superiormente; e finalmente le altre 5 parti di calce aggiunta, rimaste libere, vengono a reagire sui sali calcarei basici or designati, come lo dimostrò Frèmy pei cementi idraulici, e producono in tal modo l'indurimento della malta pozzolanica.

« III. Faremo ora osservare che, col nostro procedimento chimico abbiamo evitata la difficoltà segnalata da Rivot nel 1856 (1) e nel 1862, cioè che, trattando la malta pozzolanica cogli acidi, si può intaccare una porzione di pozzolana, la quale non fu realmente intaccata dalla calce aggiunta, e che si rimane perciò nell'incertezza. Abbiamo infatti osservato che, mentre l'acido non separò punto della silice dalla pozzolana naturale, ne separò poi 5 su 62 parti dalla pozzolana stessa, dopo che reagì, per via umida, colla calce aggiunta, la quale separò, pure dalla pozzolana una dose ben più forte delle basi, allumina, calce, magnesia, alcali, di quella che notammo nell' attacco fatto dall'acido stesso sulla pozzolana naturale, come risulta dalle cifre consegnate nelle colonne II e III della tabella (A) posta in fine di questa nota: e di più rilevammo che il solo perossido di ferro viene intaccato dall'acido, mentre non lo intacca per la via umida, la calce aggiunta; e ci siamo poi accertati collo sperimento diretto, che lo stesso perossido si combina invece totalmente, per la via secca, colla porzione rimasta libera della calce aggiunta, se la malta viene calcinata al rosso vivo; ed in tal caso il prodotto ottenuto non si estingue, trattandolo con acqua, dimostrando così che nulla più vi rimane di calce libera entro il tessuto della malta pozzolanica moderatamente calcinata.

« IV. Abbiamo inoltre riconosciute altre proprietà nelle malte pozzolaniche, le quali però non possiamo accennare che di volo, per la grande ristrettezza dello spazio concessoci per questa Nota.

« 1. La pozzolana, a granelli più o meno grossi, non è del tutto inerte, come lo ritennero finora Julien, Poirel, e Vicat; ma invece la sua energia idraulica è in ragione inversa della grossezza dei granelli: dimodochè quanto più grande è la loro grossezza, tanto minore è la rapidità della presa subacquea che cagionano nelle malte.

« 2. La temperatura dell' ambiente molto influisce sull' indurimento subacqueo delle malte pozzolaniche, come lo riconobbero Vicat, Minard, ed altri: ma nessuno indicò finora una relazione tra la temperatura dell'ambiente in cui opera, e la resistenza della malta: invece noi riconoscemmo che, tra 9 e 27 centigradi, la resistenza delle malte pozzolaniche sommerse cresce in ragione diretta della temperatura; e notammo che al principio dell' inverno

(1) Annales des mines 1856, et Traité de Docimasie, nel luogo superiormente citato.

(a 9 centigradi) la resistenza allo schiacciamento della malta, dopo un mese, non è che di 17 chilogrammi per centimetro quadrato, mentre di primavera (18°) è di chilogrammi 34; e finalmente d'estate (27°) è di 51 chilogrammi, fatto della più grande importanza per le costruzioni recenti, perchè indica fino a qual punto le stesse possono essere caricate con sicurezza.

« V. 3. Nell'impiego delle pozzolane vulcaniche furono segnalati, negli ultimi tempi alcuni insuccessi, prima ad Algeri nel 1844 (1) colla pozzolana di Roma, e poi nella Manica col trass del Reno, detto anche di Olanda. Facemmo studi per indagare le cause di questi curiosi fenomeni, che laciarono e lasciano intranquilli i costruttori delle opere marittime, e venimmo nella opinione, che per la pozzolana di Roma, la stessa era stata, in questo solo caso, molto decomposta con asportazione di una notevole quantità di silice e di alcali, fatta dagli agenti atmosferici, acqua, ossigeno, ed acido carbonico; e ciò apparisce dagli interessantissimi studi fatti da Ebelmenn sulla decomposizione del basalto del Reno nel 1845-47 (2), e dalle analisi chimiche fatte ad Algeri nel 1845 (3), e riferite da Ravier.

« Quanto al secondo caso del trass del Reno crediamo che sia dovuto al non essersi trovato, in quella circostanza speciale, nello stesso trass quella disposizione molecolare che è indispensabile per la riuscita delle malte pozzolaniche immerse: ciò pure risulta dalle analisi chimiche fatte da Rivot, e che furono riferite da Minard (4).

« VI. Riteniamo che questa disposizione molecolare fu prodotta dall'elettricità, che svolgesi in grande copia nel forte delle eruzioni vulcaniche, e che di più, pel pirosseno e pel peridoto, entra pure come una delle cause la forte ossidazione subìta dai silicati contenenti in origine una notevole dose di protossido di ferro.

« Gli studi di Gehlen nel 1811, di Fournet nel 1833 (5), e quelli decisive di Brongniart e Malaguti nel 1841 (6), danno un grande appoggio alla nostra opinione che è pure confermata dalle osservazioni fatte a Napoli, e riportate dal compianto prof. Pilla Leopoldo (7), che le sabbie e ceneri del Vesuvio si trovarono in alcuni casi elettrizzate, mentre la lava non ne dava il minimo indizio: prova questa evidente che la virtù idraulica di una pozzolana non dipende dai suoi componenti, ma dallo stato molecolare in cui trovansi.

« Quei fatti di non riuscita segnalati dall'esperienza nel Mediterraneo,

(1) Annales des Ponts et Chausées, 1845. Ravier.
(2) Annales des mines 1847, pag. 637-638.
(3) Annales des Ponts et Chaussées 1845.
(4) Annales des Ponts et Chaussées 1853, pag. 218.
(5) Annales de Chimie et de Physique 1833, tom. LV, pag. 227-251.
(6) Archives du Museum d'histoire naturelle 1841.
(7) *Trattato di Geologia*, Pisa 1847, vol. I, pag. 196.

e nell'Oceaneo, ci pongono in avvertenza che anche le migliori pozzolane vulcaniche, come quelle di Roma e del Reno, possono in alcuni casi essere improprie alle costruzioni idrauliche, specialmente in mare; e come sia indispensabile di esaminare le nuove escavazioni, prima di adoperarne i prodotti.

« Abbiamo per tale scopo immaginato un procedimento facile, che faremo conoscere a suo tempo, e che speriamo sia per riuscire utile nella pratica delle costruzioni marittime.

« Abbiamo fatto il possibile per tenerci brevi; ma temiamo di non essere riusciti ad uscire dal bivio segnalato da Orazio *brevis esse laboro: obscurus fio.*

« Ripetiamo però che è nostro desiderio di dare fra poco i più ampî ragguagli in proposito.

TABELLA A: *indicante le reazioni che succedono, per via umida e secca tra la pozzolana e la calce e gli acidi ed alcali.*

I Composizione della pozzolana di Roma, colle sole materie fisse, e senza materie sabbioniccee		Designazione dei componenti la pozzolana	II Porzione asportata da 62 parti di pozzolana naturale dal cloridrico dilungato e freddo	III Porzione asportata da 62 parti di pozzolana, dopo la sua reazione colla calce aggiunta, dallo stesso acido	IV Porzione asportata da 62 parti di pozzolana naturale dal cloridrico concentrato e caldo	V Porzione asportata da una soluzione debole di potassa a caldo, dopo la reazione col cloridrico concentrato e caldo	VI Porzione asportata dalla calce caustica nella malta calcinata al rosso vivo, e trattata poi col cloridrico prima a freddo e poi a caldo
su 100 parti	su 62 parti						
48	33	Silice gelatinosa	—	5	—	14	5
—	—	Id. semigelatinosa	—	—	—	—	4
14	10	Allumina	1,0	3	—	—	—
5	3	Alcali	0,3	2	—	—	—
8	6	Calce	0,6	3	—	—	—
4	3	Magnesia	0,3	2	—	—	—
10	7	Perossido di ferro	0,7	0,7	—	—	—
89	62		2,9	15,7			

10,7 di basi asportate — 25 parti di basi asportate — 19 parti di basi asportate

Osservazioni. — Dalle colonne II e III apparisce come l'azione del cloridrico dilungato e freddo sulla pozzolana naturale sia molto meno intensa di quella che esercita sulla pozzolana stessa dopo che subì la reazione per via umida colla calce.

Dalle colonne IV, V, VI risulta che l'azione, per via secca, della calce sulla pozzolana è meno energica di quella che esercitano, per via umida, il cloridrico concentrato e caldo, ed una soluzione debole di potassa, pure calda.

Viene poi dimostrato ad evidenza che la silice, nella pozzolana, è combinata colle basi con affinità diverse, per cui quest'ultima trovasi in uno stato molecolare differente, e può essere più o meno intaccata dai varî reagenti chimici nella tabella indicati: dimodochè il cloridrico dilungato e freddo asporta 2,9 di basi, l'idrato di calce 10,7, la calce al rosso vivo 19; e finalmente il cloridrico concentrato e caldo 25 su 62 parti di pozzolana: sono insomma presso a poco nel rapporto di 3:12:18:25, ossiano prossimamente di 1:4:6:8.

MEMORIE
DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

R. Zampa. *Etnografia storica e antropologica delle Puglie.* Presentata dal Socio Lanciani.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

E. Levasseur. *Alpes.* (Estratto dalla *Grande Encyclopedie*, edita dal Lamirault e C., Parigi).

G. Paris. *La poésie française au XVe Siècle.*

CORRISPONDENZA

Ringraziarono per le pubblicazioni ricevute:

Il Ministero della R. casa di S. M. il Re; il Ministero della casa di S. A. R. il Duca d'Aosta; il Ministero della casa di S. A. R. il Duca di Genova; la R. Società zoologica di Amsterdam; la Società delle scienze di Harlem; la Scuola politecnica di Delft.

Annunciò l'invio delle proprie pubblicazioni:

La Società generale dei viticoltori italiani di Roma.

P. B.
D. C.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all' Accademia sino al 15 agosto 1886.

Archeologia. — Il Socio Fiorelli ha fatto pervenire all' Accademia il fascicolo delle *Notizie*, sulle scoperte di antichità per lo scorso mese di luglio, accompagnandolo colla Nota seguente:

« Le relazioni avute dalla Regione X (*Venetia*) si riferiscono alla città ed alla provincia veronese; e trattano di nuove esplorazioni dell'antico pavimento in musaico presso la cattedrale; di nuovi frammenti lapidarî iscritti, recuperati nel letto dell'Adige; e di un'epigrafe latina esistente in s. Vito di Negraro (*Arusnates*), la quale edita sopra vecchi apografi, non potè essere esaminata dal ch. autore del vol. V. del *Corpus*.

« Dalla *Cispadana* (Regione VIII) e dall'*Etruria* (Regione VII) poche notizie si ebbero. Si seppe che in Bologna, nella via dell'Indipendenza, reliquie di alta antichità si trovarono nei lavori per le fondamenta di nuove fabbriche; ed una Nota del ch. Gamurrini descrisse un sepolcro assai singolare, scoperto nell'agro di Fiesole.

« Dall' *Umbria* (Regione VI) giunsero varî rapporti, intorno ad una scoperta avvenuta lungo la Flaminia, presso il passaggio famoso del Furlo, fra Calmazzo ed Acqualagna, appena fuori della galleria. Nelle rettificazioni della linea stradale, si riconobbe sotto il livello moderno, alla profondità di poco più di venti centimetri, uno strato carbonioso, composto di frumento, ceci, fave e legumi, con molti pezzi di legno bruciato, e frammenti varî di ferro, cioè anelli, chiodi ecc.; il quale strato, benchè per la sua misura precisa fossero in disaccordo le varie relazioni, si estendeva certamente per lungo tratto, in

maniera da comporre una massa considerevole di sostanze alimentari quivi perdute. Non risulta finora, se nello strato medesimo fossero state raccolte le tre monete, che in quei lavori vennero in luce: la prima di M. Agrippa; la seconda della zecca di Arezzo del secolo XIV; la terza del pontefice Clemente XI, e relativa quindi agli anni 1700-1721. Se così fosse, cadrebbero tutte le supposizioni finora fatte, circa l'età in cui questo frumento quivi fu gettato e bruciato, e circa le cause che tale abbandono od incendio produssero. In attesa di maggiori studî ai quali attende il ch. prof. Vernarecci, mandato sul luogo dal Ministero, giova ricordare intanto che sul piano dell'antica strada, nel taglio della roccia, fu recuperata un' importante lapide latina, relativa all' impero di M. Giulio Filippo o Filippo Arabo (244-249 e. v.), con segni della *damnatio memoriae* nel nome di lui, in quello di Otacilia Severa sua moglie e di M. Giulio Filippo Cesare suo figlio.

« Nella Regione I copiosi rinvenimenti si fecero in suolo urbano, e nel suburbio. Ricorderò solo, che esplorato l'antico ingresso del mausoleo di Lucilia Polla nella Salaria, si trovò essere stato ridotto quel monumento a sepolcreto cristiano in forma di piccola catacomba, con loculi aperti nelle pareti del vestibolo, e senza esservi stato lasciato alcun avanzo dei primi che vi riposarono, e pei quali quell'opera suntuosissima fu eretta. Forse i cristiani vi penetrarono dalla contigua catacomba di Santa Felicita; ma ciò sarà meglio dimostrato da ulteriori investigazioni. Dall'alveo del Tevere, si estrassero molti frammenti iscritti, varie monete, ed un piccolo busto marmoreo conservatissimo, ritraente l'imperatore Tiberio.

« Alle relazioni sulle scoperte urbane, seguono notizie di rinvenimenti fatti in Atinà nella Campania, e nell' isola di Ventotene, dove dal fondo del mare venne fuori una bellissima lucerna cristiana di bronzo, aggiunta ora alle collezioni del Museo di Napoli.

« L'ultima parte del fascicolo contiene le note epigrafiche e topografiche, presentate dal prof. Barnabei dopo il suo recente viaggio nelle Puglie e nell'ultima parte della Calabria. Vi sono restituiti ad esatta lezione alcuni titoli malamente editi; altri se ne pubblicano non conosciuti per lo innanzi; si parla, di una serie di tessere co' numerali greci e romani, trovata in una tomba di Rugge; e si descrive uno scavo fatto presso i resti di un tempio greco in Reggio, riproducendosi anche varie impronte di bolli plumbei con leggende greche bizantine ».

Matematica. — *Formes algébriques à liens arithmétiques.* Nota di Ernesto Cesàro, presentata dal Socio Battaglini.

« La théorie des formes algébriques donne lieu à des considérations très-intéressantes lorsqu'on établit des liaisons, de nature arithmétique, entre les coefficients et leurs indices. Une des liaisons les plus remarquables que l'on

puisse imaginer consiste en ceci : — chaque coefficient est une fonction du plus grand commun diviseur de ses indices. Ainsi, étant donnée la forme quadratique

$$X = \sum_{i,j} F(i, j)\, x_i x_j, \tag{1}$$

à n variables, il est facile d'en trouver une forme canonique. Il faut imaginer, avant tout, une fonction f, telle que l'on ait, pour toute valeur entière de n,

$$F(n) = f(a) + f(b) + f(c) + \ldots\ldots, \tag{2}$$

$a, b, c, \ldots$ étant tous les diviseurs de n. Si l'on ordonne X par rapport à la nouvelle fonction, et si l'on pose

$$y_\nu = x_\nu + x_{2\nu} + x_{3\nu} + \ldots\ldots, \tag{3}$$

la forme considérée devient

$$Y = f(1)\, y_1^2 + f(2)\, y_2^2 + f(3)\, y_3^2 + \ldots\ldots + f(n)\, y_n^2 .$$

Remarquons, en passant, que, en vertu de la loi d'inertie des formes quadratiques, il y a autant de termes avec un signe donné, dans toute forme canonique de X, qu'il y en a dans la série

$$f(1),\ f(2),\ f(3), \ldots\ldots f(n).$$

Cette remarque trouvera son utilité dans d'autres recherches. Quant au système de substitutions linéaires, moyennant lequel on passe de X à Y, on l'obtient par inversion de l'égalité (3), ce qui donne

$$x_\nu = \mu(1)\, y_\nu + \mu(2)\, y_{2\nu} + \mu(3)\, y_{3\nu} + \ldots\ldots \tag{4}$$

Rappelons que la fonction $\mu(x)$, égale à $(-1)^\tau$ lorsque x est le produit de τ facteurs premiers, inégaux, est égale à l'unité pour $x=1$, et à zéro dans les autres cas. D'après cela, la formule (4) revient à

$$x_\nu = y_\nu - y_{2\nu} - y_{3\nu} - y_{5\nu} + y_{6\nu} - y_{7\nu} + y_{10\nu} - \ldots\ldots .$$

« Les systèmes de substitutions (3) et (4) sont évidemment unimodulaires, et, par suite, les invariants des formes X et Y sont égaux entre eux. Il en résulte immédiatement

$$\begin{vmatrix} F(1,1) & F(2,1) & F(3,1) & \ldots\ldots & F(n,1) \\ F(1,2) & F(2,2) & F(3,2) & \ldots\ldots & F(n,2) \\ F(1,3) & F(2,3) & F(3,3) & \ldots\ldots & F(n,3) \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ F(1,n) & F(2,n) & F(3,n) & \ldots\ldots & F(n,n) \end{vmatrix} = f(1)\, f(2)\, f(3) \ldots f(n).$$

Nous avons ainsi une nouvelle démonstration, assez curieuse, du théorème de Smith et Mansion. On parviendrait à un résultat plus général en remplaçant la forme (1) par la suivante

$$\sum_{i,j} F(\varepsilon_i, \varepsilon_j)\, x_i x_j,$$

et en supposant que la série des nombres ε renferme les diviseurs de chacun de ces nombres. On pourrait prendre, par exemple, la série

$$1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 6,\ 7,\ 10,\ 11,\ 13,\ 14,\ 15,\ 17,\ 19,\ 21, \ldots\ldots$$

de tous les nombres, pour lesquels la fonction μ n'est pas nulle.

« Passons, maintenant, à l'examen du contrevariant de X. Ayant désigné par Δ le discriminant de cette forme, on sait que le complément algébrique de $F(i, j)$, dans Δ, est

$$Q_{ij} = \Delta \sum_{\nu=1}^{\nu=n} \frac{\mu\left(\frac{\nu}{i}\right)\mu\left(\frac{\nu}{j}\right)}{f(\nu)}.$$

Le contrevariant cherché est donc

$$U = \Delta \sum_{\nu=1}^{\nu=n} \left\{ \frac{1}{f(\nu)} \sum_{i,j} \mu\left(\frac{\nu}{i}\right)\mu\left(\frac{\nu}{j}\right) u_i u_j \right\}.$$

Par conséquent, si l'on pose

$$v_n = \mu\left(\frac{n}{a}\right) u_a + \mu\left(\frac{n}{b}\right) u_b + \mu\left(\frac{n}{c}\right) u_c + \ldots\ldots, \tag{5}$$

le fonction U se trouve immédiatement réduite à la forme canonique

$$V = \left\{ \frac{v_1^2}{f(1)} + \frac{v_2^2}{f(2)} + \frac{v_3^2}{f(3)} + \ldots\ldots + \frac{v_n^2}{f(n)} \right\} \Delta. \tag{6}$$

Pour obtenir le système de substitutions, qui change U en V, il faut opérer l'inversion de l'égalité (5), ce qui nous donne immédiatement

$$u_n = v_a + v_b + v_c + \ldots\ldots.$$

« Soit

$$u_i = \tfrac{1}{2} \cdot \frac{\partial X}{\partial x_i} = \sum_j F(i, j)\, x_j,$$

dans l'égalité (5). Il vient

$$v_\nu = \sum_j \left\{ x_j \sum_i \mu\left(\frac{\nu}{i}\right) F(i, j) \right\}.$$

Or, on sait que la somme relative à i, généralement nulle, est égale à $f(\nu)$ lorsque j est divisible par ν. On a donc

$$v_\nu = (x_\nu + x_{2\nu} + x_{3\nu} + \ldots) f(\nu) = y_\nu f(\nu).$$

Par substitution dans (6) on voit que, dans le cas particulier considéré, on a

$$V = Y\Delta\ ,\ U = X\Delta,$$

conformément à un théorème connu.

« Reprenons la forme X, et voyons comment elle se modifie au moyen du système de substitutions, représenté par l'égalité

$$x_\nu = g(1)\, \xi_\nu + g(2)\, \xi_{2\nu} + g(3)\, \xi_{3\nu} + \ldots\ldots.$$

Nous supposons que la fonction G, différente de zéro pour les valeurs entières de la variable, dépende de g par une relation telle que (2), et qu'elle vérifie le condition

$$G(x)\,G(y) = G(xy)\,, \tag{7}$$

pour toutes les valeurs entières de x et y. Il est évident que le coefficient de $\xi_i\,\xi_j$ est la somme de toutes les quantités analogues à

$$F(r\,,s)\,g\left(\frac{i}{r}\right)g\left(\frac{j}{s}\right),$$

où r et s divisent respectivement i et j. Si $\alpha, \beta, \gamma, \ldots\ldots$ sont les diviseurs communs de i et j, il est clair que la somme dont il s'agit équivaut à

$$\sum_{\alpha} f(\alpha)\,G\left(\frac{i}{\alpha}\right)G\left(\frac{j}{\alpha}\right) = G(ij)\,K(i\,,j)\,,$$

pourvu que l'on pose

$$K(n) = \frac{f(a)}{G(a^2)} + \frac{f(b)}{G(b^2)} + \frac{f(c)}{G(c^2)} + \ldots\ldots\,.$$

Par conséquent, si l'on représente par z_ν le produit $G(\nu)\,\xi_\nu$, on voit que la forme X se change définitivement en

$$Z = \sum K(i\,,j)\,z_i z_j\,. \tag{8}$$

Par exemple, les substitutions

$$\nu x_\nu = \varphi(1)\,z_\nu + \frac{\varphi(2)}{2}\,z_{2\nu} + \frac{\varphi(3)}{3}\,z_{3\nu} + \ldots\ldots,$$

donnent à X la forme (8), dans laquelle on suppose

$$K(n) = \frac{f(a)}{a^2} + \frac{f(b)}{b^2} + \frac{f(c)}{c^2} + \ldots\ldots\,.$$

« On trouve, en outre, una infinité de substitutions, qui n'altèrent pas X, en supposant que G soit la fonction indicatrice d'un groupe ouvert. Dans cette hypothèse, si l'on exige que la condition (7) soit remplie, on a nécessairement $G^2 = 1$, et la fonction K ne diffère pas de F. Si, par exemple, on prend pour G la fonction indicatrice λ du groupe

$$1,\ 4,\ 6,\ 9,\ 10,\ 14,\ 15,\ 16,\ 21,\ 22,\ 24,\ 25,\ 26,\ 32, \ldots\ldots,$$

dont les éléments sont tous les produits d'un nombre pair de facteurs premiers, égaux ou inégaux, et si l'on représente par $\omega(n)$ le nombre des décompositions de n en un produit de deux nombres premiers entre eux, on reconnaît que les substitutions

$$x_\nu = \left\{\omega(1)\,z_\nu + \omega(2)\,z_{2\nu} + \omega(3)\,z_{3\nu} + \ldots\ldots\right\}\lambda(\nu)$$

n'altèrent pas la forme X.

« Étudions, de même, l'effet des substitutions

$$u_n = H\left(\frac{n}{a}\right)w_a + H\left(\frac{n}{b}\right)w_b + H\left(\frac{n}{c}\right)w_c + \ldots\ldots, \tag{9}$$

sur le contrevariant U. On reconnaît d'abord que l'expression (5) devient

$$v_n = h\left(\frac{n}{a}\right) w_a + h\left(\frac{n}{b}\right) w_b + h\left(\frac{n}{c}\right) w_c + \ldots\ldots,$$

la fonction h se déduisant de H, comme f de F. Cela étant, la forme U se change en

$$W = \Delta \sum_{\nu=1}^{\nu=n} \left\{ \frac{1}{f(\nu)} \sum_{i,j} h\left(\frac{\nu}{i}\right) h\left(\frac{\nu}{j}\right) w_i w_j \right\},$$

si l'on convient de prendre $h(x) = 0$, lorsque x n'est pas entier. Conséquemment, si l'on pose

$$R_{ij} = \Delta \sum_{\nu=1}^{\nu=n} \frac{h\left(\frac{\nu}{i}\right) h\left(\frac{\nu}{j}\right)}{f(\nu)}, \tag{10}$$

on a

$$W = \sum_{i,j} R_{ij}\, w_i\, w_j\,.$$

On retrouve U lorsque h coïncide avec μ; mais alors la fonction $H(x)$, toujours nulle, n'est égale à l'unité que pour $x = 1$, et, par suite, toute substitution (9) est identique. Les substitutions (9) ont donc pour effet de remplacer la fonction μ par h, dans l'expression générale de U.

« Il importe d'observer que l'égalité (10) peut prendre la forme

$$R_{ij} = \Delta \sum_{\nu} \frac{h\left[\frac{\nu i}{(i,j)}\right] h\left[\frac{\nu j}{(i,j)}\right]}{f\left[\frac{\nu ij}{(i,j)}\right]}, \tag{11}$$

où ν doit varier, par valeurs entières, depois l'unité jusqu'au plus grand nombre entier contenu dans $(i,j)\frac{n}{ij}$. En particulier, il est clair que l'on peut supposer

$$h(x) = \mu(x)\, G(x), \qquad H(x) = g(x)\, G(x),$$

G étant, comme plus haut, la fonction indicatrice d'un groupe ouvert. La formule (11) devient, dans cette hypothèse,

$$R_{ij} = G(ij)\, Q_{ij}\,.$$

Conséquemment, l'application, au contrevariant U, des substitutions

$$u_n = g\left(\frac{n}{a}\right) G\left(\frac{n}{a}\right) w_a + g\left(\frac{n}{b}\right) G\left(\frac{n}{b}\right) w_b + g\left(\frac{n}{c}\right) G\left(\frac{n}{c}\right) w_c + \ldots\ldots,$$

a pour effet unique de changer les signes de quelques termes. Les termes, dont les indices sont simultanément intérieurs ou extérieurs au groupe considéré, conservent leurs signes. Par exemple, les substitutions

$$u_n = \omega\left(\frac{n}{a}\right) w_a + \omega\left(\frac{n}{b}\right) w_b + \omega\left(\frac{n}{c}\right) w_c + \ldots\ldots,$$

changent le signe aux termes dont les indices sont

$$1,2;\ 1,3;\ 2,4;\ 3,4;\ 1,5;\ 4,5;\ \ldots\ldots$$

On voit que l'effet des substitutions dont il s'agit est indépendant du nombre des variables. Lorsqu'on suppose que ce nombre augmente indéfiniment, on peut énoncer la proposition suivante: — la probabilité qu'un terme, pris au hasard dans U, change de signe, est $\frac{1}{2}$, pourvu que le groupe ouvert considéré ne renferme qu'un nombre fini de nombres premiers. C'est ce que nous nous proposons de montrer dans une prochaine communication. Il serait aisé d'étendre toutes ces considérations, soit aux formes de degré supérieur, soit aux systèmes de plusieurs formes. Nous reviendrons, peut-être, sur les formules qui précèdent, pour en faire des applications à l'Arithmétique distributive ».

Matematica. — *Sulle reciprocità birazionali nel piano.* Nota I. del dott. Giulio Lazzeri, presentata dal Socio De Paolis.

1. *Le reciprocità nel piano — Generalità.*

« 1. Sieno Π, Π' due piani sovrapposti. Con x, u, C... indichiamo i punti, le rette, le curve... di Π, con x', u', C'.... indichiamo i punti, le rette, le curve... di Π'.

« Facendo corrispondere i punti del piano Π a quelli x'' di un piano Π'' per mezzo di una trasformazione di Cremona di ordine n, e i punti x'' di Π'' alle rette u' di Π' per mezzo di una reciprocità ordinaria, otterremo una corrispondenza univoca fra i punti x di Π e le rette u' di Π', che chiamerò una *reciprocità birazionale d'ordine* n.

« Per brevità chiamerò *polo* di una retta u' di Π' il punto x che le corrisponde nel piano Π e *polare* di un punto x di Π la retta u' che gli corrisponde nel piano Π'.

« È evidente che le proprietà delle trasformazioni di Cremona dànno immediatamente, per queste reciprocità, altrettante proprietà che si ricavano da quelle, applicando il principio di dualità, perciò è superfluo enunciarle.

« 2. Il luogo dei punti x del piano Π, che giacciono sulla retta corrispondente u' del piano Π sovrapposto, è una curva G_{n+1} di ordine $n+1$; l'inviluppo delle rette u' che passano per il punto corrispondente x è una curva Γ_{n+1} di classe $n+1$.

« Infatti i punti x di una retta u hanno per polari le tangenti di un inviluppo K'_n di classe n. Le n tangenti condotte da un punto x di u alla K_n' hanno per poli n punti y della u stessa. Viceversa un punto y di u è il polo di una tangente della K'_n che incontra la u in un punto x. Sulla retta u si ha dunque una corrispondenza $(n, 1)$, che per il principio di Chasles ha $n+1$ punti uniti. Essi sono evidentemente i punti d'incontro di u colla G_{n+1}, la quale è perciò di ordine $n+1$.

« Analogamente si dimostra che la Γ_{n+1} è di classe $n+1$.

« 3. Se un punto di G_{n+1} si considera come un punto x' di Π', le rette v' che passano per essa hanno per poli i punti di una curva C_n che passa per x', perchè x' è il polo di una delle sue rette. Viceversa se per un punto x' passa la curva C_n corrispondente, la polare di x' passa per il punto x' stesso.

« La curva G_{n+1} può considerarsi come il luogo dei punti x' di Π', pei quali passa la curva corrispondente C_n.

« La curva Γ_{n+1} può considerarsi come l'inviluppo delle rette u di Π, che toccano l'inviluppo corrispondente K_n'.

« 4. Le curve G_{n+1} Γ_{n+1} si corrispondono univocamente e sono perciò dello stesso genere. Se v' è una retta tangente r-upla di Γ_{n+1}, e non è una retta fondamentale, deve avere un unico polo y, per il quale la G_{n+1} deve passare con tanti rami quanti sono i punti di contatto di v' con Γ_{n+1}. Dunque:

« Ad ogni tangente r-upla di Γ_{n+1}, che non coincide con una retta fondamentale, corrisponde un punto r-uplo di G_{n+1}. Ad ogni flesso di Γ_{n+1} corrisponde una cuspide di G_{n+1}.

« A due punti infinitamente vicini $x_{(1)}$ $x_{(2)}$ di G_{n+1} corrispondono due tangenti infinitamente vicine $u'_{(1)}$, $u'_{(2)}$ di Γ_{n+1}. Perciò alla retta di Π $v \equiv (x_{(1)}\ x_{(2)})$ corrisponde un inviluppo K'_n tangente alle due rette $u'_{(1)}$ $u'_{(2)}$, e al punto $y' \equiv (u'_{(1)}\ u'_{(2)})$ di Π' corrisponde una curva C_n passante per i punti $x_{(1)}$ $x_{(2)}$. Dunque:

« Ad un punto y' di Γ_{n+1}, considerato come appartenente al piano Π', corrisponde una curva C_n che tocca la G_{n+1} nel punto corrispondente alla tangente di Γ_{n+1} in y'.

« Ad una retta v tangente in y alla G_{n+1}, considerata come appartenente al piano Π, corrisponde un inviluppo K'_n che tocca la Γ_{n+1} nel punto di contatto colla retta polare di y.

« 5. Ad un punto fondamentale r-uplo z_2 corrispondono le ∞^1 tangenti di una curva fondamentale Φ'_r razionale e di classe r; e a una retta fondamentale w'_r r-upla corrispondono gli ∞^1 punti di una curva fondamentale F_r razionale di ordine r. Le r tangenti condotte per z_2 alla Φ'_r corrispondente sono perciò tangenti alla Γ_{n+1} e la G_{n+1} passa con r rami per z_r; e similmente la G_{n+1} deve passare per gli r punti d'incontro della W_2' colla F_r corrispondente e la Γ_{n+1} deve toccare la w'_r in r punti. Dunque:

« Ogni punto fondamentale r-uplo della reciprocità è r-uplo per la curva G_{n+1}.

« Ogni retta fondamentale -rupla della reciprocità è r-upla per l'inviluppo Γ_{n+1}.

« La G_{n+1} passa per i punti d'incontro di ogni retta fondamentale colla curva fondamentale corrispondente.

« La Γ_{n+1} tocca le tangenti condotte da ogni punto fondamentale all' inviluppo fondamentale corrispondente.

« Se con α_1, α_2, α_3.... α_{n-1} indichiamo i numeri dei punti fondamentali semplici, doppi, tripli... (n-1)pli della reciprocità con α_1', α_2', α'... α'_{n-1} i numeri delle rette fondamentali semplici, doppie, triple... (n-1)ple, la G_{n+1} ha nei punti fondamentali $\sum \frac{r(r-1)}{2} \alpha_r$ punti doppi. Ma è noto che

$$\sum \frac{r(r-1)}{2} \alpha_r = \frac{(n-1)(n-2)}{2};$$

perciò se fuori dei punti fondamentali la G_{n+1} ha ancora δ nodi e k cuspidi il suo genere è

$$p = \frac{n(n-1)}{2} - \frac{(n-1)(n-2)}{2} - (\delta + k)$$

ossia

$$p = (n\text{-}1) - (\delta + k)$$

Di qui si ricava

$$\delta + k \leqq n\text{-}1$$

« Analogamente se la Γ_{n+1} fuori delle rette fondamentali ha τ tangenti doppie e i flessi, si trova che il suo genere (che è uguale a quello di G_{n+1}) è

$$p = (n\text{-}1) - (\tau + i)$$

« 6. Supponiamo di ordinare i punti fondamentali per i loro ordini di moltiplicità r_1, r_2, r_3..., e le rette fondamentali pure per i loro ordini di moltiplicità s_1, s_2, s_3..., di modo che sia $r_1 \geqq r_2 \geqq r_3 \geqq$....; $s_1 \geqq s_2 \geqq s_3 \geqq$....; e, chiamando i^{esimo} inviluppo fondamentale, o i^{esima}, curva fondamentale, l' inviluppo o la curva corrispondenti all' i^{esimo} punto o retta fondamentale, indichiamo con α_{ik} il numero che esprime quante volte l'i^{esimo} inviluppo fondamentale Φ tocca la k^{ma} retta fondamentale, ovvero il numero di rami della k^{ma} curva fondamentale che passano per l' i^{mo} punto fondamentale.

« La curva Γ_{n+1} possiede le rette fondamentali multiple rispettivamente secondo i numeri s_1 s_2 s_3...., perciò coll' inviluppo fondamentale i^{mo} ha in comune nelle rette fondamentali $\sum_k s_i \alpha_{ik}$ tangenti. Ma è noto che

$$\sum_k s_i \alpha_{ik} = r_i . n;$$

dunque, siccome le due curve suddette devono avere in tutto $(n+1)$ r_i tangenti comuni, fuori delle tangenti fondamentali avranno in comune soltanto r_i tangenti. Esse sono le tangenti condotte alla Φ dal punto fondamentale corrispondente.

« Analogamente la G_{n+1} ha in comune con una curva fondamentale F

di ordine s_i, fuori dei punti fondamentali, soltanto gli s punti d'incontro della F colla retta fondamentale corrispondente.

« 7. Se da un punto x' si conducono le $n+1$ tangenti alla Γ_{n+1}, queste hanno per poli $n+1$ punti situati contemporaneamente su G_{n+1}, e sulla curva C_n corrispondente a x', cioè G_{n+1} e C_n hanno in comune questi $n+1$ punti. Nei punti fondamentali esse hanno inoltre

$$\Sigma\, r^2\, \alpha_r = n^2 - 1$$

intersezioni, e perciò, essendo

$$(n+1) + n^2 - 1 = n(n+1)$$

esse non possono avere nessun altro punto comune.

« Dunque:

« La curva G_{n+1} e una curva C_n, corrispondente ad un punto qualunque x' del piano Π', fuori dei punti fondamentali, hanno in comune soltanto gli $n+1$ poli delle tangenti condotte da x' alla Γ_{n+1}.

« L'inviluppo Γ_{n+1} e un inviluppo K'_n, corrispondente ad una retta qualunque u del piano Π, fuori delle rette fondamentali, hanno in comune soltanto $n+1$ tangenti, cioè le polari dei punti d'incontro della u colla G_{n+1}.

« 8. Se per un punto fondamentale r-uplo z_r passa la curva fondamentale corrispondente Φ', la tangente a Φ' nel punto z_r equivale a due tangenti infinitamente vicine che passano per il punto corrispondente e si tagliano in esso; perciò z_r è un punto della curva Γ_{n+1} che tocca in esso Φ_r. Dunque:

« Se l'inviluppo fondamentale Φ'_r passa con i rami per il punto fondamentale corrispondente z_r, anche Γ_{n+1} passa per z_r con i rami tangenti a quelli di Φ'_r.

« Se la curva fondamentale F_r è tangente in i punti alla retta fondamentale corrispondente w'_r, anche G_{n+1} tocca w'_r, nei punti di contatto di essa colla F_r.

« Se un punto fondamentale z_1 semplice coincide col centro del fascio fondamentale corrispondente, tutte le rette di questo fascio appartengono a Γ_{n+1}, la quale perciò si spezza nel fascio stesso e in una curva di classe n. Se una retta w', fondamentale semplice, coincide colla retta fondamentale corrispondente formata dai suoi poli, tutti i suoi punti appartengono alla G_{n+1} dalla quale perciò si stacca la retta stessa. Dunque:

« Se s punti fondamentali semplici z coincidono rispettivamente coi centri dei fasci formati dalle loro polari, la Γ_{n+1} si spezza in questi s fasci e in un inviluppo di classe $n+1-s$.

« Se s rette fondamentali semplici w' coincidono rispettivamente colle rette formate dai loro poli, la G_{n+1} si spezza in queste s rette e in una curva di ordine $n+1-s$.

II. *Reciprocità polari.*

« 9. Nel caso della reciprocità lineare le due curve G_{n+1}, Γ_{n+1} sono due coniche. Può accadere che queste due coniche coincidano; allora la reciprocità suol chiamarsi *reciprocità polare* ed ogni punto corrisponde alla sua polare rispetto alla conica.

« Possiamo ora domandarci se, oltre la reciprocità ordinaria, esistono altre reciprocità birazionali nelle quali ad ogni punto corrisponde la sua retta polare rispetto a una curva C_{n+1} di ordine $n+1$. Tali reciprocità, se esistono, si potranno chiamare *reciprocità polari.*

« Ammessa l'esistenza di una tale reciprocità, ai punti x' (centri di fasci) del piano Π' corrisponderanno rispettivamente le loro curve prime polari rispetto alla C_{n+1}.

« Supponendo che la C_{n+1} abbia α_2 punti doppi, α_3 tripli .... α_n n-pli il suo genere è

$$p = \frac{n(n-1)}{2} - \sum \frac{r(r+1)}{2} \alpha_{r+1} .$$

« Siccome ogni punto $(r+1)$-plo per la C_{n+1} è r-uplo per tutte le sue prime polari, ed è perciò un punto fondamentale r-uplo della reciprocità, deve essere

$$\sum \frac{r(r+1)}{2} \alpha_{r+1} = \frac{n(n+3)}{2} - 2 .$$

Perciò

$$p = \tfrac{1}{2} \left\{ n(n-1) - n(n+3) \right\} + 2$$

ossia

$$p = 2(1-n) .$$

« Se vogliamo che la C_{n+1} non si spezzi deve essere $p \geqq 0$, cioè non è possibile altro che il caso $n=1$, che corrisponde alla reciprocità polare ordinaria.

« Se poi ammettiamo che la C_{n+1} possa spezzarsi il numero massimo di punti doppi che può avere è $\frac{n(n+1)}{2}$. Per le considerazioni precedenti deve dunque essere

$$\frac{n(n+3)}{2} - 2 \leqq \frac{n(n+1)}{2}$$

ossia

$$n \leqq 2 .$$

« Oltre il caso $n=1$ è dunque possibile il caso $n=2$. Allora devono esistere tre punti fondamentali semplici per la trasformazione, e quindi è $\alpha_2=3$. La cubica C_3 si spezza allora in tre rette; prese queste per assi coordinati. la C_3 ha per equazione

$$x_1 x_2 x_3 = 0 ,$$

e le formule della reciprocità sono

$$u'_1 \equiv x_2 x_3 \qquad x_1 \equiv u'_2 u'_3$$
$$u'_2 \equiv x_3 x_1 \qquad x_2 \equiv u'_3 u'_1$$
$$u'_3 \equiv x_1 x_2 \qquad x_3 \equiv u'_1 u'_2 .$$

III. *Reciprocità nelle quali ogni retta passa per il suo polo.*

« 10. Amettiamo che esista una reciprocità, nella quale ogni punto x di Π giaccia sulla retta corrispondente u' di Π', e vediamo a quali condizioni deve soddisfare.

« Al punto x, considerato come centro di un fascio nel piano Π', corrisponde una curva C_n luogo dei poli di tutte le rette condotte per x e che quindi passa anche per il punto x stesso. È inoltre evidente che la C_n non può incontrare una retta uscente da x altro che in x e nel polo della medesima (che è unico) e per conseguenza deve essere una conica.

« È facile poi vedere che la conica C_2 corrispondente al punto x tocca la retta u' polare di x nel punto x stesso.

« Da quanto abbiamo detto risulta:

« Le reciprocità nelle quali ogni retta passa per il suo polo, non possono essere altro che reciprocità quadratiche.

« 11. Prendendo per vertici del triangolo fondamentale i punti fondamentali di una reciprocità quadratica, le formule più generali della reciprocità stessa sono

$$u'_1 \equiv a_1 x_2 x_3 + b_1 x_3 x_1 + c_1 x_1 x_2$$
$$u'_2 = a_2 x_3 x_1 + b_2 x_1 x_2 + c_2 x_2 x_3$$
$$u'_3 \equiv a_3 x_1 x_2 + b_3 x_2 x_3 + c_3 x_3 x_1 .$$

« Se vogliamo che in una tale reciprocità ogni retta passi per il suo polo deve essere identicamente

$$\sum u'_i x_i = 0 ,$$

e perciò

$$b_1 = c_1 = b_2 = c_2 = b_3 = c_3 = 0$$

$$a_1 + a_2 + a_3 = 0 .$$

« Dunque le formule della reciprocità richiesta sono

$$u'_1 \equiv a_1 x_2 x_3$$
$$u'_2 \equiv a_2 x_3 x_1 \cdot$$
$$u'_3 \equiv a_3 x_1 x_2 ,$$

colla condizione

$$a_1 + a_2 + a_3 = 0 .$$

« Da esse si ricavano le formule per il passaggio dalle u' alle x, che sono

$$x_1 \equiv a_1 u'_2 u'_3$$
$$x_2 \equiv a_2 u'_3 u'_1$$
$$x_3 \equiv a_3 u'_1 u'_2 .$$

« Le formule precedenti possono anche porsi sotto la forma

$$(1)\quad \begin{cases} u'_1 \equiv (n-p)\, x_2\, x_3 \\ u'_2 \equiv (p-m)\, x_3\, x_1 \\ u'_3 \equiv (m-n)\, x_1\, x_2 \end{cases} \qquad (2)\quad \begin{cases} x_1 \equiv (n-p)\, u'_2\, u'_3 \\ x_2 \equiv (p-m)\, u'_3\, u'_1 \\ x_3 \equiv (m-n)\, u'_1\, u'_2\,, \end{cases}$$

dove m, n, p sono numeri qualunque.

« 12. Preso un punto arbitrario $x_{(1)}$ nel piano Π, gli corrisponde una retta $u'_{(1)}$ che passa per $x_{(1)}$. Al punto $x_{(2)}$ di $u'_{(1)}$ infinitamente vicino ad $x_{(1)}$ corrisponde una retta $u'_{(2)}$ che passa per $x_{(2)}$. Al punto $x_{(3)}$ di $u'_{(2)}$ infinitamente vicino ad $x_{(2)}$ corrisponde una retta $u'_{(3)}$ che passa per $x_{(3)}$ .... ecc. Preso dunque un punto qualunque del piano, si può costruire una ed una sola curva H, che passa per esso, tale che ogni suo punto corrisponde alla sua tangente in quel punto. Tali curve H sono ∞^1, poichè ognuna è definita da uno qualunque dei suoi punti.

« È facile vedere che le coordinate di un punto di una curva H possono porsi sotto la forma

$$(3)\quad \begin{cases} x_1 \equiv c_1\, a^m \\ x_2 \equiv c_2\, a^n \\ x_3 \equiv c_3\, a^p \end{cases}$$

dove a è un parametro variabile, c_1, c_2, c_3 costanti arbitrarie per ogni curva ovvero, ponendo $\frac{c_1}{c_3} = b_1, \frac{c_2}{c_3} = b_2$, $m - p = r$, $n - p = s$, sotto l'altra

$$(4)\quad \begin{cases} x_1 \equiv b_1\, a^r \\ x_2 \equiv b_2\, a^s \\ x_3 \equiv 1\,. \end{cases}$$

« A seconda dei valori particolari che si possono attribuire alle costanti m, n, p, si trovano notevoli fasci di curve tali che per mezzo di una stessa reciprocità quadratica si può far corrispondere una tangente di una qualunque di esse al suo punto di contatto ».

Chimica. — *Joduro di trimetilallilammonio e suoi prodotti di decomposizione con la potassa.* Nota di Adolfo Bono [1], presentata dal Socio S. Cannizzaro.

« Essendosi studiati in questo laboratorio i prodotti di decomposizione di diversi ammoni composti, mi sono proposto di preparare il joduro di trimetilallilammonio, per vedere se decomponendolo con la potassa fosse possibile di ottenere l'allilene come, si ottiene dal joduro di trimetiletilammonio l'etilene e dal joduro di trimetilpropilammonio il propilene. Lo studio di questa decomposizione aveva un certo interesse per l'analogia che avrebbe potuto

[1] Lavoro eseguito nell'Istituto chimico di Roma.

avere con quella del joduro di trimetilpirrolidilammonio studiato da Ciamician e Magnaghi.

« I risultati delle mie ricerche, che comunico a questa Accademia, dimostrano come il joduro di trimetilallilammonio si comporti diversamente.

Azione del Joduro di metile sull'Allilamina.

« Ottenni il joduro dell'ammonio nel seguente modo: Ho fatto agire, in ciascuna preparazione, 50 gr. di joduro di metile su gr. 20 di allilamina in un pallone con apparecchio a ricadere, versando goccia a goccia con un imbuto a chiavetta il joduro alcoolico ed avendo cura di raffreddare continuamente il pallone, per evitare la dispersione della base causata dalla reazione violenta e dal grande sviluppo di calore.

« Fatto digerire a b. m. il miscuglio nel pallone istesso e cacciato l'eccesso di joduro di metile, ottenni un liquido denso, sciropposo e trasparente, di un colore giallo rancione.

« Questo liquido, diluito con acqua, venne trattato con potassa in polvere fino a comparsa di un olio giallastro, galleggiante, che separai distillando con vapore acqueo. Protratta la distillazione fino che il distillato non avea più reazione alcalina, cominciò a formarsi nel pallone un intorbidamento dovuto a bollicine di un olio denso e rossastro, che in breve si raccolse alla superficie del liquido bollente. Mediante il raffreddamento e dopo diverse separazioni del joduro potassico formatosi, questo olio si solidificò.

« Filtrai su lana di vetro servendomi di una tromba aspirante e sciolsi la parte solida in alcool assoluto. Filtrata questa soluzione, precipitai per aggiunta di etere anidro una massa solida e bianca, che cristallizzai dall'alcool assoluto, ottenendo cristalli aghiformi, candidissimi e deliquescenti.

« In ciacuna operazione ottenni 10 gr. circa di prodotto puro, che, polverizzato e seccato nel vuoto fino a peso costante, diede all'analisi i seguenti numeri:

I. gr. 0,4862 di sostanza diedero gr. 0,5638 di CO_2 e 0,2924 di H^2O.
II. gr. 0,2579 di sostanza diedero gr. 0,2679 di AgJ.

« In 100 parti:

	trovato		calcolato per $C_3H_5N(CH_3)_3J$
	I.	II.	
C	31,60	—	31,71
H	6,45	—	6,16
J	—	56,14	55,94

« Ho trattato con cloruro argentico in leggero eccesso una soluzione acquosa del joduro ammonico cristallizzato ed ho svaporato a b. m. il filtrato dal joduro argentico. Sciolto in poca acqua il residuo bianco, cristallino e deliquescente del cloruro ammonico così ottenuto, dette con cloruro di platino

un precipitato giallo, che cristallizzato dall'acqua acida di acido cloridrico diede all'analisi:

gr. 0,4046 di sostanza diedero gr. 0,1297 di platino.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $\left(N\begin{smallmatrix}(CH_3)_3\\C_3H_5\end{smallmatrix}Cl\right)_2 Pt\,Cl_4$
Pt.	32,05	32,15

« I risultati di questi saggi analitici dimostrano quindi essere il nuovo composto il *Joduro di trimetilallilammonio.*

« Restavano ancora a studiarsi quei prodotti, che si formano nell'azione del joduro di metile sull'allilamina assieme al joduro ora descritto.

« Il prodotto oleoso, ottenuto nella preparazione del joduro di trimetilallilammonio e separato da questo per mezzo della distillazione con vapor acqueo. venne seccato con potassa e distillato. Bolle in gran parte fra i 56° ed i 59°, ed essendo il punto di ebollizione dell'allilamina a 58°, è molto probabile che questa parte del distillato non sia altro che *allilamina* ripristinata.

« La parte acquosa del distillato ottenuto nella separazione del joduro di trimetilallilammonio, che passa dopo che l'olio ora menzionato è già distillato, venne acidificata con acido cloridrico e, convenientemente concentrata, trattata frazionatamente con cloruro di platino. I cloroplatinati ottenuti nelle singole frazioni, seccati nel vuoto fino a peso costante, diedero all'analisi i seguenti numeri:

1ª frazione:	Pt	37,00 %
2ª »	»	37,06 »
3ª »	»	37,14 »

« Il cloroplatinato di allilamina, $(C_3H_5\,NH_2\,HCl)_2\,Pt\,Cl_4$, richiede:

37,15 % di Platino,

per cui risulta che nella soluzione acquosa non era contenuto altro che *allilamina.*

« L'azione del joduro di metile sull'allilamina avviene perciò in gran parte secondo la seguente equazione:

$$3\,CH_3J + 3\,C_3H_5\,NH_2 = C_3H_5\,N\,(CH_3)_3\,J + 2\,C_3H_5\,NH_2\,.\,HJ\,.$$

Distillazione del joduro di trimetilallilammonio con potassa.

« Introdussi un miscuglio di 10 gr. del joduro dell'ammonio e 40 gr. di potassa, per ciascuna distillazione, in una storta piegata unita ad un refrigerante, che comunicava con un pallone a doppia tubulatura. Seguivano il pallone due tubi ad U contenenti: il primo, acido cloridrico diluito con egual volume d'acqua, una soluzione di bromo purissimo nel solfuro di carbonio il secondo.

« Distillai fino a fusione della storta.

« Ottenni nel pallone tubulato un miscuglio di due liquidi: un olio più leggero di color giallo, galleggiante sopra un liquido acquoso alcalino. Nella soluzione di bromo si manifestò un debole scoloramento.

« Acidificai il contenuto del pallone con acido cloridrico e separai l'olio galleggiante servendomi di un imbuto a chiavetta; il liquido acquoso venne estratto con etere per togliergli le tracce d'olio rimaste disciolte.

« Distillando frazionatamente l'olio così separato e seccato con cloruro di calcio, la maggior parte del prodotto bolle fra 136° e 140°. Oltre a questa si hanno delle altre frazioni che hanno un punto di ebollizione più elevato e che durante la distillazione si resinificano parzialmente trasformandosi in materia bruna. La frazione principale è un liquido senza colore, che all'aria ingiallisce leggermente e che ha l'odore e tutte le proprietà di un'aldeide. Si scioglie nel bisolfito sodico, e dà con una soluzione di fucsina, scolorata con anidride solforosa, una bella colorazione violetta intensa. Trattata con bromo quest'aldeide dà un prodotto bromurato di addizione, che ha un odore che somiglia a quello della canfora.

« Per l'analisi il nuovo prodotto venne agitato con una soluzione diluita di carbonato sodico, perchè assorbe l'ossigeno dell'aria acquistando reazione acida. L'olio lavato con carbonato sodico e poi con acqua, venne seccato con cloruro calcico e distillato in una corrente di anidride carbonica. Passa fra 130° e 135° e principalmente a 133°. L'analisi diede i seguenti risultati: gr. 0,3499 di sostanza diedero gr. 0,9328 di CO^2 e gr. 0,3292 di acqua.

« In cento parti:

	trovato	calcolato per $C_6 H_{10} O$
C	72,71	73,46
H	10,45	10,20

« Sebbene i numeri trovati non corrispondano esattamente alla formola

$$C_6 H_{10} O$$

pure non dubito che questa sia realmente la composizione dell'aldeide, che si forma nella reazione da me studiata. Le difficoltà di ottenere perfettamente puro questo composto, anche per la sua grande avidità per l'ossigeno atmosferico, spiegano sufficientemente il numero troppo piccolo trovato per il carbonio.

« Di aldeidi di questa formola non è nota che la metiletilacroleina ottenuta da Lieben e da Zeisel [1] per condensazione dell'aldeide propionica. Il punto d'ebullizione da loro trovato per questo corpo è 137°. Io però non posso per ora decidere se il mio composto sia identico con questa sostanza.

« Sul modo come si sia formata un' aldeide della formola $C_6 H_{10} O$ dal joduro di trimetilallilammonio dirò in fine della presente Nota.

« Il liquido acquoso sopramenzionato, ottenuto nella distillazione del

[1] Monatshefte für Chemie, vol. IV, pag. 10.

joduro di trimetilallilammonio con potassa, acidificato con acido cloridrico e separato dall'aldeide ora descritta, venne concentrato a b. m. e precipitato frazionatamente con cloruro di platino. Dalle analisi di diverse frazioni si ottennero i seguenti numeri:

I gr. 0,4174 di sostanza diedero gr. 0,2035 di CO_2 e 0,1613 di H^2O
II gr. 0,3119 » » gr. 0,1155 di platino
III gr. 0,3705 » » gr. 0,1347 »
IV gr. 0,3516 » » gr. 0,1286 »

« In 100 parti:

	trovato I	II	III	IV	calcolato per $(N(CH_3)_3 HCl)_2 Pt Cl_4$
C	13,29	—	—	—	13,65
H	4,29	—	—	—	3,80
Pt	—	37,03	36,35	36,57	36,87

dai quali risulta che la base è *trimetilamina*. Per ultimo voglio ancora accennare che la soluzione di bromo, impiegata nella distillazione già descritta, contiene piccole quantità di un bromuro, il quale non potei ottenere in quantità sufficienti per essere ulteriormente studiato, benchè io sia partito da 160 gr. circa di joduro di trimetilallilammonio. Nelle soluzioni ottenute si osserva dopo qualche tempo la formazione di cristallini aghiformi; svaporando però il solfuro di carbonio ed eliminando il bromo libero, resta indietro un liquido oleoso, che venne distillato a pressione ridotta, ma la di cui quantità era troppo piccola per poter determinarne il punto d'ebollizione e farne l'analisi.

« Lo studio di quest'olio, i prodotti d'ossidazione dell'aldeide ed i prodotti della distillazione dell'idrato di trimetilallilammonio, distillazione che già tentai su piccole quantità e che pare dia risultati diversi da quelli ottenuti nella distillazione del joduro con la potassa, saranno oggetto di un prossimo mio lavoro.

« Il comportamento del joduro di trimetilallilammonio è apparentemente del tutto diverso da quello degli altri ammoni composti; però, se si vuol tener conto delle seguenti considerazioni, la reazione da me studiata può essere interpretata nel seguente modo, che permette di avvicinarla a quelle citate in principio della presente Nota. Si può ammettere che il joduro di trimetilallilammonio agisca in principio secondo la seguente equazione:

$$C_3 H_5 N (CH_3)_3 J + KOH = KJ + N (CH_3)_3 + C_3 H_5 OH.$$

« In questo modo si formerebbe alcool allilico, il quale potrebbe dare origine all'aldeide $C_6 H_{10} O$. Difatti si sa che, secondo le esperienze di Solonina [1], l'alcool allilico riscaldato con acido solforico od acido cloridrico

[1] Vedi Beilstein, *Handbuch der Organischen Chemie*. 2ª edizione, 1885, pag. 783.

a 100° si trasforma in un'aldeide della formola $C_6 H_{10} O$, che bolle fra 135° e 138°, e che l'autore suppone essere la metiletilacroleina di Lieben e Zeisel; io credo che il prodotto da me ottenuto sia identico con quello ricavato dall'alcool allilico, senza però che abbia da essere necessariamente l'aldeide di Lieben e Zeisel.

« La formazione di un'aldeide $C_6 H_{10} O$ dall'alcool allilico si può spiegare a mio modo di vedere, ammettendo che questo composto si trasformi, per una trasposizione molecolare, in aldeide propionica e che questa per ulteriore condensazione dia il prodotto da me ottenuto.

« La trasformazione degli alcoli della formola

$$C_n H_{2n} O$$

in aldeidi della medesima formola empirica è un fatto che è stato osservato più volte ».

CORRISPONDENZA

Ringraziarono per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia delle scienze di Lisbona; la R. Accademia delle scienze di Barcellona; la R. Società zoologica di Amsterdam; la Società filosofica di Cambridge; la Società filosofica americana di Filadelfia; la Società geologica degli Stati Uniti, di Washington; il Museo di Zoologia comparata di Cambridge Mass.; il Museo britannico di Londra; l'Università di Upsala; l'Università di Oxford; la R. Biblioteca palatina di Parma; la Scuola politecnica di Zurigo.

Ringraziò annunciando l'invio delle proprie pubblicazioni:

Il R. Istituto geologico ungherese di Budapest.

D. C.
P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all' Accademia sino al 5 settembre 1886.

Matematica. — *Sulle reciprocità birazionali nello spazio.* Nota II. del dott. Giulio Lazzeri, presentata dal Socio De Paolis.

I. *Le reciprocità nello spazio — Generalità.*

« 1. Sieno S, S′ due spazî sovrapposti; con x, u, C, φ ... indichiamo i punti, i piani, le curve, le superficie .... di S; con x', u', C′, φ' ... i punti, i piani, le curve, le superficie ... di S′.

« Facciamo corrispondere i punti x dello spazio S a quelli x'' di uno spazio S″ per mezzo di una trasformazione razionale (μ, ν) (nella quale cioè ai piani di S corrispondono in S″ le superficie di ordine ν di un sistema omaloidico, e ai piani di S″ corrispondono in S le superficie di ordine μ di un altro sistema omaloidico); e facciamo corrispondere i punti dello spazio S″ ai piani dello spazio S′ per mezzo di una reciprocità ordinaria. Otteniamo così una corrispondenza univoca fra i punti x dello spazio S e i piani u' dello spazio S′, che chiameremo una *reciprocità* (μ, ν). In essa ai piani di S corrispondono in S′ superficie φ'_ν di classe ν, ai punti di S′ corrispondono in S superficie ψ_μ di ordine μ; alle rette r' di S′ corrispondono in S curve C_ν di ordine ν; alle rette r di S corrispondono in S′ superficie sviluppabili σ_μ di classe μ, ecc.

« Per brevità chiamerò polo di un piano u' di S' il punto di S che gli corrisponde e piano polare di un punto x di S il piano u' che gli corrisponde in S'.

« È chiaro che le proprietà delle trasformazioni birazionali fra i punti di due spazî, dànno per questa reciprocità una serie di altre proprietà, che è superfluo enunciare.

« 2. Il luogo dei punti x dello spazio S, che giacciono sul piano corrispondente u' dello spazio S' sovrapposto, è una superficie $G_{\mu+1}$ di ordine $\mu+1$; e l'inviluppo dei piani, che passano per i punti corrispondenti, è una superficie $\Gamma_{\nu+1}$ di classe $\nu+1$.

« Presa infatti una retta r, ai piani di una stella col centro in un suo punto x' corrispondono i punti di una superficie ψ_μ di ordine μ, che taglia la r in μ punti x. Viceversa ogni punto x di r è il polo di un piano u' di S' che incontra la r in un punto x'. Si ha dunque sulla retta r una corrispondenza $(\mu, 1)$; i $\mu+1$ punti uniti di questa corrispondenza sono le intersezioni della retta r colla $G_{\mu+1}$, la quale perciò è di ordine $\mu+1$. Analogamente si dimostra che la $\Gamma_{\nu+1}$ è di classe $\nu+1$.

« 3. Se un punto della superficie $G_{\mu+1}$ si considera come un punto x' di S', i piani che passan per esso hanno per poli i punti di una superficie ψ_μ che passa per x', perchè x' è il polo di uno dei suoi piani.

« Viceversa se per un punto x' passa la superficie ψ_μ corrispondente, essa appartiene alla $G_{\mu+1}$. Dunque:

« La superficie $C_{\mu+1}$ può considerarsi come il luogo dei punti x' dello spazio S', pei quali passa la superficie ψ_μ corrispondente.

« La superficie $\Gamma_{\nu+1}$ può considerarsi come l'inviluppo dei piani u dello spazio S, che toccano la superficie φ'_ν corrispondente.

« 4. Agli ∞^1 punti di una curva fondamentale s^{upla} dello spazio corrispondono ordinatamente in S' ∞^1 sviluppabili γ_s di classe s che inviluppano una superficie Φ che fa parte dell'Iacobiana delle φ'_ν. Gli s piani tangenti, che da un punto di una curva fondamentale s^{upla}, si possono condurre alla sviluppabile corrispondente γ_s sono evidentemente tangenti alla $\Gamma_{\nu+1}$ e la $G_{\mu+1}$ ha quel punto come s^{uplo}. Dunque:

« Ogni punto o linea fondamentale s-upla per la reciprocità nello spazio S è s-upla per la superficie $G_{\mu+1}$.

« Ogni piano o sviluppabile fondamentale s-upla per la reciprocità nello spazio S' è s-upla per la superficie $\Gamma_{\mu+1}$.

« La superficie $G_{\mu+1}$ passa per tutti i punti d'intersezione dei piani fondamentali di S' colle curve corrispondenti.

« La superficie $\Gamma_{\nu+1}$ è tangente a tutti i piani condotti da un punto fondamentale di S' tangenti alle sviluppabili corrispondenti.

« 5. Ai piani u' che passano per una retta r' corrispondono in S i punti di una curva C_ν di ordine ν. Se C_ν incontra la r', il punto comune è il polo di un piano per r', e quindi giace sulla superficie $G_{\mu+1}$. Viceversa ogni retta r' condotta da un punto x della $G_{\mu+1}$ nel piano polare tangente alla $\Gamma_{\nu+1}$ è incontrata in x dalla curva C_ν corrispondente. Dunque:

« La superficie $G_{\mu+1}$ è il luogo dei punti d'incontro delle rette r' dello spazio S' colle curve C_ν corrispondenti.

« La superficie $\Gamma_{\nu+1}$ è l'inviluppo dei piani comuni alle rette r dello spazio S' e alle sviluppabili σ'_μ corrispondenti.

« 6. Una curva C_ν corrispondente a una retta r' incontra la $G_{\mu+1}$ in $(\mu+1)\nu$ punti. Siccome però la $G_{\mu+1}$ contiene le curve fondamentali collo stesso grado di moltiplicità delle ψ_ν, $\mu\nu-1$ di questi punti si trovano sulle curve fondamentali, e i rimanenti $\nu+1$ fuori di esse. Dunque:

« Una curva C_ν corrispondente a una retta r' incontra la superficie $G_{\mu+1}$, fuori delle curve fondamentali, soltanto in $\nu+1$ punti, poli dei piani tangenti condotti dalla r' alla superficie $\Gamma_{\nu+1}$.

« Una sviluppabile σ'_μ corrispondente a una retta r ha in comune colla superficie $\Gamma_{\nu+1}$ soltanto $\mu+1$ piani, non tangenti alle sviluppabili fondamentali, polari dei punti d'incontro della r colla superficie $G_{\mu+1}$.

« Col vertice in un punto x' si può costruire un cono di ordine $\nu+1$. Ad esso corrisponde una curva C_α intersezione della $G_{\mu+1}$ colla ψ_μ corrispondente a x'. L'ordine α della C_α è dato da $\mu(\mu+1)-\beta$ essendo β l'ordine complessivo delle curve fondamentali. In tal modo sulla $G_{\mu+1}$ si ottiene un sistema di ∞^3 curve C_α.

« Analogamente un piano u taglia la $G_{\mu+1}$ secondo una curva di ordine $\mu+1$, alla quale corrisponde la sviluppabile $\sigma'_{\alpha'}$ comune alla $\Gamma_{\nu+1}$ e alla superficie φ'_ν corrispondente ad u. La classe α' di tali sviluppabili è $\nu(\nu+1)-\beta'$, essendo β' la classe complessiva delle sviluppabili fondamentali. — Così si ottiene un sistema di ∞^3 sviluppabili $\sigma'_{\alpha'}$ analogo al sistema di curve C_α.

« Sono evidenti i seguenti teoremi:

« Due curve C_α hanno in comune $\nu+1$ punti non fissi.

« Tali punti sono i poli dei piani tangenti alla $\Gamma_{\nu+1}$ condotti per la congiungente i vertici dei coni corrispondenti alle due curve C_α.

« Una curva C_α e una cur-

« Due sviluppabili $\sigma'_{\alpha'}$ hanno in comune $\mu+1$ piani non fissi.

« Tali piani sono i piani polari dei punti d'incontro della $C_{\mu+1}$ colla retta intersezione dei piani delle due curve corrispondenti alle $\sigma'_{\alpha'}$.

« Una sviluppabile $\sigma'_{\alpha'}$

va C_ν o non s'incontrano, o s'incontrano in $r+1$ punti. ed una σ'_μ o non hanno nessun piano tangente comune, o ne hanno $\mu+1$.

« Infatti se la retta r' corrispondente a C_ν passa per il vertice del cono corrispondente a C_α, si possono condurre per essa a questo cono $r+1$ piani tangenti; se la r' non passa per il vertice del cono suddetto, non si può per essa condurre nessun piano tangente a questo cono.

II. *Reciprocità polari nello spazio.*

« 7. Nel caso della reciprocità lineare le due superficie $G_{\mu+1}$, $\Gamma_{\nu+1}$ sono due quadriche. Può accadere che esse coincidano; allora la reciprocità si chiama reciprocità polare ed ogni piano corrisponde al suo polo rispetto alla quadrica.

« Oltre la reciprocità ordinaria, esistono altre reciprocità polari tali cioè che ogni punto dello spazio S corrisponda al suo piano polare rispetto ad una superficie $P_{\mu+1}$ di ordine $\mu+1$?

« Ammessa l'esistenza di una tale reciprocità, ai punti dello spazio S' (centri di stelle) corrispondono in S le loro superficie prime polari rispetto a $P_{\mu+1}$. Se una sezione piana della $P_{\mu+1}$ ha α_2 punti doppi, α_3 tripli, ..., dovrà essere

$$\sum \frac{r(r+1)}{2}\alpha_{r+1} \leq \frac{\mu(\mu+1)}{2}$$

poichè $\frac{\mu(\mu+1)}{2}$ è il numero massimo di punti doppi che può avere una sezione piana di $P_{\mu+1}$, supposto che questa possa anche spezzarsi. Ma ogni punto $(r+1)$-plo per la superficie $P_{\mu+1}$ è r-plo per tutte le sue prime polari; perciò deve essere

$$\sum \frac{r(\mu+1)}{2}\alpha_{r+1} = \frac{\mu(\mu+3)}{2} - 3$$

e quindi

$$\frac{\mu(\mu+3)}{2} - 3 \leq \frac{\mu(\mu+1)}{2}$$

ossia

$$\mu \leq 3$$

« Oltre il caso in cui è $\mu = 1$, che corrisponde alla reciprocità polare ordinaria, non sono possibili altre reciprocità se $\mu > 3$.

« 8. Se è $\mu = 2$, deve essere $\Sigma \frac{r(r+1)}{2}\alpha_{r+1} = 2$; perciò le sezioni piane della $P_{\mu+1}$ sono cubiche con due punti doppi, ossia si spezzano in una conica e in una retta. Ne segue che la $P_{\mu+1}$ è formata da un piano e da una quadrica. Tutte le quadriche polari della $P_{\mu+1}$ passano per la conica C comune alla quadrica ed al piano che formano la $P_{\mu+1}$, e per formare un sistema

omaloidico devono avere un altro punto comune, il quale è doppio per la $P_{\mu+1}$. Questa è dunque formata da un piano e da un cono quadrico che lo taglia secondo una conica C. Presi per vertici $u_1 = 0$, $u_2 = 0$, $u_3 = 0$ del tetraedro fondamentale tre punti della conica C e per punto $u_4 = 0$ il vertice del cono, l'equazione della $P_{\mu+1}$ può mettersi sotto la forma

$$(x_2 x_3 + x_0 x_1 + x_1 x_2) x_4 = 0 .$$

« Perciò le formule della reciprocità sono

$$\begin{aligned} u'_1 &\equiv x_4 (x_2 + x_3) \\ u'_2 &\equiv x_4 (x_3 + x_1) \\ u'_3 &\equiv x_4 (x_1 + x_2) \\ u'_4 &\equiv x_2 x_3 + x_3 x_1 + x_1 x_2 . \end{aligned}$$

« Da queste si ricavano le inverse

$$\begin{aligned} x_1 &\equiv 2u'_4 (u'_2 + u'_3 - u'_1) \\ x_2 &\equiv 2u'_4 (u'_3 + u'_1 - u'_2) \\ x_3 &\equiv 2u'_4 (u'_1 + u'_2 - u'_3) \\ x_4 &\equiv 2 (u'_2 u'_3 + u'_3 u'_1 + u'_1 u'_2) - (u'^2_1 + u'^2_2 + u'^2_3). \end{aligned}$$

« 9. Se è $\mu = 3$, deve essere $\Sigma \frac{r(r+1)}{2} \alpha_{r+1} = 6$ ossia ogni sezione piana della superficie $P_{\mu+1}$ è del quarto ordine ed ha sei punti doppi, cioè è formata da quattro rette che costituiscono un quadrilatero completo. La $P_{\mu+1}$ deve dunque spezzarsi in quattro piani. Presi questi per piani fondamentali, l'equazione della superficie $P_{\mu+1}$ è

$$x_1 x_2 x_3 x_4 = 0$$

e le formule della reciprocità sono

$$\begin{aligned} u'_1 &\equiv x_2 x_3 x_4 \\ u'_2 &\equiv x_3 x_4 x_1 \\ u'_3 &\equiv x_4 x_1 x_2 \\ u'_4 &\equiv x_1 x_2 x_3 . \end{aligned}$$

« Da queste si ricavano le inverse

$$\begin{aligned} x_1 &\equiv u'_2 u'_3 u'_4 \\ x_2 &\equiv u'_3 u'_4 u'_1 \\ x_3 &\equiv u'_4 u'_1 u'_2 \\ x_4 &\equiv u'_1 u'_2 u'_3 . \end{aligned}$$

III. *Reciprocità nelle quali ogni piano passa per il suo polo.*

« 10. Supponiamo che esista una reciprocità (μ, ν) nella quale ogni punto giace nel piano corrispondente.

« I piani v' che passano per una retta r' dello spazio S' hanno per poli i punti di una curva C_ν, che deve incontrare ogni piano v' in ν punti. Affinchè ciò accada è necessario che $\nu - 1$ piani $v'_1, v'_2, \ldots, v'_{\nu-1}$ per la r' abbiano per poli altrettanti punti $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{\nu-1}$ della r'.

Considerando allora r' come una retta r dello spazio S ai suoi punti corrispondono i piani tangenti a una sviluppabile σ_μ. Per un punto x di r si possono condurre alla σ_μ i piani tangenti $v'_1, v'_2, \ldots, v'_{\nu-1}$ e il piano polare di x. Dunque:

« Le reciprocità nelle quali ogni piano passa per il suo polo sono (ν, ν).

« È facile vedere che il piano v'_i incontra la r' nei punti $x_1, x_2, \ldots, x_{\nu-1}$ ed in uno infinitamente vicino ad x_i. Se ne deduce:

« La superficie corrispondente ad un punto x di S' tocca in x il piano polare di x considerato come appartenente allo spazio S.

« La superficie (inviluppo) corrispondente ad un piano v di S' tocca il piano v nel polo di v considerato come appartenente allo spazio S'.

« Una curva C_ν corrispondente ad una retta r' di S' deve essere razionale, senza punti doppi e senza cuspidi, senza tangenti stazionarie e senza piani osculatori stazionari. Infatti se esistesse un punto doppio o una cuspide, il piano condotto per esso e per la r' taglierebbe la C_ν in $\nu + 1$ punti. Se poi esistesse un piano osculatore stazionario, ovvero una tangente stazionaria, la curva C_ν avrebbe quattro punti z_1, z_2, z_3, z_4 infinitamente vicini sul piano w osculatore stazionario, ovvero osculatore nel punto di flesso, e quindi la superficie (inviluppo) corrispondente a w toccherebbe i quattro piani infinitamente vicini $r'z_1, r'z_2, r'z_3, r'z_4$, cioè possederebbe un piano doppio fuori dei piani o delle sviluppabili principali; e ciò non è possibile se la superficie φ'_ν doveva costituire un sistema omaloidico.

« Chiamando β il numero di cuspidi ed α il numero di piani osculatori stazionari di una curva gobba di genere zero, di ordine ν e di rango r e priva di tangenti stazionarie, è noto che

$$\beta = 2(\nu - 1) - r$$
$$\alpha = 3(r - 2) - 2\nu .$$

« Se deve essere $\beta = 0$, $\alpha = 0$, si trova

$$r = 2(\nu - 1)$$

e quindi

$$0 = 4(\nu - 3)$$

ossia $\nu = 3$. Dunque:

« Esclusi i sistemi nulli, le reciprocità nelle quali ogni piano passa per il suo polo, non possono esser altro che reciprocità (3, 3).

« 11. È facile trovare le formule di una trasformazione (3, 3) nella quale ogni piano passa per il suo polo.

« Tre connessi quaternari

$$a_x u'_\alpha = \Sigma a_{ik} u'_i x_k \quad , \quad b_x u'_\beta = \Sigma b_{ik} u'_i x_k \quad , \quad c_x u'_\gamma = \Sigma c_{ik} u'_i x_k$$
$$(i, k = 1, 2, 3, 4)$$

determinano una rete

$$\lambda\, a_x\, u'_\alpha + \mu\, b_x\, u'_\beta + \nu\, c_x\, u'_\gamma = 0.$$

« Ogni connesso di questa rete stabilisce una proiettività fra i punti di due spazi S, S′: ad un punto x di S corrispondono in queste collineazioni i punti di un piano u', che è quello *appartenente* ad x rispetto a tutti i connessi della rete, e ad un piano u' di S′ corrispondono nelle collineazioni stesse i piani di una stella il cui centro x è il punto *appartenente* ad u' rispetto a tutti i connessi della rete.

« Resta così stabilita una reciprocità fra i punti x dello spazio S e i piani u' dello spazio S′ e le formule di trasformazione si ottengono ponendo le u'_i proporzionali ai minori della matrice

$$\left\| \begin{matrix} \Sigma\, a_{1i}\, x_i & \Sigma a_{2i}\, x_i & \Sigma a_{3i}\, x_i & \Sigma a_{4i}\, x_i \\ \Sigma\, b_{1i}\, x_i & \Sigma b_{2i}\, x_i & \Sigma b_{3i}\, x_i & \Sigma b_{4i}\, x_i \\ \Sigma\, c_{1i}\, x_i & \Sigma c_{2i}\, x_i & \Sigma c_{3i}\, x_i & \Sigma c_{4i}\, x_i \end{matrix} \right\|,$$

e le x_i proporzionali ai minori dell'altra

$$\left\| \begin{matrix} \Sigma\, a_{i1}\, u'_i & \Sigma a_{i2}\, u'_i & \Sigma a_{i3}\, u'_i & \Sigma a_{i4}\, u'_i \\ \Sigma\, b_{i1}\, u'_i & \Sigma b_{i2}\, u'_i & \Sigma b_{i3}\, u'_i & \Sigma b_{i4}\, u'_i \\ \Sigma\, c_{i1}\, u'_i & \Sigma c_{i2}\, u'_i & \Sigma c_{i3}\, u'_i & \Sigma c_{i4}\, u'_i \end{matrix} \right\|.$$

« Tale reciprocità è dunque (3, 3).

« S la rete contiene il *connesso identico*

$$u'_x = u'_1\, x_1 + u'_2\, x_2 + u'_3\, x_3 + u'_4\, x_4 = 0,$$

cioè se ha per equazione

$$\lambda\, a_x\, u'_\alpha + \mu\, b_x\, u'_\beta + \nu\, u'_x = 0$$

è evidente che definisce una reciprocità nella quale ogni punto giace sul piano corrispondente.

« In tale caso le formule di trasformazione si hanno ponendo le u'_i o le x_i proporzionali ai minori delle due matrici

$$\left\| \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ \Sigma_i\, a_{1i}\, x_i & \Sigma a_{2i}\, x_i & \Sigma a_{3i}\, x_i & \Sigma a_{4i}\, x_i \\ \Sigma_i\, b_{1i}\, x_i & \Sigma b_{2i}\, x_i & \Sigma b_{3i}\, x_i & \Sigma b_{4i}\, x_i \end{matrix} \right\|,$$

$$\left\| \begin{matrix} u'_i & u'_2 & u'_3 & u'_4 \\ \Sigma\, a_{i1}\, u'_i & \Sigma a_{i2}\, u'_i & \Sigma a_{i3}\, u'_i & \Sigma a_{i4}\, u'_i \\ \Sigma\, b_{i1}\, u'_i & \Sigma b_{i2}\, u'_i & \Sigma b_{i3}\, u'_i & \Sigma b_{i4}\, u'_i \end{matrix} \right\|.$$

Matematica. — *Sopra una serie di superficie rappresentabili punto per punto sopra un piano.* Nota I. di PIETRO VISALLI, presentata dal Socio Cremona.

« 1. Sieno σ, σ' due piani Cremoniani isografici di grado n, e dei punti fondamentali di questi due piani, che dirò punti C, D′, ve ne sieno x_1 (rispettivamente x'_1) semplici, x_2 (x'_2) doppi, ..., x_r r-pli ($x'_{r'}$ r'-pli).

« Sia data inoltre una stella Q in corrispondenza Cremoniana reciproca di grado m col piano σ (1), e vi sieno nella stella, y'_1 piani fondamentali semplici, y'_2 doppi, ..., $y'_{s'}$, s'-pli, e nel piano σ y_1 punti semplici, y_2 doppi,..., y_s s-pli. In quel che segue, supporrò che questi punti fondamentali di σ, che dirò S, non coincidano con i punti C. Si hanno le note relazioni (2):

$$\Sigma r^2 x_r = \Sigma r'^2 x'_{r'} = n^2 - 1\,, \qquad \Sigma r x_r = \Sigma r' x'_{r'} = 3\,(n-1)$$

$$\Sigma s^2 y_s = \Sigma s'^2 y'_{s'} = m^2 - 1\,, \qquad \Sigma s y_s = \Sigma s' y'_{s'} = 3\,(m-1)\,.$$

« Le rette, che uniscono ogni punto di σ col corrispondente di σ', formano una congruenza $\Sigma \equiv (\sigma, \sigma')$ dell'ordine $n+2$ e della classe n (3), e fra le rette di questa congruenza ed i piani di Q vi è una corrispondenza univoca. Dando ad m e n valori arbitrarî, si ottiene una numerosa serie di superficie, le quali sono il luogo dei punti ove le rette di Σ segano i piani corrispondenti di Q.

« In questa breve Nota mi propongo lo studio di queste superficie, che dirò ψ, delle quali il sig. Jung ha dato la genesi (4).

« 2. Le rette di Σ, che passano per un punto D′ fondamentale r'-plo di σ', formano un cono d'ordine r', al quale corrisponde in Q un cono della classe $r'm$; quindi la superficie ψ ha un punto $r'm$-plo in D′.

« Tenendo conto che per il vertice della stella Q passano $n+2$ rette di Σ, si può dire: Sulla superficie ψ vi sono x'_1 punti m-pli, x'_2 $2m$-pli, ..., $x'_{r'}$ $r'm$-pli ed un punto $(n+2)$-plo.

« Se S è un punto fondamentale s-plo di σ, alla retta SS′ di Σ corrispondono tutti i piani, che inviluppano il cono della classe s di Q, che corrisponde ad S: dunque nella congruenza abbiamo y_1 rette fondamentali semplici, y_2 doppie, ..., y_s s-ple, le quali rette, che dirò s, sono rispettivamente rette semplici, doppie, ..., s-ple della superficie ψ.

« Tutte le rette di Σ, che passano per un punto C fondamentale r-plo

(1) Jung, *Sulle superficie generate da due sistemi Cremoniani reciproci di grado* m. Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, 1885, p. 762.

(2) Cremona, *Sulle trasformazioni geometriche delle figure piane.* Accademia di Bologna, serie II, Tomo 5.

(3) Hirst, *On Cremonian congruences.* Proceedings of the London Math. Society, vol. XIV.

(4) Jung, l. c. Nota III, pag. 810. In questa Nota il sig. Jung fa conoscere che la superficie ψ ha un punto $(n+2)$-plo in Q, e che nel caso in cui $m=n=1$, essa è del quinto ordine.

di σ, formano un cono di ordine r, alle generatrici del quale corrisponde un piano γ di Q, che è così fondamentale r-plo nella corrispondenza (Σ, Q). Il piano γ sega il cono corrispondente secondo una curva d'ordine r, la quale fa parte dell'intersezione $\psi\gamma$; quindi sulla superficie ψ abbiamo altre x_1 rette, ed x_2 coniche, ..., x_r curve piane di ordine r.

« I piani della stella Q, che dirò piani π, fondamentali nella corrispondenza (σ, Q), lo sono ancora nell'altra (Σ, Q); e se π è s'-plo nella prima corrispondenza, ad esso corrisponderà in Σ una superficie formata dalle rette, che uniscono i punti della curva fondamentale di σ d'ordine s', con i corrispondenti di σ', che si trovano sopra una curva di ordine ns'. Essendo questa superficie d'ordine $(n+1)s'$, perchè sul piano σ oltre alla curva d'ordine s' vi sono altre ns' rette della superficie, ne segue che: Un piano π fondamentale s'-plo nella corrispondenza (σ, Q) è fondamentale $s'(n+1)$-plo nell'altra (Σ, Q).

« 3. Se un piano di Q descrive un fascio, la retta corrispondente di Σ descriverà una superficie d'ordine $m(n+1)$, luogo delle rette, che uniscono i punti della curva d'ordine m di σ, che al fascio corrisponde, con i punti corrispondenti di σ', che si trovano sopra una curva dell'ordine mn. Viceversa a tutte le rette di Σ, che si appoggiano ad una retta p corrispondono piani, che inviluppano un cono di classe $m(n+1)$. Infatti il luogo dei punti, ove le rette, che si appoggiano a p, segano il piano σ, è una curva dell'ordine $n+1$ (perchè sopra una retta r di σ, che passa pel punto $p\sigma$, oltre al punto $p\sigma$ per il quale passa una retta di Σ che si appoggia a p, ve ne sono altri n, gli n punti ove r sega le n rette di Σ situate sul piano pr); ed a questa curva di σ corrisponde in Q un cono di classe $m(n+1)$.

« Il grado della corrispondenza (Σ, Q) è $m(n+1)$.

« Presa una retta p dello spazio e dato un punto A sopra di essa, per questo punto passano $n+2$ rette di Σ, alle quali corrispondono $n+2$ piani di Q, che segano p in altrettanti punti, che dirò A'. Reciprocamente dato un punto A', ai piani di Q, che passano per A' corrisponde una superficie d'ordine $m(n+1)$ di Σ, che sega p in $m(n+1)$ punti A. Vi sono dunque sopra p, $m(n+1)+n+2=(m+1)(n+1)+1$ punti A, ciascuno dei quali coincide con uno dei suoi corrispondenti; cioè:

« L'ordine della superficie ψ è $(m+1)(n+1)+1$.

« 4. La superficie ψ, oltre alle rette fondamentali s ed alle altre x_1, contiene altre rette semplici, che sono quelle rette di Σ, per ciascuna delle quali passa il piano che ad essa corrisponde.

« Projettando dal vertice della stella Q le rette di Σ, si ottiene una stella, che dirò Q_1, la quale è in corrispondenza (n, 1) di grado $(n+1)m$ con la stella Q. Vi sono perciò $(n+1)m+n+1$ [1] piani di Q_1 ciascuno

[1] Vedi una mia Memoria. *Sulle trasformazioni geometriche piane v*-ple. Messina, 1884.

dei quali coincide con uno dei suoi n corrispondenti di Q; cioè vi sono $(n+1)(m+1)$ rette di Σ, che chiamerò rette p, ciascuna delle quali si trova sul piano che ad essa corrisponde, e che giacciono per intiero sulla superficie.

« 5. Sul piano σ vi è un numero infinito di rette di Σ, che inviluppano una curva della classe $n+1$, che ha la retta $\sigma\sigma'$ per tangente n-pla. A questa curva corrisponde in Q un cono di classe mn, ed il luogo dei punti ove le tangenti dell' inviluppo segano i piani corrispondenti del cono è una curva dell'ordine $mn+n+1 = n(m+1)+1$, la quale insieme alla curva, che dirò φ_{m+1}, di ordine $m+1$, che è il luogo dei punti uniti di σ nella corrispondenza (σ, Q) [1], formano l'intersezione di σ con ψ.

« Similmente si vede che il piano σ' sega ψ secondo due curve rispettivamente di ordine $mn+1$, $m+n+1$.

« 6. La superficie ψ si può rappresentare punto per punto sopra un piano per esem. sul piano σ. Ogni punto A′ di σ è immagine di quel punto di ψ, ove la retta di Σ, che passa per A′ e non giace su σ, sega il suo piano corrispondente; e viceversa un punto A di ψ, ha per corrispondente un sol punto di σ, che è quello ove la retta di Σ, che passa per A e che sega in A il suo piano corrispondente, incontra il piano σ. A tutti i punti di una retta s o di una retta p di ψ corrisponde il punto S o P, ove la retta sega il piano σ. Però oltre a queste rette fondamentali, abbiamo su ψ altre curve piane fondamentali, e precisamente x_1 rette, x_2 coniche,..., x_r curve d'ordine r, alle quali corrispondono i punti fondamentali C.

« Le rette di Σ, che si appoggiano ad una retta di σ, formano una superficie d'ordine $n+1$ alla quale corrisponde in Q un cono di classe m; quindi il luogo dei punti di ψ, che corrispondono ai punti di una retta di σ, è una curva gobba dell'ordine $m+n+1$, che non incontra le curve fondamentali di ψ ed è di genere zero.

« Queste curve gobbe hanno in generale a due a due un punto in comune; ma se corrispondono a due rette, che passano per un punto fondamentale, per es. r-plo, esse saranno composte della curva fondamentale e di una curva gobba d'ordine $m+n+1-r$, e queste due curve gobbe d'ordine $m+n+1-r$ non avranno alcun punto in comune.

« La curva corrispondente alla retta $\sigma\sigma'$, è piana e giace sul piano σ' (5). Un piano qualunque sega una curva gobba di ψ corrispondente ad una retta di σ in $m+n+1$ punti; quindi l'ordine delle curve di σ (che dirò α) immagini delle sezioni piane di ψ è $m+n+1$. Queste curve passano con r rami per ogni punto fondamentale r-plo C, con s rami per ogni

[1] Jung. l. c. pag. 773.

punto S s-plo, e semplicemente per i punti P; sicchè due di esse, oltre che nei punti fondamentali si segano in altri.

$$(m+n+1)^2 - \Sigma r^2 x_r - \Sigma s^2 y_s - (m+1)(n+1) = (m+1)(n+1)+1,$$

punti, che corrispondono a quelli ove si segano le due sezioni piane. Il genere delle curve α è

$$p = \tfrac{1}{2}(m+n)(m+n-1) - \tfrac{1}{2}\Sigma r(r-1)x_r - \tfrac{1}{2}\Sigma s(s-1)y_s = (m+1)(n+1)-3$$

e poichè le sezioni piane sono dello stesso genere delle loro immagini α, è necessario che esse, oltre ai punti doppi, tripli, ..., s-pli nei punti ove segano le rette fondamentali multiple di ψ, abbiano altri

$$d = \tfrac{1}{2}(mn+m+n)(mn+m+n-1) - \frac{m}{2}(m-3)+1$$

punti doppi. Quindi:

« La curva doppia di ψ è una curva gobba dell'ordine d.

« 7. Abbiamo detto che ad un punto C fondamentale r-plo di σ, corrisponde in ψ una curva φ_r d'ordine r, la quale essendo razionale à $\frac{1}{2}(r-1)(r-2)$ punti doppi, per i quali passa la curva doppia. Se γ è il piano della curva φ_r, questo piano sega ψ secondo un' altra curva φ' dell'ordine $(m+1)(n+1)+1-r$. Tra il piano γ ed il piano σ esiste una corrispondenza $(n+2, 1)$ di grado $n+1$; nel piano σ vi sono i punti fondamentali C ed altri n punti fondamentali semplici, che sono quelli ove le rette di Σ, che stanno sopra γ incontrano σ; ma mancano le curve fondamentali e perciò in γ non vi sono punti fondamentali. Ad un punto della curva fondamentale φ_r corrisponde un punto infinitamente vicino a C ed altri $n+1$ punti congiunti, il luogo dei quali è la curva congiunta a C di ordine $r(n+1)$, che passa con r^2+1 rami per C [1]. Le rette, che uniscono i punti di questa curva congiunta a C, con i corrispondenti della curva φ_r, formano una superficie dell' ordine $r(n+1)+nr$, alla quale corrisponde in Q un cono della classe $mr(n+1)$. I punti, ove le rette di questa superficie, segano i piani tangenti corrispondenti del cono, formano un luogo d'ordine $(n+1)r+nr+mr(n+1)$, il quale è composto delle n rette di Σ situate su γ, ciascuna contata r volte, e di una curva gobba d'ordine $r(n+1)(m+1)$.

« Poichè la curva congiunta a C passa con r^2+1 rami per C; si ha che sulla curva φ_r vi sono $r(n+1)(m+1)-(r^2+1)$ punti, per ciascuno dei quali passa una retta di Σ, non passante per C, ed il piano che ad essa corrisponde in Q. Per questi punti, che sono punti doppi di ψ, passa la curva φ', la quale sega φ_r in altri $r+1$ punti, che corrispondono ai punti infinitamente vicini a C, per i quali passa la sua immagine, che è sempre dell'ordine $m+n+1$.

[1] Vedi la mia Memoria citata.

« Questa immagine è del genere $p - r$, quindi la curva φ' à

$$d - \{ r(mn + m + n) - \tfrac{1}{2} r(r+1) \} \text{ punti doppi.}$$

« 8. Ad ogni punto della curva doppia di ψ, corrispondono due punti di σ, il luogo dei quali è la curva immagine della curva doppia. Poichè la curva doppia sega un piano in d punti, la sua immagine deve segare l'immagine della sezione piana in $2d$ punti fuori dei punti fondamentali. Dinotando con N l'ordine dell'immagine della curva doppia, con ω_r, ω_s, ω il numero dei rami con cui passa per un punto fondamentale C, S, P, si deve avere:

$$(m + n + 1)\,\mathrm{N} - \Sigma r\omega_r x_r - \Sigma s\omega_s y_s - (m+1)(n+1)\,\omega = 2d.$$

« Ora abbiamo visto (7) che la curva doppia sega la curva φ' situata sul piano γ di Q, che corrisponde al punto fondamentale r-plo C, in $d - \{ r(mn + m + n) - \frac{1}{2} r(r+1) \}$ punti, a ciascuno dei quali corrisponde una coppia di punti situati sopra l'immagine di φ', ed in altri $r(m+1)(n+1) - (r^2 + 1)$ a ciascuno dei quali corrisponde un sol punto dell'immagine di φ', non coincidente con C; sicchè, tenendo conto che questa immagine passa con $r + 1$ rami per C, si ha:

$$(m + n + 1)\,\mathrm{N} - \Sigma r\omega_r x_r - \Sigma s\omega_s y_s - (m+1)(n+1)\,\omega - \omega_r =$$
$$= 2d - 2r(mn + m + n) + r(r+1) + r(m+1)(n+1) - r^2 - 1.$$

« Da queste due relazioni si ottiene:

$$\omega_r = r(mn + m + n - 2) + 1\,.$$

« Con analoghe considerazioni si ricava che le curve immagini delle sezioni di ψ fatte con piani, che passano per una retta di ψ, per esempio k-pla, hanno un punto $(k+1)$-plo nel punto fondamentale corrispondente alla retta; e che

$$\omega_s = s(mn + m + n - 1)\,, \qquad \omega = \omega_1 = mn + m + n - 1\,.$$

« Dalla prima delle due equazioni precedenti, ricaviamo per l'ordine della curva immagine della curva doppia:

$$\mathrm{N} = (m + n)(mn + m + n - 1) + mn + 1\,.$$

Matematica. — *Sopra una serie di superficie rappresentabili punto per punto sopra un piano.* Nota II. di Pietro Visalli, presentata dal Socio Cremona.

« In una precedente Nota abbiamo studiato una serie di superficie omaloidi, luogo dei punti d'intersezione delle rette di una congruenza $\Sigma \equiv (\sigma, \sigma')$ (generata da due piani Cremoniani isografici di grado n, σ, σ') con i piani corrispondenti di una stella Q, la quale era in corrispondenza Cremoniana reciproca di grado m col piano σ.

« Un'altra serie di superficie, che dirò ψ_1, si può ottenere se la congruenza Σ è generata da due stelle Cremoniane isografiche di grado n, e se la stella Q è in corrispondenza Cremoniana isografica di grado m con la stella S [1].

« Queste superficie si possono anche definire come il luogo dei punti ove si segano tre piani corrispondenti delle tre stelle S, S′, Q.

« 1. Dinotiamo con α e β i piani fondamentali di S ed S′, e con γ e δ quelli di S e Q; e supponiamo che i piani γ non coincidano con i piani α. Dei piani α (rispettivamente β) ve ne sieno x_1 (x'_1) semplici, x_2 (x'_2) doppi, ..., x_r r-pli ($x'_{r'}$ r'-pli), e dei piani γ (risp. δ) ve ne sieno y_1 (y'_1) semplici, y_2 (y'_2) doppi, ..., y_s s-pli ($y'_{s'}$ s'-pli); ove i numeri x_r ($x'_{r'}$), y_s ($y'_{s'}$) sono legati dalle note relazioni:

$$\Sigma r^2 x_r = \Sigma r'^2 x'_{r'} = n^2 - 1\,, \qquad \Sigma r x_r = \Sigma r' x'_{r'} = 3\,(n-1)$$
$$\Sigma s^2 y_s = \Sigma s'^2 y'_{s'} = m^2 - 1\,, \qquad \Sigma s y_s = \Sigma s' y'_{s'} = 3\,(m-1)\,.$$

« La congruenza $\Sigma \equiv (S, S')$ è dell'ordine n e della classe $n+2$, e fra Σ e la stella Q vi è una corrispondenza univoca di grado $m(n+1)$ [2]; cioè alle rette di Q corrispondono superficie di ordine $m(n+1)$ in Σ, ed alle rette di Σ, che si appoggiano ad una retta qualunque, corrispondono coni della classe $m(n+1)$.

« I piani δ di Q sono piani fondamentali nella corrispondenza (Σ, Q); però se δ è un piano s'-plo di Q nella corrispondenza (S , Q), ad esso corrisponde una superficie d'ordine $(n+1)\,s'$ in Σ, e quindi sulla superficie ψ_1 vi sono y'_1 curve piane d'ordine $(n+1)$, y'_2 curve piane d'ordine 2 $(n+1)$, ..., $y'_{s'}$ curve piane d'ordine $(n+1)\,s'$.

« Se c è una retta ove un piano γ di S, fondamentale s-plo nella corrispondenza (S, Q), sega il suo piano corrispondente di S′, ad essa corrisponderà in Q un cono della classe s; quindi in Σ abbiamo y_1 rette fondamentali semplici, y_2 doppie, ..., y_s s-ple; le quali sono rette di ψ_1 e rispettivamente semplici, doppie, ..., s-ple.

« Sopra un piano α fondamentale r-plo di S, vi è un numero infinito di rette di Σ, che inviluppano una curva di classe r, alla quale corrisponde un piano α' di Q, che è perciò fondamentale r-plo nella corrispondenza (Σ, Q) e la retta $\alpha\alpha'$ è retta r-pla di ψ_1. Dunque: La superficie ψ_1 contiene altre x_1 rette semplici, x_2 rette doppie, ..., x_r rette r-ple, che dirò rette a.

« Similmente le rette di Σ, che si trovano sopra un piano β fondamentale r'-plo di S′, formano una curva della classe r' alla quale corrisponde in Q un cono di classe $r'm$; quindi sulla superficie ψ_1 vi sono altre

[1] Jung. Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, 1885, pag. 810.

[2] In questa Nota accennerò brevemente i risultati, avendo seguìto per ottenerli, lo stesso metodo che nella Nota precedente.

x'_1 curve piane d'ordine $(m+1)$, x'_2 d'ordine $2(m+1), \ldots,$ $x'_{r'}$ d'ordine $r'(m+1)$.

« Oltre alle rette fondamentali c, ed alle rette a, la superficie ψ_1 contiene altre rette semplici, che sono quelle per le quali passano tre piani corrispondenti. Projettando dal vertice della stella Q, le rette di Σ, si ottiene una stella, che dirò Q_1, la quale è in corrispondenza $(n+2, 1)$ di grado $m(n+1)$ con la stella Q. Vi sono perciò $m(n+1)+n+2+1 = (m+1)(n+1)+2$ piani di Q_1, ciascuno dei quali coincide con uno degli $n+2$ suoi corrispondenti; cioè vi sono $(n+1)(m+1)+2$ rette che dirò p, le quali giacciono su ψ_1, e per ciascuna delle quali passano tre piani corrispondenti.

« Per il vertice Q della stella Q, passano n rette di Σ; quindi Q è un punto n-plo di ψ_1; e similmente si vede che S ed S′ sono punti rispettivamente mn-plo ed m-plo di ψ_1. Col solito metodo si ottiene che questa superficie ψ_1 è dell'ordine $(m+1)(n+1)-1$.

« 2. La superficie ψ_1 si può rappresentare punto per punto sopra un piano ε, che supporremo essere correlativo alla stella S, e quindi in corrispondenza Cremoniana reciproca di grado m (rispet. n) con la stella Q (rispet. S′).

« In tal modo ogni punto M di ε, è immagine di quel punto di ψ_1, ove si segano i tre piani, che corrispondono ad M (uno in ogni stella), e viceversa.

« Tutti i punti di una retta p di ψ_1 hanno per immagine quel punto P di ε, che corrisponde ai tre piani, che passano per p; e similmente alle rette c ed a di ψ corrispondono punti di ε, che dirò C ed A.

« Se un punto di ε descrive una retta, il suo corrispondente in ψ_1, descriverà una curva gobba dell'ordine $m+n+1$ e di genere zero, la quale è il luogo dei punti comuni a tre piani corrispondenti, che appartengono rispettivamente al fascio di S, al cono di classe n di S′ ed al cono di classe m di Q, che alla retta di ε corrispondono.

« Le curve immagini delle sezioni piane di ψ_1 sono dell'ordine $m+n+1$, passano semplicemente per i punti P, con r rami per ogni punto A r-plo (cioè immagine di una retta r-pla a) e con s rami per ogni punto C s-plo; sicchè due di esse si segano fuori dei punti fondamentali P, C, A, in altri $(m+n-1)^2 - \Sigma r^2 x_r - \Sigma s^2 y_s - (m+1)(n+1) - 2 = (m+1)(n+1) - 1$ punti, che sono i corrispondenti a quelli ove si segano le due corrispondenti sezioni piane.

« Tenendo conto che una sezione piana è dello stesso genere della sua immagine, si trova che la curva doppia di ψ_1 è una curva gobba dell'ordine

$$\tfrac{1}{2}(mn-1)(mn+2m+2n-2) \text{ (1)}.$$

(1) La curva doppia passa rispettivamente con $\frac{1}{2}mn(mn-1)$, $\frac{1}{2}m(m-1)$, $\frac{1}{2}n(n-1)$ rami per i vertici delle stelle S, S′, Q.

« Per ogni punto della curva doppia passano due terne di piani corrispondenti; quindi ogni punto di detta curva ha due punti corrispondenti in ε, il luogo dei quali è una curva, immagine della curva doppia, dell'ordine $(m+n)(mn+m+n-3)+mn-1$, che passa con $k(mn+m+n-3)$ rami per ogni punto fondamentale k-plo di ε ».

Fisica. — *Sull'influenza che produce la densità non uniforme dei corpi sulle misure relative alla componente orizzontale del magnetismo terrestre e alla gravità.* Nota del dott. ARNOLFO MORGHEN, presentata dal Socio BLASERNA.

« In tutte le ricerche nelle quali si tratta di studiare il moto di un corpo che oscilla attorno ad un asse fisso, e tali sono le ricerche sul magnetismo terrestre e sulla gravità, è necessario prendere in considerazione il momento di inerzia del corpo oscillante. E questo introduce una causa di errore nei risultati che si ottengono, se, come si fa generalmente, si valutano i momenti d'inerzia dalla forma dei corpi supposti omogenei.

« Ora siccome sulla omogeneità delle diverse parti di un corpo regna generalmente grande incertezza, si può domandarsi: o non sarebbe più opportuno eliminarne totalmente l'influenza nelle ricerche sperimentali?

« Intanto, per quel che riguarda il magnetismo terrestre, faccio riflettere che Gauss nella sua classica Memoria, *Intensitas vis magneticae ad mensuram absolutam revocata* (1), descrive un metodo per determinare la componente orizzontale del magnetismo terrestre nel quale non entra in considerazione la omogeneità del corpo oscillante. Egli esperimenta così: aggiunge all'ago magnetico due pesi eguali simmetricamente posti rispetto a questo, e determina il tempo di oscillazione del sistema: poi fa variare egualmente le distanze dei due pesi dall'asse del moto, e determina di nuovo il tempo di oscillazione del sistema.

« Combinando le due equazioni dedotte da queste due esperienze con quella avuta facendo oscillare l'ago magnetico solo, egli ha tre equazioni con tre incognite delle quali una è il momento d'inerzia dell'ago, e di questa appunto trova il valore.

« Nonostante il suo vantaggio grandissimo questo metodo non è stato che poco adoperato dagli sperimentatori, a cagione della difficoltà di misurare esattamente la distanza fra i pesi nelle due esperienze, e per altre ragioni ancora.

(1) Carl Friedrich Gauss, *Werke* herausgegeben von der königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, 1877, vol. V, pag. 81.

« In proposito a questo metodo di Gauss il Lamont, nella sua importantissima opera sul magnetismo terrestre (1), conclude al paragrafo 61 in questo modo: « È dubbio quale metodo sia il più vantaggioso per determinare il momento di inerzia; si potrebbe accordare la preferenza a prima vista all'ultimo (metodo di Gauss descritto ora): per altro è necessario riflettere a questo: che esso è molto minuzioso e laborioso: di più deve qui considerarsi come risultato di esperienza, che si può ottenere una sicura determinazione della durata di oscillazione soltanto quando tutte le parti del sistema oscillante di corpi sieno collegate rigidamente fra loro. Ove le singole parti sieno attaccate al sistema in modo che esse possono prendere di per sè un movimento oscillatorio, disturberanno le oscillazioni del sistema, che come al solito, diminuiranno più irregolarmente e più rapidamente. Per queste ragioni io preferisco la determinazione del momento d'inerzia mediante l'anello ».

« Giustissime sono le ragioni addotte dal Lamont; però credo che il vantaggio proprio soltanto di tal metodo, dell'essere cioè indipendente dalla omogeneità di tutte le parti del corpo oscillante, sia tanto grande, che valga davvero la pena di studiare un modo di impedire quei movimenti oscillatorî secondarî che perturbano quello principale, senza che perda in esattezza la misura della distanza dei due pesi.

« Per quel che si riferisce alla misura della gravità per mezzo del pendolo, vi è prima di tutto da notare che i metodi principalmente usati per eseguirla dagli sperimentatori sono cinque.

« Il primo metodo è quello nel quale si usa un pendolo immutabile, di cui cioè non può cambiarsi nè la forma nè la posizione dell'asse di sospensione. E tale è il tipo del pendolo di Borda col quale egli eseguì delle misure dell'accelerazione dovuta alla gravità, assai precise per i suoi tempi, seguendo l'insegnamento di Huyghens (2) che già aveva accennato a quest'uso importantissimo del pendolo. Anche il prof. Respighi nella sua recente determinazione del valore della gravità a Roma (3) si è servito di un pendolo simile.

« Però con apparecchi di tal genere non si può in modo alcuno evitare l'errore proveniente dal non essere la densità uniforme in tutte le parti della massa pendolare, e che si fa sentire tanto nella valutazione del momento d'inerzia, quanto nella determinazione della posizione del centro di gravità della massa medesima.

« Il secondo metodo è quello di Kater (4) che consiste nel fare uso di

(1) *Handbuch des Erdmagnetismus*, Berlin, Veit et Comp., 1849.

(2) *Horologium oscillatorium.*

(3) Atti della R. Accademia dei Lincei, anno CCLXXIX (1881-82) vol. XII, pag. 346.

(4) Philosophical Transactions, 1818.

un pendolo a reversione, col quale evidentemente non si ha da fare coll'errore dovuto alla densità non uniforme nelle parti della massa pendolare, non entrando in considerazione nei calcoli il valore del momento d'inerzia del pendolo.

« Vien poi un terzo metodo, quello di Finger [1], che consiste nel fare uso di un pendolo ordinario che porta sull'asta due corsoi mobili di massa diseguale.

« Riguardo a questo metodo Finger ha enunciato il seguente teorema: se si pongono i due corsoi in una posizione relativa tale che il tempo di oscillazione del pendolo non muti scambiandoli fra loro, la somma delle distanze dei loro centri di gravità dall'asse di sospensione è eguale alla lunghezza del pendolo semplice isocrono con questo sistema.

« Mi sembra che questo teorema si potrebbe enunciare più semplicemente, notando che si può fare uso di un solo corsoio che si mette in due diverse posizioni opportune.

« In tal metodo non entra in considerazione la omogeneità per quel che si riferisce al momento d'inerzia, ma vi entra invece per la determinazione del centro di gravità dei corsoi.

« Il quarto metodo ha di caratteristico ciò; che si fa uso di una stessa massa pendolare sospesa ad un filo che si può accorciare di una quantità misurabile con grandissima esattezza. Tal metodo è stato ideato da Hatton, adoperato per la prima volta da Whitehurst, poi da Zach e da Bessel [2], e finalmente dai professori Pisati e Pucci [3].

« In astratto però con tal metodo non è possibile togliere l' influenza del diverso valore che ha la densità nelle varie parti della massa pendolare, come è facile a verificare.

« Infatti se si ha un pendolo formato da una massa pendolare M attaccata ad un filo di peso trascurabile, e che si possa allungare di una quantità misurabile con molta precisione, si avrà in generale per la durata t dell'oscillazione di questo pendolo:

$$t = \pi \sqrt{\frac{K + M l^2}{M l g}}$$

ove l è la distanza del centro di gravità del pendolo dall'asse di sospensione, K è il momento d' inerzia della massa pendolare rispetto al suo centro di gravità, g l'accelerazione dovuta alla gravità.

« Allungando il pendolo di una quantità determinata L otterremo un altro tempo di oscillazione t_1, e sarà:

$$t_1 = \pi \sqrt{\frac{K + M (l + L)^2}{M (l + L) g}} .$$

(1) Wiener Akademischer Anzeiger, 1881, n. 14 e Carl's, *Repertorium* vol. 18, pag. 62.
(2) Gehler's, *Physikalisches Wörterbuch*, vol. VI, pag 1257 e vol. VII, pag. 360, 361.
(3) Atti della R. Accademia dei Lincei, anno CCLXXX (1882-83), vol. XV, pag. 57-231.

« Da queste equazioni possiamo eliminare o K o l, e avere così il g espresso mediante una delle quantità l o K; vale a dire che nel caso pratico o si deve determinare la distanza del centro di gravità del pendolo dal punto attorno a cui oscilla, o il suo momento d'inerzia. In ogni modo, come è chiaro, entra in considerazione la distribuzione delle densità nei diversi punti della massa pendolare.

« Finalmente il quinto metodo è quello proposto dal Govi, su di cui riferisce il Faye [1], e consiste nel fare uso di un'asta rigida oscillante attorno ad un asse invariabile, e lungo la quale si può fissare successivamente in quattro posizioni diverse un corsoio pesante determinando i quattro tempi di oscillazione che si ottengono. Si hanno così quattro equazioni colle quali si trovano direttamente i momenti d'inerzia della massa pendolare e dell'asta del pendolo.

« Si noti qui che se sperimentando col pendolo adoperato dai professori Pisati e Pucci si prendono tre lunghezze diverse del filo anzichè due, le tre equazioni che si ottengono sono sufficienti per rendere il valore di g indipendente dal fatto che la massa pendolare ha densità diverse nei diversi suoi punti, e il metodo coincide coll'ultimo citato, salvochè in quello abbiamo una quarta equazione dovuta all'essere l'asta del pendolo, messa in sostituzione del filo, di peso non trascurabile.

« Volendo aggiungere a queste considerazioni generali una prova di fatto che l'influenza della quale si tratta in questa Nota non è trascurabile, quando si adoperano delle masse metalliche come pendoli, ho studiato il caso di un pendolo costituito da una sbarra metallica, in forma di cilindro circolare, oscillante attorno ad un diametro di una delle sue basi. Faccio osservare che ho scelto questo pendolo, che in sostanza appartiene alla prima delle categorie considerate, non perchè sia quello usato nella pratica dagli sperimentatori, nè perchè sia il più opportuno; ma soltanto per la ragione che io aveva già le determinazioni di densità delle parti di varie sbarre cilindriche, precisamente quelle che mi avevano servito nelle esperienze riferite in altra mia Nota [2].

« Pertanto chiamando $_2l$ la lunghezza dell'asse del cilindro da me scelto come pendolo e supposto di densità uniforme, M la sua massa, K il suo momento d'inerzia rispetto al centro di gravità, e indicando con λ la lunghezza del pendolo semplice ad esso isocrono, si ha:

$$\lambda = \frac{K + M l^2}{M l}.$$

« Se invece la densità varia in questo cilindro da un punto all'altro come nella sbarra considerata nella mia Nota ora citata, e si chiama x la distanza

[1] Comptes rendus de l'Académie des sciences de Paris, vol. LXXXI, pag. 105.
[2] Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, anno 1884-85, pag. 616 e seg.

fra il centro di gravità e il centro geometrico della sbarra, il momento d'inerzia di questa rispetto all'asse di sospensione sarà:

$$K + M(l + x)^2$$

e il momento statico:

$$M(l + x).$$

« Allora la lunghezza del pendolo semplice isocrono colla sbarra è:

$$\lambda_1 = \frac{K + M(l + x)^2}{M(l + x)} = \frac{K}{M(l+x)} + (l + x).$$

Indicando con ϱ il raggio di girazione $\sqrt{\frac{K}{M}}$, e introducendolo nei valori di λ e di λ_1, la differenza di questi, fatte le opporture riduzioni, è:

$$\lambda - \lambda_1 = \frac{\varrho^2}{l} - \frac{\varrho^2}{l + x} - x$$

e

$$1 - \frac{\lambda_1}{\lambda} = \frac{\varrho^2}{\varrho^2 + l^2} - \frac{\varrho^2 l}{(l + x)(\varrho^2 + l^2)} - \frac{lx}{\varrho^2 + l^2}$$

$$= \frac{1}{(\varrho^2 + l^2)l} \cdot \frac{\left[(\varrho^2 + l^2)x - lx^2\right]\left(1 - \frac{x}{l}\right)}{1 - \frac{x^2}{l^2}}$$

notando che la quantità $\frac{x^2}{l^2}$ è piccolissima si può trascurarla, ed allora il valore di $1 - \frac{\lambda_1}{\lambda}$, che è il fattore di correzione di λ, diviene, trascurando il termine in x^3:

$$1 - \frac{\lambda_1}{\lambda} = \frac{1}{(\varrho^2 + l^2)l}\left\{(\varrho^2 - l^2)x - \frac{\varrho^2}{l}x^2\right\}.$$

« Ma $\sqrt{\frac{K}{M}}$ è il valore del raggio di girazione se la sbarra è di densità uniforme; perchè allora il centro geometrico, e il centro di gravità coincidono. Se questa coincidenza non ha luogo, il momento d'inerzia K deve essere moltiplicato per il fattore $(1 + \omega)$ che si calcolerà colla formula ultima data nella mia Nota citata di sopra. Quindi il raggio di girazione nel caso della sbarra di densità non uniforme è:

$$\varrho\sqrt{(1 - \omega)} = \sqrt{\frac{K(1 + \omega)}{M}}.$$

Con questa considerazione il valore del fattore di correzione diviene:

$$1 - \frac{\lambda_1}{\lambda} = \frac{1}{\left[\varrho^2(1 + \omega) + l^2\right]l}\left\{\left(\varrho^2(1 + \omega) - l^2\right)x - \frac{\varrho^2(1 + \omega)}{l}x^2\right\}$$

dalla quale finalmente, con riduzioni molto semplici, si ottiene:

$$1 - \frac{\lambda_1}{\lambda} = \left\{\frac{1}{l} - \frac{2l}{\varrho^2(1 + \omega) + l^2}\right\}x - \left\{\frac{1}{l} - \frac{1}{\varrho^2(1 + \omega) + l^2}\right\}x^2.$$

« Sostituendo in questa formula i valori di $\varrho^2(1+\omega)$, l ed x ricavati da esperienze fatte sopra due sbarre cilindriche una di ottone l'altra di rame, e che sono:

$$\left.\begin{array}{c}\varrho^2(1+\omega)=680{,}029\\ l=45^{mm}\\ x=\pm\,0^{mm}{,}009026\end{array}\right\}\text{per la sbarra di ottone}\qquad \left.\begin{array}{c}\varrho^2(1+\omega)=680{,}034\\ l=45^{mm}\\ x=\pm\,0^{mm}{,}0061594\end{array}\right\}\text{per la sbarra di rame}$$

si ha per la sbarra di ottone:

$$1-\frac{\lambda_1}{\lambda}=0{,}00009795$$

se l'asse di sospensione passa per un estremo della sbarra; e se passa per l'altro:

$$1-\frac{\lambda_1}{\lambda}=-0{,}00010151$$

e per la sbarra di rame:

$$1-\frac{\lambda_1}{\lambda}=0{,}00006723$$

per un estremo, e per l'altro:

$$1-\frac{\lambda_1}{\lambda}=-0{,}00006891\,.$$

« Ora nelle misure della gravità fatte col pendolo si richiede attualmente che la esattezza sia non inferiore a 0,00001; per conseguenza nei casi ora riportati l'influenza della non omogenea distribuzione della materia nelle masse pendolari è molto al di sopra di questo limite, e soltanto, come s'intende facilmente, la si può diminuire assai quando si usi il metodo del rovesciamento della massa pendolare, come hanno fatto il prof. Respighi e i prof. Pisati e Pucci nelle loro determinazioni dell'accelerazione dovuta alla gravità per Roma.

« Con questa mia Nota io non ho inteso di dire che la causa di errore più da temere nelle misure della gravità sia quella dovuta alla non omogeneità della massa pendolare; chè in tutti i metodi da me richiamati entra, oltre molte altre cause di errore, l'influenza della sospensione del pendolo, la quale fa sì che il vero asse del moto è alquanto spostato da quello apparente; come nella sospensione a coltello nella quale questo asse è quello del cilindro costituente il taglio del coltello medesimo, ed è più in alto dell'asse apparente di una quantità molto piccola ma misurabile.

« L'errore proveniente dalla sospensione può sempre essere evitato cambiando opportunamente il pendolo nel ripetere le esperienze, e non si fa sentire affatto nel pendolo differenziale, poichè si elimina di per sè ».

Chimica. — *Azione del solfocianato potassico sugli acidi benzoico e cuminico.* Nota di M. Fileti, presentata dal Socio A. Cossa.

« Nel 1872 Letts [1] trovò un nuovo metodo di preparazione dei nitrili consistente nell'azione degli acidi organici sul solfocianato potassico: sopra una molecola di solfocianato si fanno agire due dell'acido, delle quali una si converte in sale potassico mettendo l'acido solfocianico in libertà, e l'altra dà luogo alla formazione del nitrile:

$$2\,C_6H_5\,.\,COOH + KSCN = C_6H_5\,.\,COOK + C_6H_5CN + CO_2 + H_2S\,,$$

ed osservò che mentre dagli acidi grassi si formano contemporaneamente le amidi, gli acidi aromatici (sperimentò col benzoico e col cuminico) danno quasi esclusivamente i nitrili, e l'amide si forma in quantità così piccola che è appena apprezzabile. Più tardi Kekulé [2] riferendo le esperienze di Purper intorno all'azione del solfocianato di ammonio sull'acido benzoico, nella quale tutto l'acido si trasforma in benzamide, attribuì questo fatto: 1° all'azione disidratante esercitata dai sali potassici degli acidi organici sulle amidi corrispondenti, azione che non si riscontrerebbe nei sali d'ammonio, e trovò infatti che il benzoato potassico e non quello d'ammonio trasforma la benzamide in benzonitrile; 2° alla maggior resistenza che relativamente alle amidi aromatiche presentano le amidi grasse verso i sali potassici corrispondenti. Questa interpretazione è confermata, prima di tutto dalla osservazione fatta da Müller che col processo di Letts si ottiene di preferenza, benzamide se si opera rapidamente e benzonitrile se si scalda più lungo tempo, ed in secondo luogo dalle esperienze di Hemilian [3] il quale ottenne esclusivamente butirramide adoperando solo una molecola d'acido butirrico per una di solfocianato potassico ed aggiungendo la quantità equivalente di acido solforico onde mettere in libertà l'acido solfocianico; cosicchè in questo caso si forma solfato potassico e non il butirrato che eserciterebbe l'azione disedratante.

« Avendo io avuto occasione di preparare il cumonitrile col metodo di Letts, ottenni pure nella reazione una quantità non indifferente di cuminamide ed allora volli ripetere l'esperienza con l'acido benzoico; osservai anche in questo caso la formazione della benzamide, ma in piccola quantità, difatti operando secondo le prescrizioni di Letts (l. c. p. 673) ebbi da gr. 122 di acido benzoico e gr. 50 di solfocianato potassico, oltre al benzonitrile, gr. 3 di benzamide, che cristallizzata prima dalla benzina, nella quale si scioglie bene a caldo e pochissimo a freddo, e poi dall'acqua bollente si fonde a 126°.

(1) Berichte V, 669.
(2) Berichte 1873, VI, 112.
(3) Liebig's Annalen, *176*, 7.

« Furono scaldati a bagno ad olio in apparecchio a ricadere gr. 164 d'acido cuminico con gr. 50 di solfocianato potassico: la reazione cominciò sopra 200°. Elevando la temperatura rapidamente verso 235° e mantenendovela circa un'ora si ebbe piccolo rendimento tanto in cumonitrile che in cuminamide; invece l'operazione andò meglio scaldando per 5 ore a 240° e poi circa un'ora verso i 300°. Alla distillazione passò un po' d'acido cuminico assieme al cumonitrile, il quale separato dal primo per mezzo dell'ammoniaca, distillato con vapor d'acqua e disseccato bolle a 243°-244° (colonna nel vapore) alla pressione ridotta a zero di $733^{mm},8$ ed è gr. 30. Field [1] dà 239° come punto di ebollizione.

« Il residuo solido della distillazione (miscuglio di cuminato potassico, acido cuminico e cuminamide) fu trattato con acqua ed ammoniaca e si ottenne un liquido bruno quasi limpido; da esso per aggiunta di molta acqua si separò una sostanza bruna la quale asciugata all'aria, cristallizzata dalla benzina bollente e poi da un miscuglio di 2 vol. d'acqua e 1 vol. d'alcool fu analizzata e riconosciuta per cuminamide; se ne ottennero gr. 14.

I. gr. 0,4616 di sostanza diedero gr. 1,2437 di anidride carbonica e gr. 0,3370 d'acqua;

II. gr. 0,2869 di sostanza diedero 23^{cc} d'azoto ($T = 20°$, $H_0 = 747^{mm}, 56$).

« Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_{10}H_{13}ON$
Carbonio	73,48	73,61
Idrogeno	8,11	7,97
Azoto	9,09	8,59

« Intorno alla cuminamide si trovano nella letteratura chimica pochissime indicazioni; è perciò che ho voluto esaminarne alcune proprietà. Fu preparata la prima volta nel 1848 da Field [2] decomponendo il cuminato ammonico per mezzo del calore, e questo chimico la ebbe pure dall'azione prolungata della potassa alcoolica sul cumonitrile (l. c. 53). Nel 1853 Gerhardt [3] la ottenne facendo agire l'ammoniaca sull'anidride cuminica e sull'anidride mista cuminica-benzoica, e poi assieme a Chiozza [4] la preparò in maggiore quantità dal carbonato ammonico solido e il cloruro di cuminile.

« La cuminamide è insolubile nell'acqua fredda, poco solubile nella bollente, si scioglie molto nell'alcool, poco nell'etere; si scioglie anche bene nella benzina bollente e pochissimo nella fredda; da un miscuglio di 2 vol. d'acqua e 1 vol. d'alcool si deposita in lamine a forte riflesso argentino appartenenti ad una forma cristallina a due assi ottici; si fonde a 153°,5.

(1) Liebig's Annalen *65*, 52.
(2) » » *65*, 49.
(3) » » *87*, 167.
(4) » » *87*, 299.

« L'acido cloridrico e l'idrato potassico di media concentrazione non la decompongono all'ebollizione. Saturando con acido cloridrico una soluzione di cuminamide in alcool ed etere, il liquido resta limpido e dopo la evaporazione spontanea del solvente non si ottiene del cloridrato, ma la cuminamide inalterata.

« Facendo bollire per alcuni minuti la cuminamide con acqua ed ossidi di argento o di rame di fresco precipitati, non si formano i composti metallici corrispondenti, invece operando con ossido giallo di mercurio, aggiungendo poi dell'alcool e filtrando a caldo per separare l'eccesso d'ossido, si deposita per raffreddamento del liquido acquoso - alcoolico il composto mercurico che si ricristallizza da un miscuglio bollente di volumi uguali di acqua e d'alcool. Dall'analisi appare che questo composto contiene dell'acqua, probabilmente 1 $^1/_2$ molecola.

I. gr. 0,3034 di sostanza in soluzione in alcool ed acqua acidificata con acido cloridrico, sottoposti all' azione dell' idrogeno solforato diedero gr. 0,1270 di solfuro mercurico;

II. gr. 0,2700 di sostanza trattati come sòpra diedero gr. 0,1128 di solfuro mercurico.

« Cioè su cento parti:

	trovato I	trovato II	calcolato per $\left(C_6H_4\left\langle\begin{matrix}C_3H_7\\CO\ NH\end{matrix}\right.\right)_2Hg + 1^1/_2\ H_2O$
Mercurio	36,08	36,01	36,29

« Per un composto contenente una sola molecola d'acqua si richiede 36,90 $^0/_0$ di mercurio e per due molecole 35,71 $^0/_0$.

« La mercurocuminamide è insolubile nell'acqua, solubile nell'alcool: da un miscuglio bollente d'acqua e d'alcool (a volumi uguali) si deposita in aghetti appiattiti; si fonde a 190°-191°. Fatta bollire in soluzione acquoso-alcoolica con rame precipitato non lascia separare il mercurio ».

Chimica. — *Sull'acido bromotereftalico.* Nota di M. Fileti, presentata dal Socio A. Cossa.

« Ossidando l'acido bromoparatoluico con permanganato potassico in soluzione alcalina, Fischli (1) ottenne l'acido bromotereftalico: secondo lui questo composto contiene una molecola d'acqua che non perde nemmeno alla temperatura di 120°, e per averlo anidro si deve riscaldarlo a 160°. Egualmente Fischli trovò che il sale d'argento disseccato a 120° ha una quantità d'acqua corrispondente ad una molecola che perde pure a 160°.

« Siccome ora io insieme al dott. Crosa ebbi nella ossidazione del bromocimene dell'acido bromotereftalico *anidro* (2) volli paragonarlo con

(1) Berichte XII 619.

(2) V. la Memoria che segue: *Sul clorocimene e bromocimene dal timol.*

quello preparato col metodo di Fischli, e come si vedrà dalle analisi fatte, anche questo è *anidro*.

« Gr. 5 d'acido parabromotoluico purissimo (p. f. 205°-206°) preparato col metodo di Brückner [1] cristallizzato diverse volte dalla benzina nella quale è quasi insolubile a freddo e si scioglie invece discretamente a caldo, furono sciolti in gr. 100 di soluzione di idrato sodico al 15 % ed addizionati di una soluzione di gr. 8 di permanganato potassico (teoria gr. 7, 6) in 100 d'acqua; si scaldò a bagno maria per circa 15 ore e si decolorò in fine con qualche goccia d'alcool. L'acido cloridrico produsse nel liquido un precipitato bianchissimo d'acido bromotereftalico (gr. 5,5) che fatto bollire con molta benzina per togliere qualche traccia d'acido bromotoluico sfuggito eventualmente all'ossidazione, si cristallizzò dall'acqua bollente.

« L'acido così ottenuto, asciugato prima all'aria, e poi lasciato alcuni giorni nel vuoto in presenza d'acido solforico, fu bruciato con cromato di piombo.

I. gr. 0,3613 di sostanza diedero gr. 0,5210 di anidride carbonica e gr. 0,0794 d'acqua;

II. gr. 0,2778 di sostanza diedero gr. 0,4043 di anidride carbonica e gr. 0,0608 d'acqua;

III. gr. 0,3612 di sostanza diedero gr. 0,5260 di anidride carbonica e gr. 0,0856 d'acqua;

IV. gr. 0,4150 di sostanza diedero gr. 0,6031 di anidride carbonica e gr. 0,0990 d'acqua;

V. gr. 0,4035 di sostanza diedero gr. 0,5824 di anidride carbonica e gr. 0,0980 d'acqua;

VI. gr. 0,3190 di sostanza diedero gr. 0,4640 di anidride carbonica e gr. 0,0705 d'acqua.

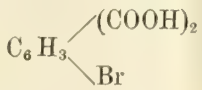
« Cioè su cento parti:

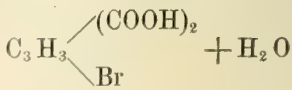
	I	II	III	IV	V	VI
Carbonio	39,33	39,67	39,71	39,63	39,36	39,66
Idrogeno	2,44	2,43	2,63	2,65	2,69	2,40

« Fu anche determinato il bromo calcinando la sostanza colla calce: gr. 0,3373 di sostanza diedero gr. 0,2562 di bromuro d'argento; cioè su cento parti

Bromo 32,31.

« La teoria richiede per





Carbonio	39,18	36,50
Idrogeno	2,04	2,66
Bromo	32,65	30,41

[1] Berichte IX 407.

« Come dunque si vede l'acido bromotereftalico disseccato solo nel vuoto sopra acido solforico alla temperatura ordinaria è anidro. È vero che la quantità di idrogeno trovata si avvicina dippiù a quella richiesta dall'acido con una molecola d'acqua, ma ciò non deve recar meraviglia poichè si ha da fare con una sostanza bromurata che brucia inoltre difficilmente. Del resto la quantità trovata di carbonio che per la stessa ragione è superiore a quella voluta dalla teoria, come pure i risultati avuti pel bromo, non lasciano alcun dubbio sulla formola spettante all'acido bromotereftalico.

« L'acido bromotereftalico si deposita dall'acqua bollente in prismi microscopici sottilissimi, incolori, che si estinguono parallelamente all'asse del prisma e son dotati di polarizzazione cromatica molto viva; qualche volta si deposita anche dall'acqua bollente in agglomerazioni sferoidali di minutissimi prismi. È insolubile nella benzina anche a caldo, pochissimo solubile nell'etere solubilissimo invece nell'alcool. Si scioglie discretamente nell'acqua bollente e poco nella fredda: cento parti di acqua alla temperatura di 24° sciolgono 0,11 di acido bromotereftalico.

« Scaldato in tubo capillare si fonde a 296°-297° (secondo Fischli 304°-305°) e pel raffreddamento si solidifica costantemente a 294°; si sublima anche parzialmente vicino al punto di fusione.

« Il *sale d'argento* ottenuto per doppia decomposizione dal sale di ammonio si precipita come una massa bianca, gelatinosa, alquanto solubile nell'acqua e che si può lavare solo con grande difficoltà; disseccato per esposizione all'aria diventa compatto, di apparenza cornea a frattura concoide, giudicai quindi inopportuno analizzarlo, ma credo che non contenga la molecola d'acqua che Fischli gli attribuisce.

« Riscaldato brucia rigonfiandosi come il solfocianato di mercurio e lascia un residuo molto voluminoso di argento metallico, bromuro di argento e carbone.

« *L'etere metilico* dell'acido bromotereftalico fu ottenuto da Fischli decomponendo il cloruro dell'acido con alcool metilico. Io l'ho preparato saturando con acido cloridrico secco una soluzione dell'acido nell'alcool metilico, distillando la maggior parte del solvente, aggiungendo acqua e cristallizzando il prodotto da un miscuglio di 1 vol. d'alcool ordinario con 2 vol. d'acqua

gr. 0,2773 di sostanza disseccata nel vuoto sopra acido solforico diedero gr. 0,4843 di anidride carbonica e gr. 0,0838 d'acqua; cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_6H_3-Br.\begin{matrix}COOCH_3\\COOCH_3\end{matrix}$
Carbonio	47,63	47,61
Idrogeno	3,35	3,29

« L'etere metilico dell'acido bromotereftalico cristallizza in piccoli prismi aciculari che presentano una polarizzazione cromatica molto pronunziata. Si fonde a 52°-53° e questo punto di fusione si mantiene costante per ripetute cristallizzazioni dall'acqua alcoolica. Il punto di fusione (42°) indicato da Fischli è certamente troppo basso ».

Chimica. — *Clorocimene e bromocimene dal timol. Riduzione ed ossidazione.* Nota I. di M. Fileti e F. Crosa, presentata dal Socio A. Cossa.

I.

Clorocimene dal timol (parapropilmetaclorotoluene).

« Carstanjen [1] facendo agire il pentacloruro di fosforo sul timol sciolto nell'ossicloruro di fosforo, ebbe del clorocimene impuro perchè era mescolato con l'etere fosforico del timol. Più tardi Gerichten preparò questo corpo allo stato puro [2] e lo ottenne come un liquido bollente alla temperatura di 208°-210°. Noi abbiamo avuto buonissimo rendimento operando come segue. In apparecchio connesso con canna ascendente si riscaldano a bagno maria gr. 100 di timol (4 mol.) con gr. 35 di pentacloruro di fosforo (1 mol.); quando la massa si è liquefatta si riscalda a bagno di sabbia sino a che cessa lo sviluppo di acido cloridrico, cosa che avviene dopo alcune ore. Allora si distilla a fuoco nudo raccogliendo ciò che passa sino a 270° [3], si lava il distillato con idrato potassico poi con acqua, si asciuga su cloruro di calcio e si sottopone a distillazione: passa quasi completamente a 208°-210°.

« Da gr. 100 di timol si ottengono gr. 24 di clorocimene puro; teoricamente dovrebbero aversene gr. 28.

« Il clorocimene dal timol (parapropilmetaclorotoluene) è un liquido incoloro, più pesante dell'acqua, molto mobile e refrange fortemente la luce; ha odore grato che ricorda quello del cimene. Bolle alla temperatura di 213°-214° (colonna nel vapore) alla pressione ridotta a zero di $735^{mm}, 58$.

« Carstanjen (l. c.) dice che per riduzione del suo clorocimene (contenente molto etere fosforico del timol) con amalgama di sodio, in presenza di acqua acidulata ottenne cimene. Noi abbiamo tentato di ridurre il clorocimene puro con tutti i mezzi e nelle condizioni più svariate, ma non siamo arrivati a far uscire il cloro dalla molecola: il clorocimene è restato sempre inalterato. Non

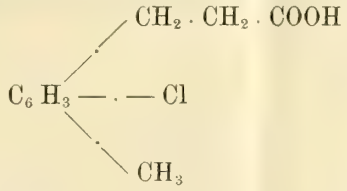
(1) Journal für praktische Chemie, 1871, *3*, 64.

(2) Berichte X, 1250 e XI, 365.

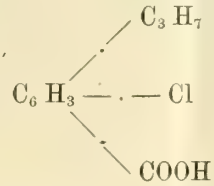
(3) Dall'etere fosforico che resta nel pallone si può riottenere il timol operando come sarà detto a proposito della preparazione del bromocimene.

è improbabile che il cimene trovato da Carstanjen provenga non dal clorocimene, ma dall'azione disidratante dell'ossicloruro di fosforo sul timol; di questo però non ci siamo assicurati sperimentalmente.

« *Ossidazione del clorocimene dal timol con acido nitrico.* Ossidando il clorocimene preparato dal cimene (parapropilortoclorotoluene) con acido nitrico diluito, Gerichten ottenne (1) un acido metacloroparatolnico fusibile a 199°-201° (corr.) identico con quello avuto da Kekulè e Fleischer (2) per ossidazione del clorocimene dal carvacrol. Dal clorocimene preparato dal timol ottenne invece un acido fusibile a 122°-123° che ritenne prima per un nuovo clorotoluico, ma che in una successiva Memoria riconobbe avere la composizione centesimale d'un acido clorocuminico. Gerichten facendo bollire (3) il clorocimene dal timol con acido nitrico della densità 1,24 per 8-14 giorni. trovò difatti un solo prodotto di ossidazione, l'acido cioè fusibile a 122°-123° che egli crede (4) essere acido parametilortocloroidrocinnamico:



e non l'isomero clorocuminico:



poichè per riduzione con amalgama di sodio gli fornì non acido cuminico, ma un isomero fusibile a 103°, che caratterizzò per acido parametilidrocinnamico.

« Ripetendo le esperienze di Gerichten noi abbiamo trovato anzitutto che nell'ossidazione si formano tre acidi e non un solo, e che quello ottenuto anche da lui è acido clorocuminico.

« Facendo bollire in apparecchio a riflusso gr. 10 di clorocimene dal timol con gr. 150 di acido nitrico della densità 1,24, l'ossidazione procede lentissima; si va separando man mano una sostanza solida, e dopo quindici giorni tutto l'olio è apparentemente scomparso e si trova invece una massa bianca che, raccolta su filtro, si tratta con soluzione di carbonato sodico nella quale si scioglie parzialmente; agitando con etere questo trasporta un olio

(1) Berichte X, 1249.
(2) Berichte VI, 1090.
(3) Berichte XI, 365.
(4) Berichte XI, 1719.

che non abbiamo ancora esaminato, e il liquido alcalino acidificato con acido cloridrico lascia depositare una sostanza bianca che si lava e si sottopone alla distillazione con vapor d'acqua. Il vapore trasporta lentamente dell'acido clorocuminico puro (gr. 2,3) fusibile a 122°-123° (acido metilcloroidrocinnamico di Gerichten) e dal liquido restato nel pallone cristallizza dopo svaporamento a piccolo volume, una sostanza che si asciuga e si tratta con benzina bollente: questa discioglie un acido clorotoluico fusibile a 149°-150° e lascia un residuo costituito con grande probabilità da acido cloroteftalico.

« L'ossidazione va più prontamente, cioè in 2-3 giorni, con acido nitrico della densità 1,29; i prodotti che si ottengono in questo caso son identici a quelli ora accennati.

Acido metaclorocuminico.

« Il prodotto trasportato dal vapor d'acqua fu cristallizzato da un miscuglio di 3 vol. di acqua e 1 vol. di alcool; si fonde a 122°-123°.

gr. 0,3082 di sostanza diedero gr. 0,6888 di anidride carbonica e gr. 0,1610 di acqua.

« Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_{10}H_{11}ClO_2$
Carbonio	60,95	60,45
Idrogeno	5,80	5,54

« Sciogliendolo nell'acqua ed alcune goccie di soluzione di idrato sodico ed aggiungendo amalgama di sodio tutto il cloro esce dalla molecola con grande facilità; acidificando con acido cloridrico si ottiene un precipitato che cristallizzato una sola volta dagli eteri del petrolio si fonde a 117°-118°.

gr. 0,2626 di sostanza diedero gr. 0,7072 di anidride carbonica e gr. 0,1729 di acqua.

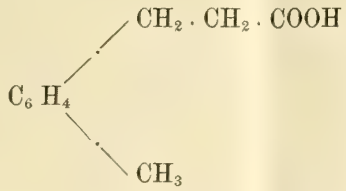
« Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_{10}H_{12}O_2$
Carbonio	73,45	73,17
Idrogeno	7,31	7,31

« La composizione centesimale, il punto di fusione, l'aspetto dei cristalli, la solubilità negli eteri del petrolio, tutto dice che questo prodotto di riduzione è acido cuminico. A maggiore conferma lo abbiamo trasformato nel nitroderivato, il quale cristallizzato dalla benzina bollente, si è fuso come l'acido nitrocuminico a 158°-159°, e (1) come esso si colora in rosso sotto l'influenza della luce. Gerichten aveva trovato che il suo prodotto di riduzione

(1) Paternò ed io in una Memoria pubblicata nel 1875 (Gazzetta chimica V, 383) abbiamo detto che l'acido nitrocuminico si fonde a 156°-157°. La differenza col punto di fusione trovato ora, deve solo attribuirsi a differenze di termometri, poichè anche l'acido purissimo che allora si fondeva a 156°-157°, col termometro che adopero ora per la determinazione dei punti di fusione (N. 10779 di Baudin) e che ritengo esatto, si fonde pure a 158°-159°. F.

si fondeva a 103° e gli aveva perciò attribuita la formola di un acido para-metilidrocinnamico



ma certamente egli non aveva per le mani una sostanza pura e si sa che le impurezze abbassano di molto il punto di fusione dell'acido cuminico.

Acido ortocloroparatoluico.

« Purificato per cristallizzazioni dall'acqua e dalla benzina si fonde a 149°-150°,

gr. 0,2109 di sostanza diedero gr. 0,4354 di anidride carbonica e gr. 0,0877 di acqua.

« Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_8 H_7 O_2 Cl$
Carbonio	56,30	56,30
Idrogeno	4,61	4,10

« Di acidi cloroparatoluici si conosceva sin' ora uno solo, quello cioè contenente il cloro nella posizione meta relativamente al carbossile, fusibile a 199°-201° (Gerichten) ottenuto da Kekulè e Fleischer dal clorocimene dal carvacrol, e da Gerichten ossidando il clorocimene dal cimene.

Acido clorotereftalico.

« L'acido insolubile nella benzina che accompagna il clorotoluico non è stato da noi ancora analizzato. È assai probabile, specialmente per analogia a quanto avviene nella ossidazione del bromocimene, che sia acido clorotereftalico. Lo esamineremo in seguito assieme agli altri prodotti ai quali abbiamo ora appena accennato.

« Si scioglie abbastanza nell'acqua bollente e si deposita per raffreddamento. Scaldato rapidamente in tubo da saggio si fonde sublimandosi; scaldato invece gradatamente in tubo capillare per determinazione di punti di fusione, sublima tra 290° e 310° senza fondersi.

II.

Bromocimene dal timol
(parapropilmetabromotoluene).

« Per stabilire la costituzione dell'acido fusibile a 122°-123°, ottenuto dall'ossidazione del clorocimene dal timol, Gerichten [1] tentò di preparare il

[1] Berichte 1878 XI, 1719.

bromocimene corrispondente per ossidarlo e paragonare il prodotto di ossidazione con l'acido bromocuminico. Egli fece agire il pentabromuro di fosforo sul timol, ma da mezzo chilogrammo di questo ebbe solo una quantità piccolissima di bromocimene impuro e bollente con una certa costanza a 224°-226°.

« Noi otteniamo il 60 % della quantità teorica di bromocimene puro calcolata secondo l'equazione:

$$4\,C_{10}H_{13}.OH + PBr_5 = C_{10}H_{13}Br + PO(O.C_{10}H_{13})_3 + 4\,HBr$$

operando nel modo seguente:

« In un pallone di circa un litro connesso con canna ascendente si introducono gr. 45 di tribromuro di fosforo e vi si fanno gocciolare poco a poco gr. 26 di bromo, raffreddando con acqua: alla massa solida si aggiungono gr. 100 di timol secco, si riscalda alcuni minuti a bagno maria onde far fondere il tutto e poi si continua l'azione del calore a bagno di sabbia, mantenendo il liquido in ebollizione appena incipiente: dopo due ore e mezzo circa lo sviluppo di acido bromidrico è quasi cessato, ed allora si lascia raffreddare e si distilla la massa vischiosa con vapor d'acqua: resta nel pallone l'etere fosforico che lavato con carbonato di sodio e con acqua si solidifica, e passa col vapore il bromocimene assieme a un po' di timol inalterato. L'olio trasportato si agita con soluzione d'idrato potassico per separare il timol (che si può riottenere dalla soluzione alcalina), si lava con acqua, si asciuga su cloruro di calcio e si distilla: passa quasi completamente tra 226°-230° (non corretta) ed è del bromocimene puro.

« Da un chilogrammo di timol si ottengono così gr. 200 di bromocimene puro, gr. 60 di timol inalterato e gr. 920 dell' etere fosforico disseccato a 120° (1).

« Il bromocimene dal timol (parapropilmetabromotoluene) è un liquido incoloro, più pesante dell'acqua che refrange fortemente la luce; il suo odore richiama quello del cimene, ma non è così grato come quello del clorocomposto corrispondente; bolle alla temperatura di 232°-233° (colonna nel vapore) alla pressione ridotta a zero di 740^{mm},9.

« Trattato con amalgama di sodio in soluzione alcoolica o acetica non abbandona il bromo e, anche dopo lunghissimo tempo, nel liquido non si riscontra nemmeno traccia di acido bromidrico ».

(1) Dall'etere fosforico del timol che si ricava come prodotto secondario nella preparazione del bromocimene o del clorocimene si può riottenere il timol distillandolo a fuoco nudo in storta o matraccio di lamina di ferro con una volta e mezza la quantità di idrato potassico solido necessaria per avere il fosfato tripotassico: il timol distilla quasi incoloro e si solidifica tosto nel recipiente; quando la distillazione è finita si tratta con acqua il contenuto della storta, si acidifica con acido cloridrico e si distilla con vapor d'acqua, il quale trasporta una nuova quantità del fenol che trovavasi allo stato di sale potassico. Da gr. 920 di etere fosforico secco si ottennero così gr. 680 di timol puro; teoricamente avrebbero dovuto aversene gr. 825.

Storia. — *Storia di Vincenzo Bellovacense.* Nota II. del prof. Carlo Giambelli, presentata dal Socio Carutti.

« 11. Anche lo *speculum doctrinale*, diviso in 17 libri, incomincia da fonte biblica, dal racconto della caduta del primo uomo e fa della dottrina e della scienza una riparazione; termina colla teologia. E siccome il pensiero precede la manifestazione di esso, la parola, ed ogni altro atto umano, così prima trattasi della filosofia, poi della lingua, cioè della grammatica e, per quei tempi, lessicografia; della dialettica e della logica: della retorica e della poetica. Quindi nel primo libro accennata la caduta e la rigenerazione dell' umanità si viene alle importantissime questioni dell' origine delle scienze in generale e in particolare della fisica e metafisica; della divisione delle scienze e dell'ordine loro; *de via cognoscendi in qualibet arte;* dei primi filosofi, che scrutarono la natura, annoverandosi tra questi s. Agostino *de civitate Dei;* delle due scuole, di Pitagora e Talete (cap. 10). E nel capitolo seguente degli altri filosofi, *qui philosophiam ad mores composuerunt;* e pel primo è nominato Socrate, fatto discepolo di Archelao e costui di Anassagora; quindi Platone discepolo di Socrate; le Accademie, l'antica e la nuova; le due ultime ed opposte scuole degli Stoici ed Epicurei; e tutto ciò secondo Isidoro nel libro *Etymolog.* VII. E mi pare degno di essere accennato anche l' argomento dei capitoli 35 e 36: *de saecularibus litteris ad eruditionem non ad voluptatem legendis;* e: *de diversorum doctorum floribus excerpendis,* ove si trova pure un estratto di alcune lettere di Seneca, su cui tornerò più sotto. Ed anche il capitolo 45 mi pare degno di essere qui ricordato, perchè ivi sull'autorità di Alfarabio nel libri *de divisione, de ortu scientiarum* (e poco prima si cita pure *ex libro fontis vitae*) si tratta: *de scientia linguae et partibus eius,* concludendosi con un registro di vocaboli, *quae frequenter in scriptoribus incidunt, nec satis omnibus nota sunt* (*et quorum*) *tam ex Papiae, quam ex aliorum libris significationes plerumque et origines studuimus excerpere operique praesenti inserere.* È inutile far osservare l'importanza di questo breve lessico per quei tempi; l'autore principalmente e forse unicamente usato, Papia, fioriva nella metà circa del secolo XI; il metodo è semplicissimo. Si spiega il vocabolo o con un altro equivalente, o con brevi perifrasi. Vi sono termini d'ogni genere: latini, greci, puri e misti, semplici e composti; ebraici ed arabici, ibridi e barbari, scritti tutti con caratteri latini. Così: *Abavus, pater avi. Accola, vicinus, vel novus cultor, vel alienus; unde quidam: Accola non propriam, propriam colit Incola terram. Zoa, vita. Zodia, graece signa, unde zodiacus.* Non occorre notare gli errori etimologici, derivati specialmente dall'ignoranza del greco; non si può tuttavia negare, per quei tempi, l'importanza di questo registro o dizionario contenente più di tre mila vocaboli.

12. Nel secondo libro si tratta della grammatica; nel terzo della logica, della retorica e della poetica, e queste sono le scienze dottrinali [1]. Col quarto libro incominciano le scienze pratiche o morali, e tra esse tiene il primo luogo la monastica, poi viene la economica, *quae merito secundum locum a monastica tenet* (lib. IV-VI).

Nel settimo s'incomincia a trattare della politica, la quale si riferisce *ad regimen civitatis;* nell'ottavo delle azioni, cioè di quella parte del diritto che riguarda il processo delle cause; nel nono dei processi criminali; nel decimo dei crimini o delitti. Quindi vengono le arti meccaniche, e prima si discorre del lanificio; poi dell'architettura; dell'arte del fabbro; della fabbrica delle armi; dell'arte militare, che riguarda specialmente le macchine: della nautica; della mercatura; dell'agricoltura e dell'alchimia (lib. XI). Nel libro XII della medicina pratica, operativa; nel XIII della teorica, e nel libro seguente si dà quasi un *supplementum medicinae.* Coltivata la scienza salutare specialmente dagli Arabi e per essi fiorente, ebbe nello *speculum doctrinale* una lunga trattazione, e non occorre dire che gli autori sono per lo più gli stessi citati già nello *speculum naturale*; Avicenna, Algazel, Costantino, ecc. Nel libro XV si tratta della fisica, secondo il concetto medievale, *hoc est de naturali philosophia*; nel XVI della matematica *et de eius speciebus;* poi eziandio della metafisica. Nell'ultimo libro si conclude con quella scienza, che già dissi ed è qui appellata *finis omnium scientiarum, hoc est de Theologia.*

13. Non voglio fare qui la critica, nè l'apologia di questa divisione delle scienze, di cui per altro è chiarissimo il procedimento dal campo speculativo al campo pratico, dalle scienze alle arti, per tornare di nuovo al campo della speculazione e concludere colla teologia, considerata quale primo principio ed ultimo fine di tutto lo scibile. E senza neppure indagare l'autore primo e principale di questa divisione, che è certo uno dei citati, passerò alle fonti. La necessità mi costringe a ripetere alcuni nomi: Alfarabio nei libri già indicati della divisione e dell'origine delle scienze; Aristotele *in Metaphysica;* Ugone (*Eugo de sancto Victore*, fiorente nella prima metà del secolo XII) *in didascaliis*, opera in 7 libri; Michele Scoto per la divisione della filosofia; Riccardo; il solito Isidoro. Curiosa è la citazione di Aristotele *in veteri*, e più apertamente *in veteri metaphysica* (lib. I, cap. 22, 24); che non vorrebbe significare altro se non l'uso della *vecchia* traduzione, già ricordata, di Aristotele. Ma un'altra espressione, *Aristoteles in textu* (lib. III, cap. 55) vorrebbe dimostrare l'uso diretto del testo greco, impossibile pel nostro

[1] Il prof. Comparetti, *Virgilio nel medio evo*, vol. I, pag. 175, n. 2, osserva che la retorica divenuta un'appendice della grammatica, fa parte della *scientia sermocinalis* che abbraccia tutte le discipline del trivio, dividendosi in logica, arte del ragionare; retorica, arte del commuovere; grammatica, arte del significare.

Bellovacense, che nella conoscenza del greco non era punto superiore ai suoi coetanei dell'Europa occidentale, cristiana. A me pare quindi che si debba intendere l'uso di Aristotele per la traduzione latina più antica e fatta sul testo greco di fronte a un'altra versione latina, fatta su versione arabica, ovvero che si tratti qui di una citazione indiretta di Aristotele nel testo usato da un altro autore che il Bellovacense copiò senza nominarlo. Infine ripeterò i nomi di Seneca e Papia.

« Nel secondo libro oltre Isidoro si usa e assai frequentemente Pietro Elia (*Petrus Helias*, stampato pure coll'y, *Helyas*) celebre grammatico del secolo XII, che scrisse: 1° un commentario al libro 16° di Prisciano *ad maiorem artis grammaticae cognitionem*; 2° un compendio di grammatica in versi esametri; 3° un *lexicon* di parole rare, inusitate. Insegnò grammatica e retorica a Parigi, ed ebbe per discepolo Giovanni Sarisberiense. Vi si cita pure Prisciano *in libro constructionum*. Nel terzo libro oltre di Alfarabio, Aristotele, *in topicis* ed *in libro priorum et posteriorum principiorum*, si usano pure il solito Isidoro, Agostino, Boezio, *in topicis*; Porfirio, studiato nel medio evo nella versione di Vittorino, sulla cui *Isagoge* Boezio scrisse un lungo commento [1]; poi un libro anonimo: *ex libro sex principiorum*; e riguardo alla retorica *Tullius in rhetorica prima*, ed *in secunda* (cap. 99-102), sotto il qual titolo si debbono intendere i due libri *de inventione*, che Brunetto Latini e Fra Bartolomeo da S. Concordio chiamavano la *vecchia retorica*, e i quattro libri *Rhetoricorum ad Herennium*, detti per opposizione la *nuova retorica*, entrambe le opere attribuite nel medio evo a Cicerone. Inoltre sullo stesso argomento si cita Quintiliano, *de oratoria institutione*; e riguardo la poetica *Gualfredus, in poetria nova*. Ricorderò ancora: il papa Alessandro *in extravagantibus*; Beda, *super parabolas*; Graziano *in decretis*; il papa Onorio III; Rabano, *de ecclesiasticis pressuris*; S. Gerolamo, Varrone, Svetonio, Q. Curzio, Valerio Massimo, ecc.

« 14. Io non seguo l'ordine cronologico, come si vede, in questa rassegna, nè intendo fare, o meglio rifare, l'elenco degli autori citati da Vincenzo (V. Fabricio e l'*Hist. littér. de la France*, Tome XVIII, pag. 449 e segg.). E qui si porta a 450 il numero delle citazioni, non comprese quelle degli anonimi, gli articoli estratti *ex actis martyrum; ex rebus gestis* (leggendarii) *sanctorum*; dagli atti dei concilî, gli scritti apocrifi, i pseudonimi, gli omonimi, che farebbero tutti insieme raddoppiare il catalogo del Fabricio per lo *speculum naturale* (V. *Biblioteca graeca*, tom. XIV, pag. 107-125 ediz. 1718-1728). Quindi appare, che degli autori medievali non sono citati il

[1] Sebbene biasimate come aride e vane le discussioni fatte già alla fine del secolo X sulle dottrine di Porfirio, massime sulla dialettica astrusa e fatta più oscura dai disputanti, pure io credo che di qui bisogna prendere le mosse per intendere lo sviluppo della dialettica nei secoli posteriori XI, XII, e XIII (v. la vita di Gerberto, papa Silvestro II, dell'Hock, traduz. italiana, Milano 1846, pag. 181-189).

celebre Giovanni di Salisbury, o Sarisberiense, Liutprando, Pietro il Venerabile, Guglielmo di Tiro; nè degli antichi, Tito Livio, Tacito, Mela; non i poeti Lucrezio, Catullo, Silio Italico. Al contrario si ricordano almeno Omero, Esiodo, Alcmano, Mimnermo, Epimenide, Esopo, Dioscoride, Egesippo, Tolomeo, Giuseppe Flavio, S. Giustino, S. Policarpo, Galeno, oltre Platone ed Aristotile, quest'ultimo usato larghissimamente; e nello *speculum historiale* la cronaca di Eusebio in latino. Strana è la citazione di un verso e di emistichi di Fedro, sotto il nome non di Fedro, ma di Esopo, di cui si reca nel terzo libro, a proposito della poetica, un estratto di 29 favole, undici delle quali occorrono anche in Fedro. Ma il testo recato dal Bellovacense non è interamente di Fedro; solo contiene delle frasi, dei mezzi versi del celebre liberto d'Augusto. Queste favole medesime di Esopo nello stesso testo latino sono nello *speculum historiale* riportate, libro terzo. Si è disputato a lungo di queste favole, ed io col Boutaric (1) in questo punto certo m'accordo, che il Romulus, presunto traduttore di queste favole, non sia Romolo Augustolo, ma un retore, o più precisamente un maestro di scuola; io però ammetto coll'autore della vita di Vincenzo nell'*Hist. littér.* delle orme indubitabili di Fedro; per non ripetere i mezzi versi ivi recati, prego il lettore di farne ivi il confronto. Dal quale confronto appare che il preteso traduttore di Esopo, Romolo, sebbene si vanti di tradurre *de graeco sermone in latinum*, pure altro non fece che parafrasare Fedro, unendo agli emistichi del poeta latino anche della barbara prosa (2). Di questa raccolta di favole Esopiane tradotte in latino nel medio evo correvano più d'una, e più d'una ne furono scoperte nel secolo nostro in Italia dal Mai, in Francia, in Germania, ecc. In tutte queste raccolte medievali il testo greco, o non è punto riguardato, o è del tutto alterato e svisato, dall'interprete latino, che qui si giova della lingua e dei versi di Fedro secondo le edizioni più ristrette e comuni, altrove di un Fedro ampliato, ed anche d'Aviano (confuso con Avieno); ed un esemplare di quest'ultima raccolta s'è trovato presso un erudito del Risorgimento, il Card. Niccolò Perotti, il primo autore di un trattato di metrica classica, che non è difficile rinvenire nelle antiche edizioni d'Orazio. Ed io credo che non poco abbiano contribuito a questa trasformazione delle favole Esopiane gli Arabi e gli Ebrei nel medio evo; e se questa mia opinione è fondata, si può dedurre che anche Esopo fu tradotto in latino dalla versione araba od ebraica (3); dalla versione latina sarebbero venuti i nostri volgarizzamenti accennati dal Vannucci, e quelli francesi ricordati dallo stesso Vannucci e

(1) *Revue des questions historiques*, tome XVII, pag. 17-19. 1875.

(2) Bähr, *Gesch. der röm. Litter*, 155. Vannucci, *Studi storici e morali della letteratura latina*, Torino, Erm. Loescher, pag. 550, nota. Luciano Müller nella sua ediz. critica di Fedro, Teubner, 1871.

(3) Vedi Huet, *De optimo genere interpretandi et de claris interpretibus*. Venetiis 1757, p. 144-145. La traduzione arabica precedette l'ebraica o siriaca.

dal Graf (op. cit. pag. 177, vol. II; v. anche le dissertazioni da entrambi citate); e le favole in versi dei *Minnesänger* tedeschi (Bähr); il re Alfredo, morto nel 901, traduceva le favole Esopiane in anglosassone. Ma ora se ne dubita.

« 15. Un'altra causa della storpiatura dei classici latini medievali ci è mostrata dalle ragioni didascaliche di quei tempi. Il Comparetti mi indicava un Sallustio manoscritto alterato con abbreviamenti, con barbare locuzioni e così malconcio, perchè doveva nelle scuole servire d'esercizio. E nel suo *Virgilio nel medio evo*, parte I, pag. 112-113, nota 2, rammenta un compendio inedito delle Istituzioni di Quintiliano, fatto da Stefano di Rouen (sec. XII). Era uso di quei tempi guastare in tal modo le opere classiche destinate all'insegnamento; non occorre qui ripetere come furono così alterati e malconci i commenti di Virgilio e d'Orazio, le biografie dei due poeti, ed altri lavori simili degli antichi biografi e grammatici. Non bisogna però dar tutto il torto al medio evo; questo brutto costume aveva già invase le lettere latine nel basso impero: il primo dei Gordiani ricompone i poemi ciceroniani *ad hoc, ut nimis antiqua viderentur* (*Jul. Capitolinus, Gordiani*, 3, 2). Ed anche il metodo di raccogliere dagli autori eccellenti esempi ottimi è dei tempi imperiali, non ancora guasti e corrotti; Svetonio narra come Domiziano attribuisse a delitto di lesa maestà il portare attorno un mappamondo *contionesque regum ac ducum ex Tito Livio* (*Domitianus*, 10). E tralascio il compendio delle *Historiae Philippicae* di Trogo Pompeo, fatto da Giustino; tralascio le lunghe citazioni degli scrittori greci presso S. Clemente Alessandrino negli *Stromata*, e dei latini presso altri Padri latini, presso di S. Agostino specialmente; e tra gli altri autori le citazioni fatte da Gellio e Macrobio di autori o di opere del tutto perdute. Ed avvertirò pure col Boutaric che il nostro Vincenzo, come altri suoi contemporanei o predecessori, ricorda scrittori classici, specie greci, quali Omero, Esiodo, Sofocle, Epimenide, Menandro, ecc. solo dietro citazioni e rimembranze degli scrittori ecclesiastici, chiosatori, ecc.; e talora ce li trasfigura secondo le trasformazioni della leggenda medievale che, siccome fu già osservato, ha il suo fondamento non di rado negli ultimi scrittori greci e latini del basso impero e negli stessi padri della Chiesa. Quindi mentre da un lato si trova nel catalogo del Fabricius e in quello dell'autore della vita di Vincenzo un lusso di citazioni d'autori greci e latini, che ci debbono condurre ad assai più modeste considerazioni sulla dottrina classica di Vincenzo e dei tempi suoi; dall'altro lato si nota pure una straordinaria mancanza di critica, per cui si confondono insieme i due Plinii, si traveste in un cavaliere medievale Cicerone e si raccontano le più fantastiche avventure del filosofo Secondo, lasciando le favole intorno a Traiano, a S. Gregorio Magno, a papa Gerberto, ecc.

« 16. Ma riguardo ai due Plinii la loro confusione in un solo scrittore, oratore e storico ad un tempo, risale agli eruditi del basso impero. Macrobio

(*Saturn.* II, 12), discorrendo intorno al pregio, grande o vile, di alcuni pesci, reca la testimonianza di Plinio, non direttamente, ma sulla fede di Sammonico Sereno, *vir saeculo suo doctus*, e fa Plinio, il naturalista, contemporaneo di Traiano: *temporibus Traiani.... teste Plinio.... in naturali historia.* E Sammonico Sereno, *ibidem: Plinius, ut scitis, ad usque Traiani imperatoris venit aetatem* etc. Di qui appare manifesto, che prima Sammonico Sereno [1] sotto l'imperatore Severo, *qui ostentabat duritiam morum* (*Saturn. ibid.*), e poi Macrobio fecero Plinio il maggiore contemporaneo di Traiano. Devesi però ammettere che qui la confusione non è ancora completa; ad essere più giusti dobbiamo attribuire un errore cronologico a Sammonico Sereno, dato che il passo riferito di lui non sia adulterato, ciò che fu messo in dubbio già fin dal Rinascimento. La completa confusione appare in S. Gerolamo, il quale tanto nel cronico Eusebiano, quanto nel commento ad Isaia confonde in un solo i due Plinii. Qui apertamente in modo da togliere ogni disputa lo dice: *oratorem et philosophum*, e ne cita il libro XXXVII *de naturali historia* (*comment. Iesaiae* cap. 54, t. 4, p, 637 ed. Vallars). Il passo invece del cronico Eusebiano è abbastanza disputato sia per la lezione, sia per la interpretazione, essendo ivi il testo dato così: *Plinius Secundus Novocomensis orator et historicus insignis habetur, cuius plurima ingenii opera exstant. Periit dum visit Vesuvium.* Le ultime parole: *Periit dum visit (invisit) Vesuvium* sono da alcuni respinte, perchè senz'appoggio di codici antichissimi; si volle pure espungere *historicus*, da altri difeso (v. il Roth nell'edizione di Svetonio, *Praefatio* LXXXVIII-XCI; *Reliquiae* pag. 300-301). Lasciando ogni disputa, almeno per ora, mi restringerò a dire che la confusione fu pure confermata da Prisciano e continuò per tutto il medio evo, pur quando Giovanni Mansionario di Verona, lette le lettere di Plinio il giovane, distingueva l'uno dall'altro (anno 1313). Infine io credo con parecchi dotti del Rinascimento, che confusi insieme i due scrittori, anche le patrie loro si confusero e si fecero entrambi nativi di Como contro la più esplicita dichiarazione di Plinio il maggiore, che chiama Catullo suo conterraneo; ma di ciò altrove ».

[1] Scarsissime notizie abbiamo di questo Sammonico Sereno, che oltre questa lettera o forse panegirico, a Settimio Severo, scrisse pure un'opera in più libri: *Rerum reconditarum*, *Saturn.* III, 9, ed è pure citato riguardo alla legge Fannia, *ibid.*, II, 13. Incerto se sia l'autore del poema didascalico *De medicina* (v. Bähr); di certo fu fatto uccidere da Caracalla (*Spartianus* in *Ant. Caracalla*, 4) ed ebbe una biblioteca di 62 mila libri, che il figliuol suo, precettore del secondo Gordiano, lasciò, morendo, al suo dilettissimo discepolo (*Jul. Capitolinus*, *Gordiani*, 18).

PERSONALE ACCADEMICO

Pervenne all'Accademia la dolorosa notizia della morte del suo Socio corrispondente prof. Alessandro Dorna, avvenuta il 19 agosto scorso. Apparteneva egli all'Accademia sino dal 9 giugno 1872.

CORRISPONDENZA

Ringraziarono per le pubblicazioni ricevute:

La Società filosofica di Cambridge; l'Istituto nazionale di Ginevra; il Museo di zoologia comparata di Cambridge Mass.; la R. Biblioteca palatina di Parma; la civica Biblioteca di Vercelli.

Annunciarono l'invio delle loro pubblicazioni:

La R. Accademia prussiana delle scienze di Berlino; la Società geologica di Calcutta; il R. Istituto di studî superiori di Firenze.

Ringraziò annunciando l'invio delle proprie pubblicazioni:

La Società di storia naturale di Francoforte s. M.

P. B.
D. C.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all' Accademia sino al 19 settembre 1886.

Matematica. — *Sopra una formola di trasformazione di integrali multipli.* Nota del Socio F. Brioschi.

« 1.° Posto:

$$f(x) = (x - a_0)(x - a_1) \dots (x - a_{2n})$$

ed:

$$(1) \quad u_1 = \sum_1^n {}_s \int_{a_{2s-1}}^{x_s} \frac{f_1(x)}{2t} dx, \quad u_2 = \sum_1^n {}_s \int_{a_{2s-1}}^{x_s} \frac{f_2(x)}{2t} dx, \dots u_n = \sum_1^n {}_s \int_{a_{2s-1}}^{x_s} \frac{f_n(x)}{2t} dx$$

essendo $t = \sqrt{f(x)}$ ed $f_1(x), f_2(x), \dots f_n(x)$ polinomj in x del grado $n-1$, si dimostra facilmente che indicando con $a_{r_1}, a_{r_2}, \dots a_{r_n}$, n qualsivogliano fra quelle quantità $a_0, a_1, \dots a_{2n}$ e rappresentando con D il determinante:

$$D = \begin{vmatrix} f_1(a_{r_1}) & f_1(a_{r_2}) \dots f_1(a_{r_n}) \\ f_2(a_{r_1}) & f_2(a_{r_2}) \dots f_2(a_{r_n}) \\ \cdot & \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ f_n(a_{r_1}) & f_n(a_{r_2}) \dots f_n(a_{r_n}) \end{vmatrix}$$

si ottengono dalle (1) le seguenti:

$$\frac{dx_s}{du_1}=\frac{2t_s}{D\varphi'(x_s)}\left(\frac{\varphi(a_{r_1})}{a_{r_1}-x_s}\frac{dD}{df_1(a_{r_1})}+\frac{\varphi(a_{r_2})}{a_{r_2}-x_s}\frac{dD}{df_1(a_{r_2})}+\cdots+\frac{\varphi(a_{r_n})}{a_{r_n}-x_s}\frac{dD}{df_1(a_{r_n})}\right)$$

$$\frac{dx_s}{du_2}=\frac{2t_s}{D\varphi'(x_s)}\left(\frac{\varphi(a_{r_1})}{a_{r_1}-x_s}\frac{dD}{df_2(a_{r_1})}+\frac{\varphi(a_{r_2})}{a_{r_2}-x_s}\frac{dD}{df_2(a_{r_2})}+\cdots+\frac{\varphi(a_{r_n})}{a_{r_n}-x_s}\frac{dD}{df_2(a_{r_n})}\right)$$

. . . . . .

$$\frac{dx_s}{du_n}=\frac{2t_s}{D\varphi'(x_s)}\left(\frac{\varphi(a_{r_1})}{a_{r_1}-x_s}\frac{dD}{df_n(a_{r_1})}+\frac{\varphi(a_{r_2})}{a_{r_2}-x_s}\frac{dD}{df_n(a_{r_2})}+\cdots+\frac{\varphi(a_{r_n})}{a_{r_n}-x_s}\frac{dD}{df_n(a_{r_n})}\right)$$

ed in questa:

$$t_s=\sqrt{f(x_s)}\,,\qquad \varphi(x)=(x-x_1)(x-x_2)\ldots(x-x_n)\,.$$

« Ne risulta che essendo r uno degli indici $r_1, r_2 \ldots r_n$, deducesi dalle superiori la:

$$(2)\qquad f_1(a_r)\frac{dx_s}{du_1}+f_2(a_r)\frac{dx_s}{du_2}+\cdots+f_n(a_r)\frac{dx_s}{du_n}=\frac{2t_s}{\varphi'(x_s)}\frac{\varphi(a_r)}{a_r-x_s}$$

nella quale può porsi $r=r_1, r_2 \ldots r_n$; $s=1, 2 \ldots n$.

« Sia:

$$p_m(u_1, u_2 \ldots u_n)=\sqrt{(a_m-x_1)(a_m-x_2)\ldots(a_m-x_n)}=\sqrt{\varphi(a_m)}$$

una delle $2n+1$ funzioni iperellittiche ad un indice: si avranno le:

$$\frac{dp_m}{du_1}=\sum_1^n{}^s\frac{dp_m}{dx_s}\frac{dx_s}{du_1},\quad \frac{dp_m}{du_2}=\sum_1^n{}^s\frac{dp_m}{dx_s}\frac{dx_s}{du_2},\ \ldots\ \frac{dp_m}{du_n}=\sum_1^n{}^s\frac{dp_m}{dx_s}\frac{dx_s}{du_n}$$

e siccome:

$$\frac{dp_m}{dx_s}=-\tfrac{1}{2}\frac{p_m}{a_m-x_s}$$

si avrà dalla (2) la seguente:

$$f_1(a_r)\frac{dp_m}{du_1}+f_2(a_r)\frac{dp_m}{du_2}+\cdots+f_n(a_r)\frac{dp_m}{du_n}=-p_r^2p_m\sum_1^n{}^s\frac{t_s}{(a_r-x_s)(a_m-x_s)\varphi'(x_s)}$$

da cui, supponendo r, m disuguali fra loro, e ponendo:

$$p_{r,m}(u_1, u_2 \ldots u_n)=p_r\,p_m\sum_1^n{}^s\frac{t_s}{(a_r-x_s)(a_m-x_s)\varphi'(x_s)}$$

cioè $p_{rm}=p_{mr}$ una delle $n(2n+1)$ funzioni iperellittiche a due indici, si otterrà la relazione generale:

$$(3)\qquad f_1(a_r)\frac{dp_m}{du_1}+f_2(a_r)\frac{dp_m}{du_2}+\cdots+f_n(a_r)\frac{dp_m}{du_n}=-p_r\,p_{mr}$$

« Sieno $m_1, m_2 \dots m_n$; n fra gli indici $0, 1, 2 \dots 2n+1$ differenti fra loro e differenti da $r_1, r_2 \dots r_n$; indicando con P, Q i due determinanti:

$$(4) \quad P = \begin{vmatrix} \frac{dp_{m_1}}{du_1} & \frac{dp_{m_1}}{du_2} \dots & \frac{dp_{m_1}}{du_n} \\ \frac{dp_{m_2}}{du_1} & \frac{dp_{m_2}}{du_2} \dots & \frac{dp_{m_2}}{du_n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{dp_{m_n}}{du_1} & \frac{dp_{m_n}}{du_2} \dots & \frac{dp_{m_n}}{du_n} \end{vmatrix}, \qquad Q = \begin{vmatrix} p_{m_1 r_1} & p_{m_2 r_1} \dots & p_{m_n r_1} \\ p_{m_1 r_2} & p_{m_2 r_2} \dots & p_{m_n r_2} \\ \dots & \dots & \dots \\ p_{m_1 r_n} & p_{m_2 r_n} \dots & p_{m_n r_n} \end{vmatrix}$$

la relazione (3) ed analoghe, conduce tosto alla formola:

$$(5) \qquad DP = (-1)^n p_{r_1} p_{r_2} \dots p_{r_n} Q .$$

« 2.° È noto che fra le funzioni iperellittiche ad uno ed a due indici esiste un determinato numero di relazioni quadratiche. Abbiamo nel paragrafo precedente indicati con $r_1, r_2 \dots r_n$; $m_1, m_2 \dots m_n$ $2n$ fra gli indici $0, 1, 2 \dots 2n+1$; indichiamo ora con s l'ultimo di essi, e poniamo:

$$g(x) = (x - a_s)(x - a_{m_1}) \dots (x - a_{m_n})$$
$$h(x) = (x - a_{r_1})(x - a_{r_2}) \dots (x - a_{r_n})$$

sicchè:

$$f(x) = g(x)\, h(x) .$$

« Ciò posto si hanno dapprima le relazioni della forma seguente:

$$(6) \quad \begin{aligned} &\frac{p_s^2}{g'(a_s)} + \frac{p^2_{m_1}}{g'(a_{m_1})} + \frac{p^2_{m_2}}{g'(a_{m_2})} + \dots + \frac{p^2_{m_n}}{g'(a_{m_n})} = 1 \\ &\frac{p_s p_{sr}}{g'(a_s)} + \frac{p_{m_1} p_{m_1 r}}{g'(a_{m_1})} + \frac{p_{m_2} p_{m_2 r}}{g'(a_{m_2})} + \dots + \frac{p_{m_n} p_{m_n r}}{g'(a_{m_n})} = 0 \end{aligned}$$

nella seconda delle quali r può assumere i valori $r_1, r_2 \dots r_n$.

« Si hanno poi le seguenti fra sole funzioni iperellittiche a due indici e cioè:

$$(7) \quad \begin{aligned} &\frac{p^2_{sr}}{g'(a_s)} + \frac{p^2_{m_1 r}}{g'(a_{m_1})} + \frac{p^2_{m_2 r}}{g'(a_{m_2})} + \dots + \frac{p^2_{m_n r}}{g'(a_{m_n})} = h'(a_r) \\ &\frac{p_{sr_1} p_{sr_2}}{g'(a_s)} + \frac{p_{m_1 r_1} p_{m_1 r_2}}{g'(a_{m_1})} + \dots + \frac{p_{m_n r_1} p_{m_n r_2}}{g'(a_{m_n})} = 0 \end{aligned}$$

nella prima delle quali r prende i valori $r_1, r_2 \dots r_n$ e nella seconda si possono porre le combinazioni a due a due degli indici stessi. Per mezzo di queste relazioni (6) (7) in numero $\frac{(n+1)(n+2)}{2}$, si può determinare il valore del determinante seguente:

$$R = \begin{vmatrix} p_s & p_{m_1} & p_{m_2} & \dots p_{m_n} \\ p_{sr_1} & p_{m_1 r_1} & p_{m_2 r_1} & \dots p_{m_n r_1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{s r_n} & p_{m_1 r_n} & p_{m_2 r_n} & \dots p_{m_n r_n} \end{vmatrix}$$

e trovasi facilmente essere:

$$R = C$$

posto C eguale alla costante che segue:

$$C = \left[g'(a_s)\, g'(a_{m_1}) \dots g'(a_{m_n})\, h'(a_{r_1}) \dots h'(a_{r_n}) \right]^{\frac{1}{2}} = \Delta_g^{\frac{1}{2}} \Delta_h^{\frac{1}{2}}$$

indicando con Δ_g, Δ_h i discriminanti delle funzioni $g(x)$, $h(x)$. Per questa proprietà del determinante R, e dalle relazioni (6) deducesi quest'altra, che:

$$\frac{R}{g'(a_s)} p_s = Q$$

essendo Q il determinante superiore (4). Si avrà così dalla equazione (5):

$$(8) \qquad P = (-1)^n \frac{C}{D g'(a_s)} \cdot p_s\, p_{r_1}\, p_{r_2} \cdots p_{r_n}$$

cioè il determinante funzionale di n funzioni iperellittiche ad un indice è eguale ad una costante pel prodotto delle altre $n+1$ funzioni iperellittiche della stessa specie.

« Ma indicando con $k(x)$ il prodotto:

$$k(x) = (x - a_{m_1})(x - a_{m_2}) \dots (x - a_{m_n})$$

per cui $g(x) = (x - a_s)\, k(x)$, la prima delle relazioni (6) può scriversi:

$$p_s^2 = k(a_s) \left(1 + \frac{p^2_{m_1}}{(sm_1)\, k'(a_{m_1})} + \dots + \frac{p^2_{m_n}}{(sm_n)\, k'(a_{m_n})} \right)$$

posto $(sm_1) = a_s - a_{m_1}$; e siccome in quest'ultima relazione possiamo sostituire ad s uno qualsivoglia degli indici $r_1, r_2, \dots r_n$, si avrà che quelle $n+1$ funzioni iperellittiche $p_s, p_{r_1}, p_{r_2} \dots p_{r_n}$, si possono esprimere per funzioni irrazionali del secondo grado delle altre n.

« 3.° Si osservi che il determinante D è eguale al prodotto di due determinanti dei quali l'uno funzione dei soli coefficienti delle funzioni $f_1(x), f_2(x) \dots f_n(x)$ e l'altro che eguaglia la radice quadrata del discriminante di $h(x)$, si ha cioè:

$$D = (-1)^{\frac{n}{2}} K \Delta_h^{\frac{1}{2}}$$

dove K è quel primo determinante; si avrà quindi:

$$\frac{C}{D\, g'(a_s)} = \frac{1}{K} \left[k'(a_{m_1})\, k'(a_{m_2}) \dots k'(a_{m_n}) \right]^{\frac{1}{2}}.$$

« Ponendo ora:

$$p_{m_1} = \sqrt{y_1\, k'(a_{m_1})}, \quad p_{m_2} = \sqrt{y_2\, k'(a_{m_2})} \quad \dots \quad p_{m_n} = \sqrt{y_n\, k'(a_{m_n})}$$

e rappresentando con U il determinante:

$$U = \begin{vmatrix} \frac{dy_1}{du_1} & \frac{dy_1}{du_2} & \cdots & \frac{dy_1}{du_n} \\ \frac{dy_2}{du_1} & \frac{dy_2}{du_2} & \cdots & \frac{dy_2}{du_n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{dy_n}{du_1} & \frac{dy_n}{du_2} & & \frac{dy_n}{du_n} \end{vmatrix}$$

dalla relazione (8) si deduce tosto la seguente:

$$K \,.\, U = (-1)^n . \, 2^n . \sqrt{y_1 y_2 \ldots y_n} \cdot p_s \, p_{r_1} \ldots p_{r_n}$$

ossia ponendo:

$$p_{r_1} = \sqrt{y_{n+1} k(a_{r_1})} \ldots p_{r_n} = \sqrt{y_{2n} k(a_{r_n})}, \quad p_s = \sqrt{y_{2n+1} k(a_s)}$$

si avrà:

$$K \,.\, U = (-1)^n . \, 2^n \sqrt{y_1 y_2 \ldots y_{2n+1}}$$

essendo y_{n+1}, $y_{n+2} \ldots y_{2n+1}$ funzioni lineari di y_1, y_2, y_n; ossia:

$$y_{n+1} = 1 + \frac{y_1}{(r_1 m_1)} + \frac{y_2}{(r_1 m_2)} + \cdots + \frac{y_n}{(r_1 m_n)}$$

$$y_{n+2} = 1 + \frac{y_1}{(r_2 m_1)} + \frac{y_2}{(r_2 m_2)} + \cdots + \frac{y_n}{(r_2 m_n)}$$

e così di seguito.

« Se infine rammentasi la nota formola di trasformazione per gli integrali multipli:

$$dy_1 \, dy_2 \ldots dy_n = U \, du_1 \, du_2 \ldots du_n$$

si otterrà la formola:

$$(9) \qquad du_1 \, du_2 \ldots du_n = \frac{(-1)^n}{2^n} K \frac{dy_1 \, dy_2 \ldots dy_n}{[y_1, y_2 \ldots, y_{2n+1}]^{\frac{1}{2}}} .$$

« Analogamente indicando con V il determinante:

$$V = \begin{vmatrix} \frac{dx_1}{du_1} & \frac{dx_1}{du_2} & \cdots & \frac{dx_1}{du_n} \\ \frac{dx_2}{du_1} & \frac{dx_2}{du_2} & \cdots & \frac{dx_2}{du_n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{dx_n}{du_1} & \frac{dx_n}{du_2} & \cdots & \frac{dx_n}{du_n} \end{vmatrix}$$

si ha:

$$dx_1 \, dx_2 \ldots dx_n = V \, du_1 \, du_2 \ldots du_n$$

e quindi per le relazioni (2) essendo:

$$V = (-1)^n \frac{2^n}{K} \frac{t_1 t_2 \dots t_n}{\left[\varphi'(x_1)\varphi'(x_2)\dots\varphi'(x_n)\right]^{\frac{1}{2}}}$$

si avrà la seconda formola:

$$(10) \qquad du_1 du_2 \dots du_n = \frac{(-1)^n}{2^n} K \frac{\left[\varphi'(x_1)\varphi'(x_2)\dots\varphi'(x_n)\right]^{\frac{1}{2}}}{t_1 t_2 \dots t_n} dx_1 dx_2 \dots dx_n .$$

« Dalle formole (9) (10) si deduce il seguente teorema.

« L' integrale ennuplo:

$$\frac{\Delta\, dx_1 dx_2 \dots dx_n}{\left[f(x_1) f(x_2) \dots f(x_n)\right]^{\frac{1}{2}}}$$

in cui:

$$f(x) = (x - a_0)(x - a_1) \dots (x - a_{2n})$$

e Δ è il prodotto delle differenze a due a due delle quantità $x_1, x_2 \dots x_n$, si trasforma nell' integrale ennuplo:

$$\frac{dy_1 dy_2 \dots dy_n}{\sqrt{F((y_1, y_2 \dots y_n)}}$$

nel quale la funzione $F(y_1, y_2 \dots y_n)$ è il prodotto di $2n+1$ funzioni lineari di $y_1, y_2 \dots y_n$ della forma $A_0 + A_1 y_1 + A_2 y_2 + \dots + A_n y_n$; essendo:

$$y_1 = \frac{(a_{m_1} - x_1)(a_{m_1} - x_2) \dots (a_{m_1} - x_n)}{(a_{m_1} - a_{m_2})(a_{m_1} - a_{m_3}) \dots (a_{m_1} - a_{m_n})}$$

ed analogamente per $y_2 \dots y_n$; infine $a_{m_1}, a_{m_2} \dots a_{m_n}$ n qualsivogliano fra le quantità $a_0, a_1 \dots a_{2n}$.

« Pel caso di $n = 2$ questo teorema era dimostrato, siccome applicazione del teorema di Abel agli integrali doppi, in una delle lettere dirette a Jacobi dal prof. Rosenhain pubblicate nel Vol. 40 del Giornale di Crelle (pag. 329). Così pure la formola di trasformazione (9), pel caso di $n = 2$, fu dimostrata per mezzo delle funzioni théta a due variabili, dal sig. Scheibner nella sua Memoria: *Ueber eine Transformationsformel für Doppel-integrale* (1).

« 4.° Nella formola di trasformazione (9), come nei due casi particolari precedentemente citati, si sono considerate soltanto funzioni iperellittiche ad un solo indice. Ma si possono dare molte combinazioni di $2n+1$ funzioni iperellittiche ad uno, a due, a più indici, le quali conducono ad analoghe

(1) Berichte ueber die Verhandlungen der K. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften. 1884, pag. 185.

formole di trasformazione. Infatti essendo in generale per le funzioni p_{mn} a doppio indice:

$$f_1(a_r)\frac{dp_{mn}}{du_1}+f_2(a_r)\frac{dp_{mn}}{du_2}+\cdots+f_n(a_r)\frac{dp_{mn}}{du_n}=-p_{mr}p_{nr}$$

se si considera il determinante:

$$S=\begin{vmatrix} \frac{dp_{m_1}}{du_1} & \cdots & \frac{dp_{m_1}}{du_n} \\ \frac{dp_{m_1 m_2}}{du_1} & \cdots & \frac{dp_{m_1 m_2}}{du_n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{dp_{m_1 m_1}}{du_1} & \cdots & \frac{dp_{m_1 m_n}}{du_n} \end{vmatrix}$$

e lo si moltiplica per D, si ottiene:

$$SD=(-1)^n p_{m_1 r_1} p_{m_1 r_2} \cdots p_{m_1 r_n} T$$

posto:

$$T=\begin{vmatrix} p_{r_1} & p_{r_2} & \cdots & p_{r_n} \\ p_{m_2 r_1} & p_{m_2 r_2} & \cdots & p_{m_2 r_n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ p_{m_n r_1} & p_{m_n r_2} & \cdots & p_{m_n r_n} \end{vmatrix}$$

ed operando come al paragrafo secondo si giunge ad un'altra formola di trasformazione affatto analoga alla (9) ».

Archeologia. — Il Socio Fiorelli ha fatto pervenire all'Accademia il fascicolo delle *Notizie*, sulle scoperte di antichità per lo scorso mese di agosto, accompagnandolo colla Nota seguente:

« Tra le scoperte che attirarono maggiormente l'attenzione degli studiosi in questi ultimi mesi, vanno ricordate quelle della necropoli ternana in contrada *s. Agnese* e e *s. Paolo*, nel sito ove è stata edificata la grande officina pei lavori in acciaio, poco fuori della città di Terni. Dei primi scavi quivi fatti si diede conto nelle *Notizie* dello scorso gennaio (pag. 9), con una nota desunta da comunicazioni dell'ispettore di Narni sig. marchese Eroli, il quale poco dopo diede alle stampe una monografia sopra quei trovamenti [1].

« Parve allora esser necessario inviare sul luogo persona, che seguisse il corso di quelle indagini, riferendone i maggiori particolari che giovano alla

[1] *Oggetti antichi scavati in Terni dal 1880 al 1885*, descritti dal marchese Giovanni Eroli, r. ispettore degli scavi — Roma Tipografia letteraria 1886, con una tavola.

scienza; e tale incarico fu dato al solerte sig. Angelo Pasqui, addetto ai lavori della carta archeologica, ed autore di varie relazioni stampate nelle *Notizie*. E dal sig. Pasqui si ebbe un ampio rapporto sopra i nuovi scavi che colà si fecero, rapporto inserito nel fascicolo dello scorso agosto, ove si descrive minutamente la suppellettile funebre, secondo le tombe alle quali appartenne.

« Le tombe esplorate, poco meno di un centinaio, erano tutte ad inumazione, se si eccettuano cinque solamente. E se questo cospicuo numero di sepolcri esaminati, non è sufficiente a farci pronunziare definitivi giudizî, molto e molto rimanendo a scavare nella necropoli di *Interamna Nahars*, pure le conclusioni, alle quali senza tema di errare si può giungere, meritano di essere molto ponderate nello studio della tesi difficilissima sopra le antichità italiche, tesi oggi più che mai vivamente agitata fra i dotti nostrali e stranieri.

« Lascio quanto riguarda la questione geologica dell'agro di Terni, già trattata dal ch. Bellucci; le cui conclusioni ricevono nuova conferma dai nuovi scavi, e mi limito a ricordare come questi scavi medesimi abbiano dimostrato molte somiglianze di costumi, che non erano state notate per lo innanzi, fra i popoli che in età remota occuparono questa regione d'Italia, e quelli che ebbero sede al di là del Tevere, nell'Etruria.

« Notevole è poi il fatto, che si riferisce ai segni di una tumulazione più antica, col rito della cremazione, e con dolii di impasto rozzissimo, lavorati a mano, simili ai tarquiniesi ed a quelli di Bisenzio; e maggiormente degno delle cure degli studiosi è il sospetto, che l'esame di questi avanzi fa nascere, quello cioè che i sepolcri ad incenerimento fossero stati distrutti, quando venne in uso il sistema di inumare; il che andrebbe contro la opinione di coloro, che ritengono il duplice rito essere stato contemporaneo.

« Se non che riserbando gli ulteriori studî ai nuovi scavi, che è a sperare possano essere eseguiti in quell'area, così ferace di materiale scientifico, giova intanto far noto, che molti degli oggetti recuperati furono custoditi nella raccolta comunale, presso la biblioteca di Terni, ed altri saranno esposti nello stesso edificio dell'Acciaieria, tutelati a cura della Società proprietaria delle fabbriche.

« Le notizie relative alle scoperte fatte nelle altre regioni del Regno, sono per lo più epigrafiche; e tra esse meritano essere additate quelle del territorio di Velia, nella regione III (Lucania), dalla cui necropoli avemmo un nuovo titolo greco, ed iscrizioni latine intiere e frammentate, appartenenti alla bassa età imperiale ».

Matematica. — *Sui sistemi di integrali indipendenti di una equazione lineare ed omogenea a derivate parziali di 1° ordine.* Nota I. del dott. Gregorio Ricci, presentata dal Socio Dini.

« Il problema dei sistemi di superficie ortogonali è suscettibile di una generalizzazione, a cui, per quanto so, non è ancora stato posto mente e che forma l'oggetto di queste ricerche.

« Definita una varietà ad n dimensioni di coordinate $x_1, x_2, .. x_n$ per mezzo del quadrato del suo elemento lineare

$$ds^2 = \Sigma_{rs}\, a_{rs}\, dx_r\, dx_s$$

e data una equazione a derivate parziali lineare ed omogenea

$$\text{I)} \qquad \Sigma_r\, Y_r \frac{d\varphi}{dx_r} = 0\,,$$

si tratta di determinare le condizioni necessarie e sufficienti perchè questa ammetta $n-1$ integrali $\varrho_1, \varrho_2, \varrho_{n-1}$ tali, che, per usare una denominazione del prof. Beltrami, il parametro differenziale di 1° ordine intermedio o misto di due qualunque di essi si annulli o, adottando il linguaggio geometrico, che siano ortogonali fra di loro due a due in detta varietà così che si abbia:

$$\Sigma_{rs}\, c_{rs} \frac{d\varrho_h}{dx_r} \frac{d\varrho_k}{dx_s} = 0 \qquad (h \lessgtr k,\ h, k = 1, 2, \ldots n-1)$$

essendo

$$\text{1)} \qquad c_{rs} = \frac{1}{a} \frac{da}{da_{rs}}\,,$$

dove a indica il discriminante di ds^2 ed a_{rs} deve nella derivazione di a riguardarsi come distinto da a_{sr}. Verificate quelle condizioni, si tratta poi di vedere se e quanto quegli integrali siano determinati ed in che modo possano ottenersi.

« Se esiste il sistema di integrali $\varrho_1, \varrho_2, .. \varrho_{n-1}$ la equazione (I) e una qualunque delle

$$\Sigma_r \frac{d\varphi}{dx_r} \Sigma_t\, c_{rt} \frac{d\varrho_h}{dx_t} = 0 \qquad (h = 1, 2, \ldots n-1)$$

costituiscono un sistema completo nel senso di Clebsch e le $\frac{d\varrho_h}{dx_r}$ soddisfanno a un sistema di equazioni algebriche della forma

$$\text{II)} \qquad \begin{cases} \Sigma_r\, Y_r\, \Xi_r = 0 \\ Y_s\, \Xi + \Sigma_r\, (Y_{rs} + \omega\, c_{rs})\, \Xi_r = 0 \qquad (s = 1, 2, \ldots n) \end{cases}$$

essendo

$$\text{2)} \qquad 2Y_{rs} = \Sigma_t \left(c_{st} \frac{dY_r}{dx_t} + c_{rt} \frac{dY_s}{dx_t} - \frac{dc_{rs}}{dx_t}\, Y_t \right),$$

Ξ ed ω quantità da determinarsi esse pure in base a quelle equazioni.

« La quantità ω dovrà essere radice della equazione:

$$e) \qquad a \begin{vmatrix} 0 & Y_1 & Y_2 & \dots & Y_n \\ Y_1 & Y_{11}+\omega c_{11} & Y_{12}+\omega c_{12} & \dots & Y_{1n}+\omega c_{1n} \\ Y_2 & Y_{21}+\omega c_{21} & Y_{22}+\omega c_{22} & \dots & Y_{2n}+\omega c_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ Y_n & Y_{n1}+\omega c_{n1} & Y_{n2}+\omega c_{n2} & \dots & Y_{nn}+\omega c_{nn} \end{vmatrix} = 0,$$

la quale chiameremo *equazione algebrica caratteristica* della equazione a derivate parziali (I) nella varietà di elemento lineare ds per la sua importanza in questa teoria e perchè il suo primo membro è una espressione invariabile rispetto ai coefficienti Y_r ed a_{rs}.

« Posto

$$X_h = \Sigma_r a_{rh} Y_r$$
$$X_{hk} = \Sigma_{rs} Y_{rs} a_{rh} a_{sk}$$

ovvero, come si deduce dalle (1),

$$X_{hk} = \tfrac{1}{2}\left(\frac{dX_h}{dx_k} + \frac{dX_k}{dx_h}\right) - \sum_i a_{hk,i} Y_i$$

con

$$2a_{hk,i} = \frac{da_{hi}}{dx_k} + \frac{da_{ki}}{dx_h} - \frac{da_{hk}}{dx_i}$$

alle equazione (e) può anche darsi la forma

$$e_1) \qquad \frac{1}{a} \begin{vmatrix} 0 & X_1 & X_2 & \dots & X_n \\ X_1 & X_{11}+\omega a_{11} & X_{12}+\omega a_{12} & \dots & X_{1n}+\omega a_{1n} \\ X_2 & X_{21}+\omega a_{21} & X_{22}+\omega a_{22} & \dots & X_{2n}+\omega a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_n & X_{n1}+\omega a_{n1} & X_{n2}+\omega a_{n2} & \dots & X_{nn}+\omega a_{nn} \end{vmatrix} = 0,$$

che potrebbe dirsi *reciproca* della (e) e il cui primo membro ha la stessa proprietà di invariabilità che quello di quest'ultima. Per tale proprietà i coefficienti delle diverse potenze di ω nello sviluppo della equazione algebrica caratteristica sotto la forma (e) od (e_1) dànno $n-1$ espressioni invariabili di 1° ordine rispetto ai coefficienti della espressione di ds^2 e della equazione a derivate parziali (I).

« Le radici della equazione algebrica caratteristica sono reali e si possono ripartire in tanti gruppi $G_1, G_2, .. G_h \dots$, il gruppo G_h contenendo tutte le radici, che hanno lo stesso valore ω_h e il cui numero indicheremo con m_h. Il sistema di equazioni algebriche lineari (II) ammette per $\omega = \omega_h$ m_h sistemi di soluzioni indipendenti, che indicheremo con $\Xi_{rh_1}, \Xi_{r,h_2}, \dots$ Sempre nella ipotesi ammessa della esistenza del sistema di integrali $\varrho_1, \varrho_2, .. \varrho_{n-1}$ le $\frac{d\varrho_h}{dx_r}$ dovendo esse pure soddisfare ad un sistema di equazioni della forma (II),

il sistema stesso si ripartirà in tanti gruppi di m_h integrali $\varrho_{h_1}, \varrho_{h2}, ..$ corrispondenti a ciascun gruppo G_h di radici della equazione algebrica caratteristica in modo che le $\frac{d\varrho_{h_i}}{dx_r}$ soddisfaranno alle (II), in cui sia posto $\omega = \omega_h$ e dato a Ξ un valore conveniente. Siccome poi indicando con Ξ_{rh} e Ξ_{rk} due sistemi di soluzioni delle (II) corrispondenti a due gruppi distinti G_h e G_k di radici della equazione algebrica caratteristica si ha dalle (II) stesse:

III) $$\Sigma_{rs}\, c_{rs}\, \Xi_{rh}\, \Xi_{sk} = 0\,,$$

ne viene che, posto

3) $$H_{rk_i} = \Sigma_s\, c_{rs}\, \Xi_{sk_i}\,,$$

il sistema di equazioni che risulta della (I) e delle

I_k) $$\Sigma_r\, H_{rk_i} \frac{d\varphi}{dx_r} = 0 \qquad (i = 1, 2, \ldots m_k)$$

sarà completo poichè ammetterà per integrali communi gli $n - m_h - 1$ integrali ϱ_h, che corrispondono ai gruppi differenti da G_k di radici della equazione algebrica caratteristica. Per egual ragione sarà completo il sistema di equazioni, che risulta della (I) e di due gruppi (I_h) e (I_k).

« Supponiamo ora che siano completi tutti i sistemi di equazioni composti nel modo ora indicato. In tal caso lo sarà pure ogni sistema di $n - m_h$ equazioni, che risulta della (I) e di tutti i gruppi (I_k), eccettuato uno determinato (I_h). Indicando con $\varphi_{h_1}, \varphi_{h_2}, .. m_h$ integrali indipendenti di un tale sistema, le $\frac{d\varphi_{h_i}}{dx_r}$ sono soluzioni del sistema di $n - m_h$ equazioni algebriche lineari, che risulta della (I) e di tutti i gruppi della forma

$$\Sigma_r\, H_{rk_i}\, \Xi_r = 0 \qquad (i = 1, 2, .. m_k)$$

eccettuato quello, che corrisponde a $k = h$, e sono quindi funzioni lineari delle quantità Ξ_{rh_i} $(i = 1, 2, .. m_h)$, che per la prima delle (II) e per le (III) costituiscono un sistema di m_h soluzioni indipendenti dello stesso sistema di equazioni. Per questa ragione e per le (III) due integrali φ_{h_i} e φ_{k_l} della (I), per h differente ha k, sono ortogonali fra di loro nella varietà di elemento lineare ds. Ad ogni gruppo di integrali $\varphi_{h_1}, \varphi_{h_2}, ..$ se ne può poi sempre sostituire un altro $\varrho_{h_1}, \varrho_{h_2}, ..$, le ϱ_{hi} essendo tali funzioni delle φ_{h_i}, che soddisfino due a due alla medesima condizione di ortogonalità. Più precisamente si ha il seguente

« *Teorema*: Le condizioni necessarie e sufficienti perchè una equazione lineare ed omogenea a derivate parziali di 1° ordine e ad n variabili $x_1, x_2, \ldots x_n$ ammetta $n-1$ integrali ortogonali fra di loro due a due in una varietà, di cui quelle variabili rappresentano le coordinate, e che è definita per mezzo del quadrato del suo elemento lineare, consistono in ciò

che per ogni radice ω_h multipla del grado m_h della equazione algebrica caratteristica di quella equazione in questa varietà determinati m_h sistemi Ξ_{rh_i} $(i=1, 2, .. m_h)$ di soluzioni indipendenti delle equazioni (II), in cui sia fatto $\omega=\omega_h$, e definite le quantità H_{rh_i} per mezzo delle (1) e (3).

« 1° Sieno completi i sistemi di equazioni, che risultano della (I) e di uno qualunque dei sistemi $\sum_r H_{rh_i} \frac{d\varphi}{dx_r}=0$ $(i=1, 2, .. m_h)$;

« 2° Siano completi i sistemi di equazioni, che risultano della (I) e di due qualunque di questi ultimi sistemi.

« Verificate queste condizioni, gli integrali cercati si dividono in gruppi corrispondentemente ai gruppi di radici eguali della equazione algebrica caratteristica, il gruppo corrispondente ad una radice ω_h contenendone un numero m_h e le derivate rispetto ad x_h di uno qualunque di tali integrali essendo funzioni lineari delle quantità Ξ_{rh_i} $(i=1, 2, .. m_h)$. A tutti o parte degli integrali di un tal gruppo è poi sempre possibile sostituirne altri in numero eguale e funzioni dei primitivi, cominciando da una funzione arbitraria di questi ».

Fisica. — *Sulla dipendenza della conducibilità elettrica dalla temperatura nelle soluzioni degli alcoli* $C_n H_{2n+2} O$ *nei liquidi poco conduttori od isolanti.* Nota del prof. Adolfo Bartoli, presentata dal Socio Blaserna.

« I. Fin dal principio dei miei studî sperimentali sulla conducibilità elettrica dei composti del carbonio ho esaminate le soluzioni dei composti conduttori nei liquidi isolanti e poco conduttori [1]. In seguito ho ripreso lo stesso studio onde cercare se per tali soluzioni si verificasse una regola analoga a quella stabilita da altri per le soluzioni acquose molto diluite dei sali minerali.

« Riserbandomi ad altra occasione di render conto dei risultati relativi alle conducibilità assolute di tali soluzioni dei composti del carbonio, mi limiterò in questa comunicazione a dire come i rapporti di tali conducibilità, stabiliti per tutte le soluzioni ad una temperatura comune (a quella di + 15° per esempio), venivano fortemente alterati quando si misuravano ad una temperatura

[1] Ricorderò che io stabilii fin dal 1884 (Regola 2ª) che *se in un liquido coibente si scioglie una sostanza che allo stato liquido è conduttrice, la soluzione conduce.* Rendiconti della R. Accademia dei Lincei 1884 — Nuovo Cimento e Gazzetta Chimica, anni 1884 e 1885.

diversa. Mi accorsi ben presto che ciò dipendeva dal modo molto diverso col quale il riscaldamento cambiava la conducibilità delle diverse soluzioni. Infatti mentre in alcune soluzioni la conducibilità cresceva rapidamente colla temperatura, in altre ne restava quasi indipendente per un intervallo assai ampio ed in altre decresceva rapidamente col crescere della temperatura medesima. L'esposizione di tali fenomeni forma l'oggetto della presente comunicazione. I metodi di sperimento sono stati gli stessi descritti nelle mie Memorie *Sulla conducibilità elettrica delle combinazioni del carbonio* (1).

« II. I liquidi impiegati in queste ricerche come solventi sono stati principalmente: benzolo $C_6 H_6$, xilene $C_8 H_{10}$, cumene $C_9 H_{12}$, toluene $C_7 H_8$, timene $C_{10} H_{16}$, carvene $C_{10} H_{16}$, essenza di trementina $C_{10} H_{16}$, cloroformio $CHCl_3$, cloruro amilico $C_5 H_{11} Cl$, bromuro amilico $C_5 H_{11} Br$, solfuro di carbonio CS_2, acetato etilico, valerianato metilico, butirrato etilico, butirrato propilico, butirrato isobutilico, isobutirrato isobutilico, butirrato amilico, valerato amilico, benzoato etilico, fenetolo, anisolo ed altri ancora,

« I composti scioltivi sono stati: acido formico, acido acetico, acido propionico, acido isobutirrico, acido butirrico, acido valerianico, acido capronico, acido caprilico; alcool metilico, alcool etilico, alcool propilico, alcool isopropilico, alcool isobutilico, alcool amilico, alcool ottilico, alcool cetilico, alcool caprilico, alcool allilico, dimetiletilcarbinolo, trimetilcarbinolo, fenolo, cresolo, alcool cinnamilico, alcool benzilico; anidride acetica, anidride propionica, acetone, aldeide, paraldeide, benzaldeide, benzonitrile, acetonitrile, nitrobenzolo, nitrotoluene, nitroxilene (meta), metilrodanato, anilina, xilidina, toluidina (orto), chinolina, lepidina, picolina, pirrolo ed altri ancora (2).

« III. La maggior parte di queste soluzioni presenta una conducibilità elettrica crescente colla temperatura qualunque sia la proporzione fra il solvente e il soluto: così per es. si comportano tutte le soluzioni degli acidi sopraindicati; scelgo ad esempio l'acido formico e l'acido acetico (3).

TAVOLA I.

« Etilbutirrato parti 10 — Acido formico assoluto parti 1 (in peso).

Temperature	Conducibilità relative	Temperature	Conducibilità relative
+ 94° centigradi	222	+ 37° centigradi	135
+ 82 »	200	+ 22 »	122
+ 68 »	182	+ 7 »	109
+ 53 »	158		

(1) Rendiconti della R. Accademia dei Lincei — 1884, 1885, 1886.

(2) Questi prodotti furono acquistati principalmente dalla fabbrica Kahlbaum di Berlino, altri dalle fabbriche E. Merek di Darmstadt e Trommsdorff di Erfurt, e furono da me distillati prima d'impiegarli; altri mi furono gentilmente favoriti da molti distinti chimici italiani ai quali rinnuovo qui i più sentiti ringraziamenti.

(3) Fo notare una volta per sempre che le conducibilità inscritte in ciascuna tavola sono relative e non assolute, e che per passare dai numeri di una tavola a quelli di un'altra il coefficiente è in generale assai diverso dalla unità.

TAVOLA II.

« Etilbutirrato parti 10 — Acido acetico assoluto parti 1 (in peso).

Temperature	Conducibilità relative	Temperature	Conducibilità relative
+ 101°	132	+ 38°	66
+ 74	100	+ 24	49
+ 57	83	+ 8	30
+ 45	73		

TAVOLA III.

« Benzolo C_6H_6 parti 10 — Anilina parti 1.

Temperature	Conducibilità relative	Temperature	Conducibilità relative
+ 80°	130	+ 40	23
+ 70	90	+ 23	10
+ 65	83	+ 7	42
+ 47	37		

« Come le soluzioni precedenti si comportano le soluzioni nei solventi sopraindicati, dei composti seguenti (qualunque sia la proporzione dei componenti la soluzione). Acido formico, acido acetico, acido propionico, acido butirrico, acido isobutirrico, acido valerianico, acido capronico, acido caprilico, alcole ottilico, alcool caprilico, alcool cetilico, alcool allilico, dimetiletilcarbinolo, trimetilcarbinolo, alcool benzilico, alcole cinnamilico, fenolo, cresolo, anidride acetica, acetone, paraldeide, benzaldeide, benzonitrile, acetonitrile, nitrobenzolo, nitrotoluene, nitroxilene (meta), metilrodanato, anilina [1], xilidina, ortotoluidina, chinolina, lepidina, picolina, pirrolo, ed altri.

« Si può stabilire come regola generale che se *le soluzioni povere di un composto del carbonio conduttore* (*la cui conducibilità cresca colla temperatura*) *in un liquido isolante o poco conduttore, presentano una conducibilità crescente colla temperatura, anche le soluzioni più ricche si comportano ugualmente.* Ho messa la restrizione che il corpo conduttore presenti una conducibilità crescente colla temperatura; altrimenti può avvenire il contrario; così per esempio le soluzioni di dietilummina negli idrocarburi, anche essendo assai ricche in dietilammina, presentano una conducibilità decrescente col crescere della temperatura [2].

« IV. Invece le soluzioni degli alcoli metilico, etilico, propilico, isopropilico, butilico, isobutilico, amilico, allilico, presentano una conducibilità decrescente col crescere della temperatura, qualunque sia la natura del solvente e la proporzione della massa dell'alcole a quella del solvente (purchè però

[1] Si eccettui la soluzione di anilina nel solfuro di carbonio.

[2] Compara: Bartoli, *Sulla dipendenza della conducibilità elettrica della dietilammina dalla temperatura.* Rendiconti della R. Acc. dei Lincei, anno 1885; Nuovo Cimento e Gazzetta Chimica 1885. Vedi pure nell' Orosi, giornale dell' associazione Chimica toscana, Firenze 1886, la mia Nota: *Sulla conducibilità elettrica delle soluzioni di dietilammina.*

la proporzione dell'alcole non ecceda un certo valore, oltre il quale arricchendola ancora di alcole la conducibilità torna per lo più ad esser crescente colla temperatura). Proverò con esempî ciascheduna di queste proposizioni.

« V. Le tavole seguenti mostrano quali sono gli alcoli che presentano il fenomeno suaccennato.

TAVOLA IV.

« Alcool metilico parti 10 — Benzolo parti 100.

Temperature	Conducibilità relative	Temperature	Conducibilità relative
+ 52°	1820	+ 27°	2351
+ 43	2004	+ 18	2503
+ 38	2126	+ 9	2632

TAVOLA V.

« Alcool etilico parti 10 — Benzolo parti 100.

Temperature	Conducibilità relative	Temperature	Conducibilità relative
+ 69°	180	+ 17°	246
+ 54	220	+ 9	260
+ 21	231		

TAVOLA VI.

« Alcool isopropilico parti 20 — Benzolo parti 100.

Temperature	Conducibilità relative	Temperature	Conducibilità relative
+ 67°	10	+ 30°	20
+ 52	15	+ 15	35

TAVOLA VII.

« Alcool propilico normale parti 10 — Benzolo parti 100.

Temperature	Conducibilità relative	Temperature	Conducibilità relative
+ 73°	70	+ 17°	117
+ 54	77	+ 8	138

TAVOLA VIII.

« Alcool butilico normale parti 12 — Benzolo parti 100.

Temperature	Conducibilità relative	Temperature	Conducibilità relative
+ 65°	37	+ 17°	76
+ 50	46	+ 8	98
+ 32	58		

TAVOLA IX.

« Alcole isobutilico parti 18 — Benzolo parti 100.

Temperature	Conducibilità relative	Temperature	Conducibilità relative
+ 70°	29	+ 21°	58
+ 55	35	+ 17	67
+ 43	43	+ 8	91
+ 37	48		

TAVOLA X.

« Alcole amilico parti 20 — Benzolo parti 100 [1].

Temperature	Conducibilità relative	Temperature	Conducibilità relative
+ 70°	184	+ 35°	167
+ 50	176	+ 15	159

TAVOLA XI.

« Alcole allilico parti 15 — Benzolo parti 100.

Temperature	Conducibilità relative	Temperature	Conducibilità relative
+ 68°	96	+ 40°	113
+ 58	102	+ 15	128
+ 49	108		

« Invece le soluzioni del trimetilcarbinolo, del dimetiletilcarbinolo, dell'alcol caprilico, dell'alcole ottilico, dell'alcool cetilico e così pure quelle dei fenoli, presentano sempre (come ho detto più sopra) una conducibilità crescente col crescer della temperatura.

« VI. Le tavole seguenti provano che la natura del solvente non influisce in generale sul fenomeno.

TAVOLA XII.

« Alcool propilico normale parti 20 — Xilene parti 100.

Temperature	Conducibilità relative	Temperature	Conducibilità relative
+ 93°	50	+ 48°	100
+ 78	65	+ 35	122
+ 60	80	+ 27	141

TAVOLA XIII.

« Alcool propilico normale parti 25 — Cumene parti 100.

Temperature	Conducibilità relative	Temperature	Conducibilità relative
+ 103°	165	+ 51°	250
+ 98	170	+ 37	280
+ 90	179	+ 32	298
+ 64	220		

TAVOLA XIV.

« Alcool propilico normale parti 10 — Timene parti 100.

Temperature	Conducibilità relative	Temperature	Conducibilità relative
+ 106°	70	+ 40°	231
+ 80	150	+ 33	282
+ 57	205	+ 23	335

[1] Si vede che questa soluzione di alcool amilico ha una conducibilità quasi indipendente dalla temperatura.

TAVOLA XV.

« Alcool propilico normale parti 30 — Toluene parti 100.

Temperature	Conducibilità relative	Temperature	Conducibilità relativ
+ 93°	140	+ 40°	390
+ 80	180	+ 32	481
+ 56	280	+ 22	590

TAVOLA XVI.

« Alcool propilico normale parti 20 — Carvene parti 100.

Temperature	Conducibilità relative	Temperature	Conducibilità relative
+ 115°	21	+ 30°	40
+ 80	28	+ 15	56

TAVOLA XVII.

« Alcool propilico normale parti 10 — Essenza di trementina parti 100.

Temperature	Conducibilità relative	Temperature	Conducibilità relative
+ 107°	11,0	+ 32°	23,5
+ 60	15,5	+ 23	28,5
+ 45	19,5		

TAVOLA XVIII.

« Alcool propilico normale parti 10 — Cloroformio parti 100.

Temperature	Conducibilità relative	Temperature	Conducibilità relative
+ 65°	143	+ 33°	175
+ 57	155	+ 25	184
+ 47	167		

TAVOLA XIX.

« Alcool propilico normale parti 20 — Solfuro di carbonio parti 100.

Temperature	Conducibilità relative	Temperature	Conducibilità relative
+ 49°	83	+ 25°	125
+ 41	99	+ 20	140
+ 35	107		

TAVOLA XX.

« Alcool propilico normale parti 20 — Cloruro d'amilo parti 100.

Temperature	Conducibilità relative	Temperature	Conducibilità relative
+ 79°	230	+ 29°	313
+ 63	281	+ 17	350

TAVOLA XXI.

« Alcool propilico normale parti 50 — Bromuro d'amilo parti 100.

Temperature	Conducibilità relative	Temperature	Conducibilità relative
+ 95°	820	+ 30°	940
+ 65	882	+ 20	1065

TAVOLA XXII.

« Alcool propilico normale parti 10 — Etilbutirrato parti100.

Temperature	Conducibilità relative	Temperature	Conducibilità relative
+ 102°	270	+ 47°	341
+ 82	305	+ 30	360

TAVOLA XXIII.

« Alcool propilico normale parti 10 — Isobutilisobutirrato parti 100.

Temperature	Conducibilità relative	Temperature	Conducibilità relative
+ 103°	69	+ 58°	107
+ 90	78	+ 20	132

TAVOLA XXIV.

« Alcool propilico normale parti 10 — Amilbutirrato parti 100.

Temperature	Conducibilità relative	Temperature	Conducibilità relative
+ 97°	40	+ 42°	64
+ 83	48	+ 17	77

TAVOLA XXV.

« Alcool propilico normale parti 10 — Etilbenzoato parti 100.

Temperature	Conducibilità relative	Temperature	Conducibilità relative
+ 127°	124	+ 47°	147
+ 103	144	+ 32	149
+ 84	156		

TAVOLA XXVI.

« Alcool propilico normale parti 10 — Anisolo parti 100.

Temperature	Conducibilità relative	Temperature	Conducibilità relative
+ 105°	33	+ 41°	48
+ 74	39	+ 21	68
+ 57	43		

« VII. Le tavole seguenti provano che le soluzioni di quelli alcoli, le quali mostrano il fenomeno della conducibilità decrescente col crescere della temperatura, quando la proporzione fra l'alcol ed il solvente è piccola, presentano invece un andamento regolare quando la soluzione dello stesso alcole diviene sufficientemente ricca.

« Seguono senz'altro le tavole:

TAVOLA XXVII.

« Alcool etilico parti 1 — Etilacetato parti 100.

Temperature	Conducibilità relative	Temperature	Conducibilità relative
+ 76°	205	+ 36°	161
+ 74	200	+ 30	155
+ 51	170	+ 26	140

TAVOLA XXVIII.

« Alcole etilico parti 25 — Etilacetato parti 100.

Temperature	Conducibilità relative	Temperature	Conducibilità relative
+ 78°	4800	+ 31°	6006
+ 67	5206	+ 20	6238
+ 49	5703		

TAVOLA XXIX.

« Alcole etilico parti 50 — Etilacetato parti 100.

Temperature	Conducibilità relative	Temperature	Conducibilità relative
+ 83°	15030	+ 38°	15980
+ 60	15660	+ 22	16097

TAVOLA XXX.

« Alcole etilico parti 100 — Etilacetato parti 100.

Temperature	Conducibilità relative	Temperature	Conducibilità relative
+ 77°	44016	+ 17°	35010
+ 58	43068	+ 4	31280
+ 35	39130		

« VIII. *Conclusioni.* — Riassumerò brevemente quanto ho esposto in questa Nota preventiva. Mentre le soluzioni della maggior parte dei composti del carbonio nei liquidi isolanti o poco conduttori godono di una conducibilità crescente (più o meno rapidamente) colla temperatura, invece le soluzioni dell'alcool metilico, dell'alcole etilico, dell'alcole propilico, dell'alcool isopropilico, dell'alcool butilico normale, dell'alcool isobutilico, dell'alcool amilico e dell'alcool allilico, presentano una conducibilità la quale decresce oppure resta invariata col crescere della temperatura, qualunque sia la natura del liquido isolante (o poco conduttore) nel quale vien fatta la soluzione e qualunque sia la proporzione fra l'alcool impiegato ed il solvente; purchè questa proporzione non superi un certo valore, oltrepassato il quale (vale a dire per soluzioni più ricche di alcole) la conducibilità torna (in generale) a crescere col crescere della temperatura. Segue anche che le regole importanti trovate dal Bouty per le soluzioni saline diluite, non trovano riscontro nelle soluzioni dei composti conduttori del carbonio nei liquidi isolanti ».

Fisica. — *La conducibilità elettrica al punto critico.* Nota del prof. ADOLFO BARTOLI, presentata dal Socio BLASERNA.

« I. Credo che fin qui non sia stata misurata la conducibilità di alcun composto in vicinanza del punto critico: e tale studio presenta molto interesse.

« Io accennerò qui di volo ad alcune esperienze che ho fatte in proposito, riserbandomi ad altra occasione il darne più diffusa notizia.

« II. Ho sperimentato principalmente sul benzolo C_6H_6 e sull'alcool metilico CH_4O nonchè sull'ossido etilico $C_4H_{10}O$.

« Per tale esperienza ho fatto costruire al Müller (successore del dott. Geissler) a Bonn molti tubi della stessa qualità di vetro, aventi 5 millimetri di diametro interno con le pareti spesse 7 millimetri, ed alti poco più di 200 millimetri: a un quarto dell'altezza del tubo, a partire dal fondo, essi erano traversati da due elettrodi filiformi di platino distanti fra loro un centimetro. Nei tubi previamente ben lavati e ben disseccati, ho introdotto il liquido fino a conveniente altezza e poi ho sigillato alla lampada l'estremità superiore, avendo avuto cura di lasciarvi una debole tensione di biossido di carbonio. Questi tubi si disponevano verticali e in modo da essere completamente immersi in un bagno di petrolio [1] bollente ad alta temperatura ed affatto privo di colore e quasi completamente coibente anche a caldo. Il petrolio era contenuto in un grande bicchiere di Germania: dentro vi era immerso un agitatore (che si muoveva a distanza per mezzo di un filo passante sopra una carrucola) ed un buon termometro in vetro verde: il riscaldamento si faceva a bagno di grafite, ed il bicchiere era protetto lateralmente dall'agitazione dell'aria, da un cannone di ferro verticale munito di due fenditure (fatte secondo due generatrici opposte del cilindro) il quale riposava sul bagno di grafite. La lettura del termometro e l'osservazione del livello del liquido, si faceva a distanza con buoni canocchiali. Nel bagno a petrolio era pure un altro tubo di vetro perfettamente uguale a quello descritto; questo era pure chiuso alla lampada, ma conteneva soltanto aria secca, e serviva per determinare la conducibilità del vetro, della quale bisognava tener esatto conto, specialmente a temperature un po' elevate. Le correzioni da farsi per la conducibilità del petrolio in cui erano immersi gli elettrodi, erano molto piccole e crescenti colla temperatura; anche di queste era tenuto conto insieme con le altre. I metodi per la misura delle conducibilità son quelli stessi da me indicati nelle mie Memorie, *Sulla conducibilità delle combinazioni del carbonio*, pubblicate nei Rendiconti della R. Acc. dei Lincei, nel Nuovo Cimento e nella Gazzetta Chimica, anni 1884, 1885 e 1886, e però mi risparmio di ridescriverli e vengo senz'altro ai risultati.

« III. Il benzolo purissimo C_6H_6 (ricavato dall'acido benzoico, e avente il punto di fusione $+6°$ e quello di ebullizione a $+80°,2$) si mostra quasi perfettamente isolante fino al punto critico (come io aveva già constatato altra volta, vedi Bartoli, *Sulla elettrolisi dell'acqua e delle soluzioni dell'acido borico*, Gazzetta Chimica, T. XIII, gennaio 1883) e così pure continua ad isolare al disopra del punto critico. Però a causa della conducibilità

[1] Mi son servito di residui delle distillazioni dei petrolî che servirono anni sono a me ed al prof. Stracciati per istudiare le proprietà fisiche degli idrocarburi di petrolio. Vedi Atti della R. Accademia dei Lincei, anno 1884.

che acquista il vetro a temperature un po' elevate, resta un po' d'incertezza se per le elevate temperature possegga una debolissima conducibilità, la quale però non potrebbe essere che piccolissima e dell'ordine di grandezza degli errori che si commettono nel fare la correzione per la conducibilità del vetro, e però milioni di volte più debole di quella dell'acqua stillata più pura.

« L'alcool metilico era stato ottenuto dalla decomposizione per mezzo della potassa dell'ossalato metilico purissimo ripetutamente cristallizzato, e poi distillato più volte e raccolto per mezzo di condensatore d'argento in boccette di porcellana fino al momento dell'esperienza.

« L'alcool metilico ha una buona conducibilità, e questa conducibilità cresce colla temperatura fino al punto critico: oltrepassato il quale cessa ogni conducibilità, ed il gaz che si trova racchiuso nel tubo si mostra isolante al pari del benzolo liquido. Non mi nascondo però, che una traccia di conducibilità (la cui grandezza dipende dall'errore inevitabile nella correzione per la conducibilità del vetro ad alta temperatura) avrebbe potuto sfuggirmi, ma tale conducibilità al di sopra del punto critico, dato che esistesse, non potrebbe essere che milioni di volte più piccola di quella dell'acqua stillata la meglio purificata [1].

« L'ossido etilico ben puro (acquistato del Kahlbaum, alla densità 0,720 a + 15°) e poscia distillato sul sodio in una corrente d'idrogeno, si dimostrò cattivissimo conduttore, anzi quasi isolante, fino al punto critico e mostrò di essere affatto coibente appena al di sopra di questa temperatura.

« In questa comunicazione, mi limito a queste poche notizie: debbo aggiungere che le esperienze sopra descritte hanno richiesto un gran tempo ed invero una pazienza a tutta prova, per le difficoltà molte di avere i tubi e di portarli salvi a fine di un'esperienza (una gran parte rompendosi col riscaldamento, a causa delle saldature degli elettrodi di platino). Ora faccio di tutto per ottenere dei tubi analoghi ai precedenti, ma di vetro poco fusibile, e rivestiti internamente di una veste quarzosa: se riuscirò in questa difficilissima impresa, oltre ad aver reso il vetro molto meno conduttore alle alte temperature, eviterò gli aumenti permanenti di conducibilità di alcuni liquidi, dovuti all'azione dissolvente di questi sul vetro fusibile ordinario ».

[1] Dopo il raffreddamento ho trovato anche io nell'alcool metilico una conducibilità assai maggiore di quella che possedeva avanti il primo riscaldamento: il fatto è quasi certamente dovuto a traccie di sostanze minerali che esso ha disciolte dal vetro, specialmente ad elevata temperatura.

Fisica. — *Su la conducibilità elettrica delle combinazioni del carbonio allo stato liquido, ed in ispecie su la conducibilità delle combinazioni dei radicali acidi cogli alogeni, degli solfocianati, degli isosolfocianati, dei nitrili, degli solfuri e delle combinazioni organometalliche.* Nota III. del prof. Adolfo Bartoli, presentata dal Socio Blaserna.

« I. Ho continuate le misure della conducibilità elettrica delle combinazioni del carbonio a diverse temperature, con gli stessi metodi descritti nelle due comunicazioni precedenti (1). Solo ho introdotto alcune modificazioni che brevemente accennerò.

« Alla pila di 400 elementi già descritta ne ho aggiunta un'altra pure di 400 elementi rame zinco, perfettamente isolati ed a larga superficie, affine di diminuire gli effetti della polarizzazione durante la chiusura del circuito, il quale aveva sempre una resistenza grandissima di fronte a quella della pila. Gli elementi erano formati da bicchieri di vetro alti 25 centimetri col diametro di 4 cent., ed erano verniciati esternamente colla vernice coppale, la quale isola così bene come la gomma lacca e meno risente dell'azione dell'umido: le lamine di rame e di zinco erano così grandi come il bicchiere lo permetteva (2) e molto vicine fra loro; il liquido era acqua di fonte addizionata da cloruro di sodio e da una traccia di cloruro di zinco; per impedire l'evaporazione dell'acqua, si versava sopra il liquido di ciascun elemento uno strato di petrolio pesante il quale si mantenesse liquido anche l'inverno ed impedisse completamente l'evaporazione. Ho anche preparata una pila composta di 10 grandi elementi Latimer-Clarke, i quali davano una forza elettromotrice costante, a cui si confrontava bene spesso (col metodo dell'elettrometro) quella della mia pila a 800 elementi.

« I voltametri sono stati, in alcune esperienze, dei tubi di porcellana chiusi in fondo ed aperti in alto, i quali si potevano chiudere con tappo pure di porcellana traversato da due fili di platino che portavano gli elettrodi nell' interno del tubo. I liquidi (quando ciò era possibile) furono stillati entro una piccola storta di argento col condensatore formato da un tubo di porcellana

(1) Bartoli, *Su la conducibilità elettrica delle combinazioni del carbonio.* Rendiconti della R. Acc. dei Lincei, s. 3ª, vol. VIII, 1884, e vol. IX, anno 1885. Vedi anche Nuovo Cimento e Gazzetta Chimica, anni 1884 e 1885.

(2) Per impedire che le lamine di rame e di zinco si toccassero, pur mantenendole vicine, si era fissata in fondo di ciascheduna lamina di rame una sottile lista di legno di pino, raccomandata al rame con un filo dello stesso metallo che passava per una scanalatura assai profonda fatta nella striscia di pino.

o di argento, e raccolti entro tubi di argento o di porcellana. Spero ben presto di operare nel vuoto con storte e serpentini di platino.

« I galvanometri erano gli stessi descritti nelle Memorie precedenti: stavano racchiusi entro cassette di legno internamente rivestite di ottone, aventi una piccola apertura chiusa bene da un vetro da specchio (in corrispondenza allo specchietto del galvanometro). L'aria veniva serbata asciutta entro questi recipienti per mezzo di bicchieri ad acido solforico e a potassa caustica. Ripeto che le sostanze da me studiate le acquistai principalmente dal Kahlbaum, e le distillai ripetutamente e le sottoposi ad un severo esame prima di adoperarle; e che molte altre mi furono gentilmente donate dai loro preparatori che sono fra i più distinti chimici che conti l'Italia. Ad ogni modo *io studio i composti quali sono e non già quali dovrebbero essere:* io procuro che essi abbiano quel grado di purezza che si può pretendere nello stato attuale della scienza: ma non pretendo già che non si abbiano ad ottenere in seguito, col progresso delle teorie e dei processi di preparazione, dei prodotti assai più puri di quelli che si possono avere oggidì: e non mi nascondo che nei composti organici, il tempo, e le variazioni di temperatura possono da loro sole modificarne molto le proprietà.

« Vengo ora ai resultati ottenuti.

« II. Ho studiata la conducibilità elettrica a diverse temperature del cloruro d'acetilo, del bromuro d'acetilo, dell' joduro d'acetilo, del cloruro di cloracetilo, del cloruro di monobromacetilo, del cloruro di propionilo, del cloruro di butirrilo, del cloruro di valerilo, del cloruro di lattilo, del cloruro di succinilo, del cloruro di benzoilo, del cloruro di ftalilo: tutti questi composti conducono bene e regolarmente, onde possiamo stabilire la regola seguente:

« 14ª Conducono bene ed hanno una conducibilità crescente colla temperatura i cloruri, bromuri, joduri dei radicali acidi organici e così pure i loro derivati per sostituzione del cloro e del bromo all'idrogeno del radicale.

« III. Ho studiato la conducibilità elettrica del rodanato (o solfocianato $N \equiv C - S . CH_3$) metilico, etilico, isopropilico, isobutilico, isoamilico, allilico ed ho trovato che conducono bene e regolarmente e così pure conducono bene e regolarmente l'essenza di senape metilica (o isosolfocianato metilico o metilsolfocarbimmide $CS = N - CH_3$) allo stato liquido, l'essenza di senape etilica, l'essenza di senape isobutilica, l'essenza di senape allilica, l'essenza di senape fenilica, onde si possono enunciare le regole seguenti:

« 15ª Conducono bene ed hanno una conducibilità elettrica crescente colla temperatura i rodanati $N \equiv C - S . X$ dei radicali alcoolici.

« 16ª Conducono bene ed hanno una conducibilità elettrica crescente colla temperatura le diverse essenze di senape (o isosolfocianati dei radicali alcoolici $CS = N - X$.

« IV. Ho pure studiata la conducibilità elettrica dell'acetonitrile, del propionitrile, del butirronitrile, del capronitrile, del benzonitrile, e tutti questi composti hanno dato certa prova di condurre bene e di condurre regolarmente: onde possiamo stabilire l'altra regola:

« 17ª Conducono bene ed hanno una conducibilità crescente colla temperatura i nitrili $X—C\equiv N$.

« Anche il primo termine di questa serie, cioè il formonitrile (o acido cianidrico HCN) ben privo di acqua, mi ha dato prova di buona conducibilita [1], ma per un accidente occorsomi nello sperimentare non ho potuto determinare che la sua conducibilità alla sola temperatura di $+12°$.

« V. Ho studiato la conducibilità elettrica a diverse temperature del solfuro etilico $(C_2H_5)_2S$ del solfuro propilico $(C_3H_7)_2S$, del solfuro isobutilico $(C_4H_9)_2S$, del solfuro isoamilico, del solfuro allilico etc., e in tutti questi composti ho trovata una conducibilità piccolissima ma crescente colla temperatura: la loro conducibilità era dell'ordine di grandezza di quella dell'etere etilico che vien venduto come assoluto e purissimo dalle fabbriche di Germania, e può forse attribuirsi in parte alla difficoltà di ottenere ben puri tali composti. Lasciando dunque a ricerche ulteriori il provare se tali prodotti isolino quando siano assolutamente puri, possiamo intanto stabilire che:

« 18ª I solfuri X_2S dei radicali alcoolici presentano una conducibilità debolissima e debbono riguardarsi come semicoibenti.

« VI. Ho studiata la conducibilità elettrica dei composti seguenti, piombo tetraetilo $Pb(C_2H_5)_4$, mercurio dietilo $Hg(C_2H_5)_2$, mercurio dimetilo $Hg(CH_3)_2$, stagno tetraetilo $Sn(C_2H_5)_4$, bismuto trietilo, mercurio difenilo $Hg(C_6H_5)_2$ in soluzione nel benzolo, zinco bimetilo $Zn(CH_3)_2$; zinco bietilo $Zn(C_2H_5)_2$; tutti questi allo stato di purezza si son mostrati isolanti, e solo alcuni campioni hanno dato traccia di conducibilità. La diversità di questi campioni è tale che possiamo stabilire la regola seguente:

« 19ª I composti organometallici allo stato liquido, ossia le combinazioni dei metalli coi radicali C_nH_{2n+1} sono isolanti.

« VII. Le regole precedenti collegano più che altro la conducibilità elettrica con la struttura chimica del composto: un'altra regola che collega la conducibilità con un'altra proprietà fisica, mi è risultata dall'esame della conducibilità di un grandissimo numero di liquidi: questa regola che ho trovato verificarsi quasi sempre, può enunciarsi così:

« 20ª I composti del carbonio che resi fluidi dal calore sono buoni conduttori, e che col raffreddamento diventano

[1] Rettifico qui un errore di stampa incorso nella mia prima comunicazione, *Sulla conducibilità delle combinazioni del carbonio.* Transunti della R. Accademia dei Lincei, 1884, nella regola 8 si deve togliere la parola *Cy*.

molto viscosi, sono quelli la cui conducibilità decresce più rapidamente colla temperatura.

« Così per es. fra gli alcoli da me studiati, quelli la cui conducibilità cresce più rapidamente (entro gli stessi limiti di temperatura) sono il glicol etilenico, i glicoli propilenici, e la glicerina: mentre per l'alcool metilico la conducibilità cresce molto più lentamente.

« Questa regola 20ª è diversa, ma parallela e consona alla 7ª che io enunciai nel 1884.

« Tornerò su questi argomenti in una prossima comunicazione ».

Chimica. — *Clorocimene e bromocimene dal timol. Riduzione ed ossidazione.* Nota II. (1) di M. Fileti e F. Crosa, presentata dal Socio A. Cossa.

« *Ossidazione del bromocimene dal timol con acido nitrico della densità 1,20.* Si fecero bollire in apparecchio connesso con refrigerante ascendente gr. 10 del bromocimene con gr. 150 di acido nitrico della densità 1,20; l'ossidazione procedette lentamente e dopo tre o quattro giorni divenne così lenta che, malgrado la presenza di molta sostanza oleosa, si sospese l'operazione, si filtrò, si trattò la massa pastosa con soluzione di carbonato sodico, si agitò con etere per allontanare l'olio, si acidificò il liquido alcalino con acido cloridrico e si sottopose la sostanza solida precipitata alla distillazione con vapor d'acqua: il vapore trasportò con una certa lentezza un acido bianchissimo che cristallizzato dall'acqua ed alcool si fonde a 149°-150°; dalle acque restate nel pallone, per lo svaporamento non si depositarono che resine.

« Da 10 gr. di bromocimene si ottenne gr. 1,5 dell'acido fusibile a 149°-150° e che come si vedrà in seguito è dell'acido bromocuminico.

« *Ossidazione con acido nitrico della densiià 1,29.* Riscaldando a ricadere gr. 10 di bromocimene dal timol con gr. 150 di acido nitrico della densità 1,29, l'ossidazione comincia prontamente e va con una certa rapidità; dopo due o tre giorni l'olio è apparentemente scomparso e nel pallone è contenuta invece una sostanza solida, abbastanza compatta tanto che può rompersi con un bastoncino di vetro; allora si aggiunge dell'acqua, si filtra, si tratta la massa solida con carbonato sodico si agita il liquido con etere che trasporta un po' di olio, si precipita con acido cloridrico e si distilla con vapor d'acqua il precipitato raccolto e lavato. Passa lentamente col vapore l'acido fusibile a 149°-150° che si ebbe anche nell'operazione avanti descritta, mentre filtrando il liquido giallo restato nel pallone per separarlo da un po' di resina e concentrandolo a bagno-maria, si separa per raffreddamento una sostanza solida e continuando lo svaporamento se ne ottiene ancora dell'altra; alla fine poi si ha un po' di resina. Le varie porzioni così ottenute, si

(1) Vedi pag. 98.

riuniscono, si lasciano disseccare per esposizione all' aria, si fanno bollire ripetutamente con eteri del petrolio [1] che trasportano un po' di sostanza resinosa, e finalmente si trattano diverse volte con benzina bollente: resta indisciolta una parte solida che è dell'acido bromotereftalico e dal liquido si separa per raffreddamento e svaporamento una sostanza in piccoli aghi giallognoli di un nuovo acido bromonitrotoluico fusibile a 199°-200°. Della purificazione di questi corpi diremo in seguito.

« Gr. 10 di bromocimene danno a seconda del modo nel quale l'ossidazione è proceduta, gr. 1,5-2,5 (gr. 2 cioè in media) di acido bromocuminico, gr. 2,5 circa dell' acido bromonitrotoluico e gr. 3,5 circa di acido bromotereftalico. L'etere col quale si agita la soluzione in carbonato sodico, lascia per la distillazione un residuo oleoso, che è del bromonitrocimene.

« *Ossidazione con acido nitrico della densità 1,39.* Si riscaldano in apparecchio connesso con refrigerante ascendente gr. 10 del bromocimene con gr. 100 di acido nitrico della densità 1,39; l'ossidazione è abbastanza energica. Dopo un giorno e mezzo circa si sospende, si aggiunge acqua, si raccoglie sopra filtro la massa solida compatta e la si lascia asciugare all'aria sopra carta da filtro, la quale assorbe una piccola quantità di olio che trovasi presente. Si tratta poscia con molti eteri del petrolio bollenti che disciolgono sostanze resinose formatesi in piccolissima quantità, indi si fa bollire con benzina nella quale resta indisciolto dell'acido bromotereftalico bianchissimo; si allontana la benzina e si sottopone a distillazione con vapor d'acqua il residuo solido: passano traccie appena apprezzabili di acido bromocuminico e concentrando il liquido acquoso restato nel pallone si ottiene l'acido bromonitrotoluico. Così operando si ha il vantaggio di avere l'acido bromotereftalico più bianco e più puro di come lo si ottiene quando per separarlo dal bromocuminico lo si sottopone alla distillazione con vapor d'acqua.

« Da gr. 10 di bromocimene si hanno in media gr. 2,8 di acido bromotereftalico e gr. 3 di bromonitrotoluico; però queste quantità variano in limiti abbastanza larghi da un' operazione all'altra. Si ottengono anche traccie piccolissime di acido bromocuminico.

« Riassumendo [2] si può dire che:

« 1° Ossidando il bromocimene dal timol con acido nitrico della densità 1,20 si ha una parte oleosa che non è stata esaminata, perchè essendo

[1] Degli eteri del petrolio si adoperavano sempre le porzioni bollenti fra 50° e 80°.

[2] Giorni or sono dopo che questa Memoria era scritta, ci arrivò il fascicolo 11 dei Berichte che a p. 1730 contiene una notizia preliminare di Kelbe e Koschnitzky sugli acidi bromocimensolfonici. Da uno di essi gli A. ottengono un bromocimene bollente a 225° che credono identico con quello che si prepara dal timol, poichè riscaldato a 150° con acido nitrico diluito fornì loro un acido bromoparatoluico fusibile a 196° (l'acido bromoparatoluico conosciuto e ottenuto da Landolph per ossidazione del bromocimene dal cimene (Berichte V, 268, si fonde a 203°,5-204). Siccome noi, come si è veduto dalle esperienze sopra esposte, adoperando acido nitrico di varia concentrazione non abbiamo in nessun caso

incompleta l'ossidazione conterrà del bromocimene inalterato, e si forma un acido volatile col vapor d'acqua (acido bromocuminico fusibile a 149°-150°).

« 2° Adoperando acido nitrico di densità 1,29, l' ossidazione è più rapida ma più profonda e si ricava bromonitrocimene, acido bromocuminico fusibile a 149°-150°, acido bromonitrotoluico fusibile a 199°-200°, ed acido bromotereftalico.

« 3° Con acido nitrico 1,39 l' ossidazione è piuttosto energica e si ottiene piccola quantità di sostanza oleosa che non è stata esaminata, acido bromonitrotoluico, acido bromotereftalico e tracce dell' acido bromocuminico.

Bromonitrocimene.

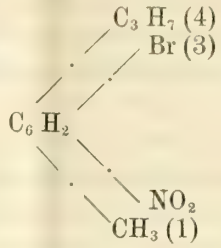
« Il liquido insolubile in carbonato sodico e trasportato dall'etere, proveniente da molte operazioni nelle quali si ossidava con un acido nitrico della densità 1,29, fu distillato con vapor d'acqua: restò nel pallone una parte oleosa che non si esaminò ulteriormente, mentre passò col vapore un liquido giallo più pesante dell'acqua, che ha odore comune a molti nitroderivati di idrocarburi, distilla attorno a 280°, ma si decompone sviluppando vapori nitrosi e quindi non si può ricorrere a questo mezzo per purificarlo.

« I risultati dell'analisi si avvicinano a quanto si richiede per un bromonitrocimene, ma non sono concordanti, come del resto doveva prevedersi avendo per le mani un corpo impuro. Che la sostanza in parola sia per la massima parte costituita da bromonitrocimene, risulta dalle esperienze di ossidazione. Difatti riscaldando il liquido in apparecchio a ricadere con acido nitrico della densità 1,39 sino a che l'olio scompare e si forma invece una massa solida, aggiungendo dell'acqua, raccogliendo su filtro il prodotto dell'ossidazione, e trattandolo, dopo disseccamento, con benzina bollente, si discioglie quasi tutto e pel raffreddamento e svaporamento si separa acido bromonitrotoluico fusibile a 199°-200°. Nella benzina resta indisciolta una piccola quantità di sostanza fusibile verso 300° non ancora esaminata, ma che può essere o acido bromotereftalico proveniente da bromocimene che eventualmente poteva trovarsi mescolato col bromonitrocimene, o un acido bromonitrotereftalico risultante da ossidazione più profonda del bromonitrocimene.

« Si può dunque conchiudere che l'olio insolubile nel carbonato sodico e

ottenuto dal bromocimene dal timol un acido bromotoluico, così crediamo probabile che: 1° o il bromocimene che Kelbe e Koschnitzky hanno avuto per le mani è identico a quello preparato dal cimene ed allora il loro acido fusibile a 196° sarà bromotoluico identico a quello conosciuto; 2° o il bromocimene di K. e K. è identico con quello proveniente dal timol, ed allora il loro acido fusibile a 196°, sarà bromonitrotoluico identico col nostro che si fonde a 199°-200°.

che si forma nell'ossidazione del bromocimene dal timol con acido nitrico 1,29 è costituito per la massima parte da bromonitrocimene:



« Il fatto che il bromonitrocimene è ossidato dall'acido nitrico a 1,39, ci spiega il perchè esso non si ottiene quando si ossida il bromocimene con acido di questa concentrazione.

Acido metabromocuminico.

« L'acido che si forma nell'ossidazione del bromocimene con acido nitrico a 1,20 o 1,29 e che è trasportato dal vapor d'acqua, è acido bromocuminico puro. Cristallizzato da un miscuglio bollente di 3 vol. d'acqua e 1 vol. di alcool è stato sottoposto all'analisi.

I gr. 0,4477 di sostanza diedero gr. 0,8132 di anidride carbonica e gr. 0,2000 d'acqua;

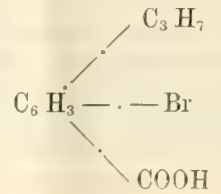
II gr. 0,7232 di sostanza diedero gr. 1,3130 di anidride carbonica e gr. 0,3220 d'acqua;

III gr. 0,4490 di sostanza diedero gr. 0,3453 di bromuro d'argento.

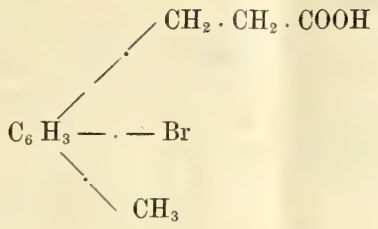
« Cioè su cento parti:

	Trovato			Calcolato per $C_{10}H_{11}BrO_2$
	I	II	III	
Carbonio	49,53	49,51	—	49,38
Idrogeno	4,96	4,95	—	4,52
Bromo	—	—	32,71	32,92

« Che quest'acido della formola grezza $C_{10}H_{11}BrO_2$ contenga il bromo nel nucleo, lo abbiamo dimostrato ossidandolo con acido nitrico della densità 1,39: esso si trasforma in acido bromotereftalico; e questa trasformazione ci dà anche ragione del perchè nell'ossidazione del bromocimene con acido nitrico a 1,39 non si ottiene di questo corpo o se ne hanno appena delle tracce. Che sia acido bromocuminico:



e non l'isomero:



come il Gerichten ammise erroneamente pel derivato clorurato corrispondente, risulta prima di tutto dall'esame comparativo di esso con l'acido bromocuminico preparato direttamente per l'azione del bromo sull'acido cuminico e che si fonde pure a 149°-150° del nostro termometro, ed in secondo luogo dalla sua trasformazione in acido cuminico. Difatti sciogliendolo in acqua ed idrato potassico, facendo agire sulla soluzione amalgama di sodio ed acidificando il liquido alcalino, si ha dell'acido cuminico che cristallizzato dagli eteri del petrolio si fonde a 117°-118°.

gr. 2016 di sostanza diedero gr. 0,5425 di anidride carbonica e gr. 0,1337 di acqua:

« Cioè su cento parti:

	Trovato	Calcolato per $C_{10}H_{12}O_2$
Carbonio	73,33	73,17
Idrogeno	7,36	7,31

« Anche in questo caso, come per l'acido clorocuminico, abbiamo nitrato il prodotto di riduzione ed ottenuto l'acido nitrocuminico fusibile a 158°-159°.

Acido bromonitrotoluico.

« L'acido bromonitrotoluico si forma, come è stato detto sopra, ossidando il bromocimene con acido nitrico della densità 1,29 o 1,39 e si separa dal bromotereftalico profittando della sua solubilità nella benzina bollente; per purificarlo si cristallizza un paio di volte dalla benzina nella quale si scioglie abbastanza a caldo e pochissimo a freddo; si può anche cristallizzarlo dall'acqua. L'acido così purificato, disseccato nel vuoto, è stato analizzato.

I gr. 0,2756 di sostanza diedero gr. 0,3773 di anidride carbonica e gr. 0,0708 di acqua;

II gr. 0,4232 di sostanza diedero gr. 0,5750 di anidride carbonica e gr. 0,1028 di acqua;

III gr. 0,2897 di sostanza diedero $14^{cc},5$ di azoto ($T = 22°$ $H_0 = 727^{mm},96$) o gr. 0,01582219;

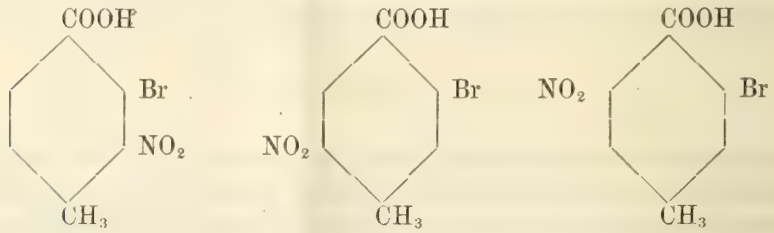
IV gr. 0,2315 di sostanza diedero gr. 0,1685 di bromuro d'argento.

« Cioè su cento parti:

	Trovato				Calcolato per $C_8H_6O_4NBr$
	I	II	III	IV	
Carbonio	37,33	37,05	—	—	36,92
Idrogeno	2,85	2,69	—	—	2,30
Azoto	—	—	5,46	—	5,38
Bromo	—	—	—	30,99	30,77

« L'acido bromonitrotoluico si scioglie molto nell'alcool, è appena solubile nella benzina fredda; a caldo vi si discioglie abbastanza e si deposita in piccole laminette geminate, sottilissime, giallastre che tappezzano le pareti del recipiente. Si scioglie anche poco nell'acqua alla temperatura ordinaria colorandola in giallo (presso a poco un grammo per litro), e meglio nella bollente dalla quale si separa in laminette molto splendenti e più gialle di quelle ottenute dalla benzina. Si fonde alla temperatura di 199°-200° senza decomporsi. Non è volatile col vapor d'acqua; bollito lungamente con acido nitrico a 1.39 non dà prodotto di ossidazione caratteristico, pare solo che si bruci in parte, poichè alla fine se ne ottiene un po' meno della quantità adoperata, ma perfettamente puro.

« Questo acido bromonitrotoluico è diverso da quello ottenuto da Landolph [1] per nitrazione dell'acido bromotoluico proveniente dalla ossidazione del bromocimene dal cimene e che si fonde a 170°-180° decomponendosi, e dà un sale di bario con una molecola d'acqua. Il nostro composto contiene il bromo nella posizione orto relativamente al carbossile e deve avere quindi una delle seguenti tre formole:



« Il *sale di bario*, ottenuto facendo bollire l'acido con acqua e carbonato di bario, è solubile nell'acqua fredda, molto di più nella bollente. Per raffreddamento lento della soluzione acquosa diluita, si separa in aghi giallo-paglierini, che misurano parecchi centimetri di lunghezza e che sono costituiti da ammassi cristallini fibrosi aciculari. Contiene quattro molecole di acqua di cristallizzazione che perde completamente a 100.

« Le analisi sono state eseguite sul sale asciugato per esposizione all'aria.

[1] Berichte V, 268.

I gr. 1,1862 di sale scaldato in bagno ad olio a 130° perdette gr. 0,1120 di acqua;

II gr. 0,9595 di sale perdette a 130° gr. 0,0907 di acqua;

III gr. 0,3150 di sale diede gr. 0,0990 di solfato baritico.

« Cioè su cento parti:

	Trovato			Calcolato per $(C_8H_5O_4NB)_2Ba+4H_2O$
	I	II	III	
Acqua	9,45	9,45	—	9,90
Bario	—	—	18,47	18,84

« L'acido bromonitrotoluico messo in libertà dal sale di bario per mezzo dell'acido cloridrico, conserva il suo punto di fusione a 199°-200°.

Acido bromotereftalico.

« L'acido bromotereftalico separato per mezzo della benzina dal bromonitrotoluico col quale trovasi mescolato, si fa bollire ripetutamente con benzina e poi si cristallizza dall'acqua e alcool, o meglio ancora dall'acqua.

I gr. 0,3145 di sostanza disseccata nel vuoto sopra acido solforico, diedero bruciati con cromato di piombo gr. 0,4492 di anidride carbonica e gr. 0,0698 di acqua;

II gr. 0,3779 di sostanza disseccata come sopra, diedero gr. 0,5458 di anidride carbonica e gr. 0,0797 di acqua;

III gr. 0,3600 di sostanza disseccata come sopra, diedero gr. 0,2755 di bromuro d'argento.

« Cioè su cento parti:

	Trovato			Calcolato per $C_8H_5O_4B$
	I	II	III	
Carbonio	38,94	39,65	—	39,18
Idrogeno	2,46	2,34	—	2,04
Bromo	—	—	32,55	32,65

« Secondo l'ipotesi di Kekulè sulla costituzione dei composti aromatici, può esistere un solo acido monobromotereftalico; questo, difatti, ottenuto per ossidazione del bromocimene dal timol è identico con quello preparato da Fischli [1] ossidando l'acido bromoparatoluico e che come uno di noi ha dimostrato [2] è anidro. L'acido bromotereftalico da noi ottenuto si presenta, come quello preparato col metodo di Fischli (Fileti, l. c.), in primi microscopici, sottilissimi incolori, che si estinguono parallelamente all'asse del prisma e dotati di polarizzazione cromatica molto viva; il suo etere metilico si fonde pure a 52°-53° (l. c.). Due sole differenze ma di pochissimo valore abbiamo riscontrato tra i due campioni di acido bromotereftalico preparati nei due

[1] Berichte XII, 619.

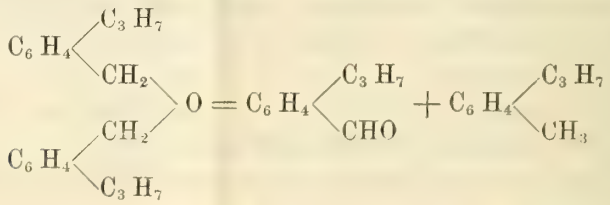
[2] V. Memoria precedente: *Sull'acido bromotereftalico.*

diversi modi: cioè mentre quello proveniente dall'acido bromoparatoluico ha una solubilità nell'acqua a 24° di 0,11 % e si fonde a 296°-297° risolidificandosi a 294° (l. c.), il bromotereftalico dal bromocimene si scioglie nell'acqua a 24° nel rapporto di 0,18 % e si fonde a 291°-292° risolidificandosi a 289° e sublimandosi, vicino al punto di fusione, visibilmente meno del primo.

« Ci riserbiamo di continuare questo studio e l'esame dei prodotti che abbiamo sommariamente descritto ».

Chimica. — *Sulla trasformazione dei derivati cuminici in cimenici e reciprocamente.* Nota I. di M. Fileti, presentata dal Socio A. Cossa.

« Nel novembre del 1884 in una Memoria sull'etere cumilico [1] dissi a pag. 503 che quest'etere per l'azione del calore si decompone in aldeide cuminica e cimene:



e feci osservare che, mentre uno degli isopropili resta inalterato, l'altro si trasforma in propile dando luogo al cimene; inoltre, dopo aver accennato che si conoscevano già varî esempi di questa trasformazione, aggiunsi: *pare che uscendo dalla molecola l'ossigeno alcoolico o etereo ed entrando invece l'idrogeno, l'isopropile del radicale cumile si trasformi in propile .... e la trasformazione inversa, del propile in isopropile, avviene quando nel metile del cimene si introduce dell'ossigeno.*

« Allorchè io scrissi le parole sopra riportate (novembre 1884) non avevo conoscenza della Memoria di Widman *Sul gruppo propilico nella serie cuminica e del cimene* comunicata il 13 febbraio 1884 all'Accademia delle Scienze di Stocolma, e ciò perchè un sunto di essa trovasi appena nel fascicolo dei Berichte uscito il 23 marzo 1885 [2] e la Memoria venne poi pubblicata per esteso nei Berichte stessi in principio del presente anno [3].

« Io mi propongo ora di esporre alcune considerazioni sulla trasformazione dei composti cuminici in composti del cimene prendendo, le mosse dal lavoro sopracitato di Widman.

(1) Gazzetta chimica XIV, 496.
(2) Berichte (Referate) XVIII, 151.
(3) Berichte, 1886, XIX, 251.

« I casi conosciuti nei quali ha luogo una trasformazione di isopropile in propile, il passaggio cioè dalla serie cuminica alla serie del cimene, o una trasformazione del propile in isopropile, cioè della serie del cimene in cuminica, sono i seguenti:

« Formazione di acido cuminico per ossidazione del cimene nell'organismo (1).

« Trasformazione dell'alcool cuminico in cimene colla polvere di zinco (2).

« Trasformazione del carvacrol, per fusione colla potassa, nell'acido ossicuminico fusibile a 93° (3) identico con quello ottenuto da Widman (4) dall'acido ortoamidocuminico.

« Trasformazione del timol nell'acido ossicuminico fusibile a 141°-143° per fusione con idrato potassico (5).

« Trasformazione dell'alcool cuminico in cimene per l'azione dell'idrogeno nascente sul cloruro di cumile (6).

« Trasformazione dell'acido cimensolforico in acido ossiisopropilsolfobenzoico per ossidazione con permanganato potassico (7).

« Trasformazione del cimene in acido cuminico per ossidazione all'aria in presenza di idrato sodico (8).

« Trasformazione dell'aldeide nitrocuminica in cimidina per l'azione dell'idrogeno nascente sul cloruro di nitrocumilidene (9).

« Trasformazione del cimene in aldeide ed acido cuminico per l'intermediario del cloruro di cumile ottenuto dall'azione del cloro sul cimene (10).

« Formazione del cimene dall'etere cumilico per l'azione del calore (11).

« Trasformazione del cimene in acido ossiisopropilbenzoico per ossidazione con permanganato potassico (12).

« Trasformazione del clorocimene e del bromocimene dal timol in acidi cloro-e bromocuminici per ossidazione con acido nitrico diluito (13).

(1) Nencki e Ziegler, Berichte V, 751; Gerichten, Ber. XI, 369; Jacobsen, Berichte XII, 1512.

(2) Kraut, Liebig's Annalen, *192*, 225 e Jacobsen, Berichte XII, 434.

(3) Jacobsen, Berichte XI, 1061.

(4) Berichte, XIX, 270.

(5) Barth, Berichte, XI, 1571.

(6) Paternò e Spica, Gazzetta chimica IX, 397.

(7) R. Meyer e Baur, Berichte XIII, 1496.

(8) Nencki, Journ. für pr. Chemie 1881, *23*, 96 e Berichte XIV, 1144.

(9) Widman, Berichte XV, 167 e XIX, 245.

(10) Errera, Gazz. chim. XIV, 278.

(11) Fileti, Gazz. chim. XIV, 503.

(12) Widman e Bladin, Berichte XIX, 583.

(13) Fileti e Crosa. V. la Memoria che precede: *Sul clorocimene e bromocimene dal timol.*

« Il Widman dice giustamente nella citata Memoria che la trasposizione molecolare nel gruppo propilico è dipendente dal comparire del metile o del carbossile, e difatti mentre degli acidi isopropilbenzosolforico e propilbenzolsolforico solo il primo è capace di trasformarsi per idrossilazione diretta in acido ossiisopropilbenzolsolforico ([1]), gli acidi cimensolforico ed isocimensolforico dànno tutti e due acido ossiisopropilsolfobenzoico ([2]) e quindi è chiaro che il trasformarsi del gruppo CH_3 del cimene in COOH ha provocato la trasformazione del propile in isopropile.

« Però a me pare che, stando ai fatti conosciuti, le condizioni nelle quali ha luogo la trasformazione molecolare si possano più esattamente precisare di quel che abbia fatto il Widman; questi difatti dice: *Quando in un derivato della benzina un metile o un carbossile trovasi nella posizione para rispetto a un gruppo propilico, quelli esercitano influenza su questo, in modo tale che il gruppo metile predispone alla formazione del propile normale, e il carbossile alla formazione dell'isopropile.* Secondo il mio modo di vedere la parola *predispone* non corrisponde ai fatti, perchè il gruppo metile può trovarsi benissimo, come nell'isocimene, nella posizione para relativamente all'isopropile senza che questo accenni a trasformarsi in propile, e così il carbossile si può trovare, come nell'acido parapropilbenzoico, nella posizione para rispetto al propile normale, senza che questo si trasformi in isopropile. E nemmeno il semplice entrare nella molecola del gruppo metile o del carbossile è capace di produrre la trasformazione: difatti dalla p-bromoisopropilbenzina con ioduro di metile e sodio si ha l'isocimene ([3]) e dalla p-bromopropilbenzina con sodio e anidride carbonica si ottiene l'acido p-propilbenzoico ([4]). È invece *nell'atto della trasformazione del metile in carbossile* (o CH_2OH, o CHO), *e reciprocamente* che ha luogo il cambiamento molecolare nel gruppo propile o isopropile; così l'isopropile dell'alcool cuminico si trasforma in propile quando, per mezzo dello zinco, si toglie l'ossigeno; dall'ossido di cumile si ottiene cimene, perchè siccome, in seguito all'azione del calore, l'atomo di ossigeno si fissa solo ad una parte della molecola (quella che va a costituire l'aldeide), ha luogo nella parte di essa che resta senza ossigeno la trasformazione dell'isopropile in propile; il propile del cimene si cambia in isopropile nell'atto che il metile si trasforma in carbossile per l'ossidazione nell'organismo, o all'aria in presenza di idrato sodico, o con permanganato potassico, o con acido nitrico (nel cloro- e bromocimene).

([1]) R. Meyer e A. Baur, Berichte XII, 2238.
([2]) Meyer e Baur, Ber. XIII 1495 — Meyer e Boner, Ber. XIV, 1135.
([3]) Jacobsen, Berichte XII, 429.
([4]) R. Meyer e E. Müller, Ber. XV, 698 e Journ. f. pr. chem. 1886, *34*, 101.

« Ma v'ha ancora un'altra questione. È solo l'ossigeno che sostituendosi all'idrogeno del metile provoca la trasformazione del propile in isopropile, o di questa proprietà godono anche altri elementi (alogeni, azoto) o gruppi (COOH) nell'atto che sostituiscono l'idrogeno del metile stesso? Io feci in riguardo le seguenti esperienze di idrossilazione.

« *Cloruro di cumilidene* $C_6H_4 < \begin{matrix} C_3H_7 \\ CHCl_2 \end{matrix}$ — gr. 10 di cloruro di cumilidene, messi in sospensione in gr. 100 di soluzione di idrato sodico (D = 1,25) ed ossidati con soluzione di permanganato potassico al 4 %, diedero piccole quantità (gr. 0,7) di acido tereftalico e gr. 5 di acido ossiisopropilbenzoico.

« *Cumonitrile* $C_6H_4 < \begin{matrix} C_3H_7 \\ CN \end{matrix}$ — gr. 10 di cumonitrile, gr. 100 di soluzione di idrato sodico (D = 1,25) e soluzione di permanganato: si ebbero gr. 2,5 di acido tereftalico e gr. 7 di acido ossiisopropilbenzoico.

« Mi sono prima assicurato che il cumonitrile scaldato per un giorno nelle stesse condizioni colla sola soluzione di idrato sodico a 1,25 non subisce alterazione.

« *Acido omocuminico* $C_6H_4 < \begin{matrix} C_3H_7 \\ CH_2 . COOH \end{matrix}$. Da gr. 4 dell'acido (che preparai molto facilmente per l'azione dell'acido iodidrico e fosforo sull'acido isopropilfenilglicolico) gr. 80 della soluzione di idrato sodico e permanganato potassico, ebbi piccole quantità di acido tereftalico e gr. 2,5 di acido ossiisopropilbenzoico.

« *Acido isopropilfenilglicolico* $C_6H_4 \begin{cases} C_3H_7 \\ CH < \begin{matrix} OH \\ COOH \end{matrix} \end{cases}$. — Da gr. 10 si ebbero piccola quantità di acido tereftalico e gr. 6,5 di acido ossiisopropilbenzoico.

« *Acido isopropilbenzoilformico* $C_6H_4 < \begin{matrix} C_3H_7 \\ CO . COOH \end{matrix}$. — Da gr. 4,5 di quest'acido (che si fonde a 106°-107° e che descriverò in altra Memoria) si ebbero gr. 4 di acido ossiisopropilbenzoico.

« *Bromocimene dal timol* $C_6H_3 \begin{cases} C_3H_7 & (1) \\ Br & (2) \\ CH_3 & (4) \end{cases}$. — Il liquido, diventato verde per l'aggiunta di piccola quantità di soluzione di permanganato potassico, non si decolorò nemmeno dopo un giorno di riscaldamento (ossidato con acido nitrico diluito da acido bromocuminico).

« Preparai anche, allo scopo di sottoporli ad ossidazione, gli acidi $C_6H_4 < \begin{matrix} C_3H_7 \\ CHCl . COOH \end{matrix}$ e $C_6H_4 < \begin{matrix} C_3H_7 \\ CH\,Br . COOH \end{matrix}$ che descriverò in altra Memoria; il primo si fonde a 82°, il secondo a 94°-95°. Non potei però ossidarli perchè in presenza degli alcali perdono facilmente gli alogeni; tenterò

laossidazione del $C_6H_4 < \begin{matrix} C_3H_7 \\ CCl_2 . COOH \end{matrix}$ che dovrebbe essere più stabile.

Volevo anche ossidare l'acido $C_6H_4 \begin{matrix} C_3H_7 \\ CH < \begin{matrix} NH_2 \\ COOH \end{matrix} \end{matrix}$, ma lo ebbi sinora solo in piccola quantità.

« Ora, ragionando sui fatti osservati, io mi domando: perchè nel cumonitrile e nel cloruro di cumilidene (e sarà lo stesso pel cloruro di cumile) noi dobbiamo ammettere l'isopropile? Solo forse perchè questi composti derivano dall'aldeide, dall'alcool e dall'acido cuminico? Ma anche il cimene deriva dall'alcool cuminico, eppure esso contiene il propile il quale si trasforma in isopropile quando il CH_3 si cambia in COOH (cimene con permanganato, bromocimene con acido nitrico), ma resta inalterato se dell'ossigeno non va a sostituire l'idrogeno del metile (bromocimene con permanganato). Il cloruro di cumile $C_6H_4 . C_3H_7 . CH_2Cl$, il quale si comporterà all'ossidazione certamente come il cloruro di cumilidene, può ottenersi: 1° da composti isopropilici, come l'alcool cuminico; 2° da composti propilici, come il cimene (1); in uno dei due casi deve dunque avvenire la trasposizione molecolare e si deve perciò necessariamente ammettere: o che entrando il cloro al posto dell'ossidrile dell'alcool cuminico l'isopropile si trasformi in propile, ovvero che entrando il cloro al posto dell'idrogeno nel metile del cimene, il propile di questo si trasformi in isopropile.

« Or, noi abbiamo delle esperienze *dirette* le quali ci provano in modo semplice ed irrefragabile che, uscendo l'ossigeno, l'isopropile si trasforma in propile: difatti dall' alcool cuminico collo zinco si ha cimene e dall'etere cumilico si ottiene cimene; ma non abbiamo nessuna esperienza che ci dimostri *direttamente* e con uguale chiarezza ed evidenza che il cloro, prendendo il posto dell'idrogeno del metile, cagioni la trasformazione del propile in isopropile, quindi sembrami più conforme alle conoscenze attuali il supporre che il cloro, bromo, ecc.... si comportino come l'idrogeno e che *soltanto l'ossigeno* sia capace di provocare quella trasposizione molecolare.

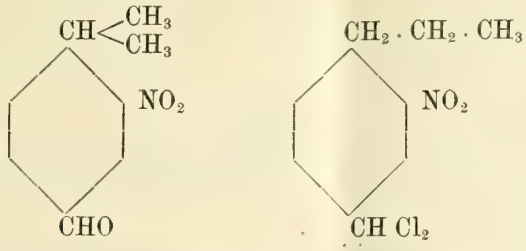
« Io credo quindi che, mentre l' alcool cuminico e il suo etere, l'aldeide e l'acido cuminico contengono l'isopropile, il cloruro di cumile, il cloruro di cumilidene e il cumonitrile contengono il propile.

« Per la stessa ragione si deve ammettere che la trasposizione molecolare dell' isopropile in propile, che ha luogo durante la serie di eleganti trasformazioni per le quali Widman (2) arrivò dall'aldeide nitrocuminica al

(1) Errera, Gazzetta chimica XIV, 278.

(2) Berichte XV, 166.

timol, avvenga nell'azione del percloruro di fosforo, quando cioè l'ossigeno dell'aldeide è rimpiazzato dal cloro:



e non, come Widman crede [1], nell'azione dell'idrogeno nascente sul cloruro di nitrocumilidene, il quale non dovrebbe più contenere l'isopropile ».

Chimica. — *Sulla costituzione dell'acido bibromosalicilico.* Nota del dott. Alberto Peratoner, presentata dal Socio A. Cossa.

« Distillando con sabbia e barite l'acido bibromosalicilico, ottenuto per bromurazione diretta dell'acido salicilico, Cahours [2] ebbe un olio che si solidificò per raffreddamento e che secondo lui era bibromofenol.

« Siccome non è dimostrato in modo chiaro che questo prodotto ottenuto da Cahours sia il bibromofenol fusibile a 40°, ho creduto utile di ripetere queste esperienze onde poter stabilire in modo definitivo e diretto la posizione dei due atomi di bromo nell'acido bibromosalicilico.

« La distillazione secca, tanto di un miscuglio di sale baritico con barite, quanto del sale da solo non mi diede buoni risultati; scaldando però un miscuglio di 1 parte di sale con 3 di sabbia in un tubo a combustione, facendovi contemporaneamente passare una corrente di idrogeno e raccogliendo il prodotto formatosi in una soluzione di idrato potassico al 50 % ottenni, acidificando, un olio facilmente volatile col vapor d'acqua che fu riconosciuto per bibromofenol. Il rendimento però è molto piccolo ottenendosi da 15 grammi di sale baritico circa $^1/_2$ grammo di bibromofenol.

« In maggiore quantità ebbi il bibromofenol riscaldando l'acido bibromosalicilico in tubi chiusi per 6-8 ore a 220°-230° per porzioni di mezzo grammo circa con acido cloridrico o jodidrico, o meglio con acido solforico diluito col triplo peso di acqua. Il contenuto di circa 100 tubi venne distillato in una corrente di vapor d'acqua che trasportò prima un olio e poi una sostanza solida (A).

« L'olio venne asciugato e sottoposto a distillazione; dopo alcuni frazionamenti si divise in due porzioni distinte, l'una bollente a 195°-210° (B), l'altra a 235°-245°.

(1) Berichte XIX, 250.
(2) Ann. chim. et phys. 3]XIII, 103.

« La parte 235°-245° è costituita quasi esclusivamente da bibromofenol. Infatti non essendosi solidificata da sola, si solidificò subito aggiungendo un cristallino di bibromofenol preparato col metodo di Körner [1].

« Venne spremuto fra carte, indi sciolto nell'etere e lasciato cristallizzare per lento svaporamento.

« All'analisi diede i seguenti risultati:

I. gr. 0,3105 di sostanza fornirono gr. 0,4593 di bromuro d'argento.
II. gr. 0,3295 di sostanza diedero gr. 0,4906 di bromuro d'argento.

« Cioè su 100 parti:

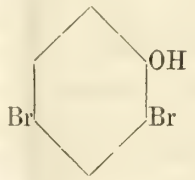
	trovato I	trovato II	calcolato per $C_6H_4OBr_2$
Bromo:	62,93	63,33	63,49

« Il bibromofenol così ottenuto ha lo stesso punto di fusione di quello preparato secondo Körner (35°-36° col termometro da me adoperato; Körner lo indica a 40°), come esso bolle alla temperatura non corretta di 238°-239° e colora leggermente in azzurro la soluzione di percloruro ferrico.

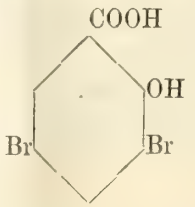
« Per meglio stabilire la sua identità con quello di Körner vi feci agire il *bromo* e *l'acido nitrico*. Mescolai la soluzione del bibromofenol in solfuro di carbonio con eccesso di bromo e, scacciato dopo un'ora di riposo il solvente, sciolsi il residuo in idrato potassico, dal quale l'acido cloridrico precipitò il tribromofenol, che cristallizzato dall'alcool diluito si fuse a 91°-92°.

« *Per nitrazione* del mio bibromofenol con acido nitrico D = 1,50 ebbi l'acido picrico come un olio che si solidificò tosto in pagliette e che, cristallizzato dall'acqua ed indi dagli eteri del petrolio, si fuse a 119°-120°. Come è noto il bibromofenol di Körner dà anche esso per nitrazione acido picrico.

« Essendo ora la formola di costituzione di questo bibromofenol



e dovendosi nell'acido salicilico il carbossile trovare al posto *orto* rispetto all'ossidrile, la formola di costituzione dell'acido bibromosalicilico ottenuto dall'acido salicilico per bromurazione diretta, è senza dubbio ed analogamente a quella d'ordinario ammessa



[1] Annal. d. Chem. u. Ph. 137, 295.

Decomposizione del bibromofenol.

« Ho accennato come assieme al bibromofenol ottenuto dall'acido bibromosalicilico passino colla corrente di vapor d'acqua altre 2 sostanze, l'una solida (A) e l'altra liquida (B) bollente a 195°-210°. Sono ambedue in piccola quantità, ma se ne ottiene di più, quando si scaldi l'acido bibromosalicilico coll'acido solforico diluito verso 250° invece che a 220°-230°.

« *Parte solida* (A). Venne spremuta tra carte, decolorata con carbone animale e cristallizzata più volte dall'alcool diluito. Dall'aspetto e dal punto di fusione 90°-92° la riconobbi per *tribromofenol.*

« *Parte liquida* (B). Venne asciugata nel vuoto e sottoposta all'analisi, la quale conduce alla composizione di un *monobromofenol.*

« Infatti gr. 0,3287 di sostanza diedero gr. 0,3575 di bromuro d'argento, e per 100 parti:

	trovato	calcolato per C_6H_5OBr
Bromo:	46,27	46,24

« Il punto di ebollizione basso (195°-210°) mostrerebbe che la sostanza in esame è orto-bromofenol; e che così sia di fatto l'ho confermato trasformandolo nel dinitroderivato.

« Aggiungendo alla sua soluzione acetica fredda la quantità di acido nitrico strettamente necessaria ad ottenere un mononitrocomposto ebbi invece come unico prodotto il dinitrobromofenol di Laurent fusibile a 117°-118°. Come è noto secondo Körner [1], l' ortobromofenol in qualunque condizione venga nitrato, dà sempre il dinitrobromofenol di Laurent, ciò che lo distingue dal paraderivato dando questo con una molecola di acido nitrico il bromonitroderivato di Hübner e Brenken [2] fusibile a 88°.

« Poichè l'acido bibromosalicilico da me adoperato era puro, il mono- ed il tribromofenol non potevano provenire che dalla decomposizione del bibromofenol. Per verificare ciò in modo diretto scaldai il bibromofenol, preparato col metodo di Körner, con acido solforico diluito come sopra in tubi a 250°. Oltre a molte resine ebbi piccole quantità di un olio e di una sostanza solida passanti alla distillazione col vapor d'acqua. Non potei esaminare oltre il liquido distillato essendo in quantità troppo esigua; ma riconobbi dal punto di fusione (91°), che la parte solida era tribromofenol.

« Da tutto questo bisogna concludere che il bibromofenol scaldato a 250° con acido solforico diluito dà ortobromo- e tribromofenol secondo l'equazione

$$2\,C_6H_3\begin{cases}OH\\Br_2\end{cases} = C_6H_2\begin{cases}OH\\Br_3\end{cases} + C_6H_4\begin{cases}OH & (1)\\Br & (2)\end{cases}$$

« Non mi sono ulteriormente occupato della quistione se la decomposizione avvenga per azione dell'acido solforico o per la sola azione del calore ».

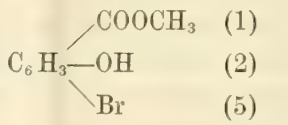
(1) Gazz. chim. IV, 389.
(2) Berichte VI, 170.

Chimica. — *Sugli acidi mono- e bibromoalchilsalicilici.* Nota I. del dott. ALBERTO PERATONER, presentata dal Socio A. COSSA.

« Scopo del presente lavoro è la preparazione dei principali acidi alchilbromo- ed alchilbibromosalicilici, poichè la conoscenza di alcuni tra essi mi era necessaria per lo studio (che sarà pubblicato in altra Memoria) dei prodotti di ossidazione degli eteri corrispondenti al mono- ed al bibromoortoisopropilfenol.

« Questi acidi li ho ottenuti facendo agire sugli eteri metilici degli acidi bromo- e bibromosalicilico l'idrato potassico e joduri alcoolici. La reazione è però molto incompleta; si ottiene quindi un miscuglio dell'etere primitivo coll'etere nuovo formatosi e la separazione di queste due sostanze offre una qualche difficoltà.

Bromosalicilato di metile.



« Cahours (1) per il primo facendo agire il bromo sull'essenza di *gaulteria procumbens* ottenne assieme a un prodotto bibromurato piccola quantità di essenza monobromurata che egli descrive come corpo cristallizzato in aghi sottili e fondenti a 55°.

« Indi Henry (2) per l'azione del perbromuro di fosforo sopra il salicilato di metile ebbe l'etere bromurato come olio bollente a 265°-266°, che si solidificava e fondeva allora a 36°-38°.

« Per preparare il bromosalicilato di metile in maggiori quantità, si aggiunge al salicilato di metile (ottenuto dall'essenza di gaulteria per distillazione frazionata) sciolto nell'egual volume di solfuro di carbonio e raffreddato con ghiaccio, poco a poco la quantità equimolecolare di bromo sciolta anche essa in solfuro di carbonio. Dopo 2-3 ore di riposo si elimina il solvente e si riscalda a b. m. l'olio rimanente, finchè non si sviluppi più acido bromidrico. Quest'olio si solidifica per raffreddamento in una massa compatta incolora (3) che si lava con acqua e si cristallizza dall'alcool metilico.

gr. 0,3625 di sostanza diedero gr. 0.5574 di anidride carbonica e gr. 0.1092 di acqua.

gr. 0,5039 di sostanza diedero gr. 0,4088 di bromuro d'argento.

(1) Ann. chim. et phys. 3]. X. pag. 340.

(2) Berichte der deutsch. ch. Ges. II, 275.

(3) Nel caso che il salicilato di metile dall'essenza di gaulteria non sia completamente puro, la massa risultante dall'azione del bromo prende un colore verde proveniente da una sostanza resinosa.

« Cioè su 100 parti [1]:

	trovato	calcolato per $C_8 H_7 O_3 Br$
Carbonio:	41,93	41,55
Idrogeno:	3,34	3,03
Bromo :	34,51	34,63

Se la bromurazione non si eseguisce in soluzione di solfuro di carbonio, dopo aver fatto reagire circa la metà della quantità voluta di bromo, la sostanza si solidifica in gran parte ed il bromo aggiunto in seguito agisce contemporaneamente sul bromoderivato già formato, dando quantità non trascurabili di etere bibromurato.

« Il bromosalicilato di metile cristallizza dall'alcool metilico in aghi raggruppati attorno ad un punto, lunghissimi e splendenti. Si fonde a 61° e bolle alla temperatura non corretta di 264°-266°. Da una soluzione nel solfuro di carbonio lo ebbi per lento svaporamento in tavolette prismatiche appartenenti probabilmente al sistema trimetrico, ma delle quali non si poterono misurare gli angoli, avendo le facce perduto rapidamente la loro lucentezza. L'etere dopo fusione si solidifica per raffreddamento in forma di mammelloni a struttura raggiata, grossi e compatti.

« È quasi insolubile nell'acqua e poco solubile nell'alcool metilico freddo; vi si scioglie invece molto a caldo ed è solubile nei solventi ordinarî. Colora in azzurro la soluzione di percloruro ferrico. La sua soluzione in alcool metilico per esposizione alla luce si colora in rosso-violaceo.

« Il bromosalicilato di metile si saponifica tanto facilmente che basta agitarlo con soluzione diluita di carbonato sodico, perchè l'acido cloridrico precipiti dalla soluzione piccole quantità di acido bromosalicilico fondente a 164°-165°. La saponificazione avviene completamente facendolo bollire a lungo con soluzione concentrata di carbonato sodico e, più rapidamente, per leggero riscaldamento con soluzione acquosa di idrato potassico al 30 %.

« Da questo bromosalicilato di metile che si ha facilmente puro, conviene partire, quando si voglia preparare l'acido bromosalicilico. Infatti ho potuto constatare che preparando l'acido bromosalicilico tanto col metodo di Hübner e Heinzerling [2], cioè con bromo in soluzione di solfuro di carbonio, quanto per l'azione del perbromuro di fosforo a caldo, come fece Henry [3], la bromurazione è sempre incompleta e la separazione dei due acidi lunga. L'acido bromosalicilico ottenuto dalla facile saponificazione del suo etere metilico, è puro e fonde dopo una sola cristallizzazione a 165°.

[1] In tutte queste analisi di sostanze molto bromurate ho ottenuto, come d'ordinario accade, un eccesso di carbonio e di idrogeno.

[2] Zeitschrift 1871, 709.

[3] l. c.

« L'acido bromosalicilico preparato per l' azione diretta del bromo dà, con alcool metilico ed acido cloridrico gassoso, il bromosalicilato di metile p. f. 61°, identico con quello ottenuto bromurando l'essenza di gaulteria.

Bromometilsalicilato di metile.

$$C_6H_3 \begin{cases} COOCH_3 & (1) \\ OCH_3 & (2) \\ Br & (5) \end{cases}$$

« Si prepara scaldando in tubi chiusi per 2 ore a 110°-120° il bromosalicilato di metile p. f. 61° sciolto in alcool metilico con la quantità equimolecolare di idrato potassico ed un eccesso di joduro di metile. Questa eterificazione, come dissi, è molto incompleta, anche variando le quantità di potassa e di joduro; i migliori risultati si hanno, quando si cerchi di impedire che il bromosalicilato metilico si depositi cristallizzato dentro il tubo impiegando molto solvente. Se invece di fare avvenire la reazione in tubi a 110°-120° la si operi in un apparecchio a ricadere, il rendimento è ancora meno buono.

« Per separare il bromometilsalicilato di metile formatosi dall' etere primitivo inalterato si può operare nel seguente modo: si distilla il prodotto dell'eterificazione raccogliendo a parte la porzione bollente sopra 290°. Questa sostanza lasciata per circa 2 giorni ad una temperatura inferiore a 0° si solidifica parzialmente; si spreme la massa bianca ottenuta fra carte e la si scioglie nell' alcool concentrato. A questa soluzione si aggiungono successivamente delle piccole quantità di acqua, le quali vanno determinando la separazione di differenti parti a secondo della loro diversa solubilità. Le più solubili sono il composto puro. Talvolta per ragioni sconosciute questa purificazione non riesce, separandosi il composto sotto forma di olio che o non si solidifica, oppure lo fa difficilmente per aggiunta di un cristallino. In tal caso è necessario di saponificare tutto con potassa acquosa concentrata, e rinnovare l'eterificazione questa volta sciogliendo l'acido in alcool metilico e saturando con acido cloridrico gassoso.

« Del resto è più conveniente di ottenere l'acido libero col metodo sottodescritto e poi eterificarlo.

gr. 0,7555 di sostanza diedero gr. 1,2110 di anidride carbonica e gr. 0,2638 di acqua.

gr. 0,5112 di sostanza fornirono gr. 0,3944 di bromuro d'argento.

« Cioè per 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_8H_9O_3Br$
Carbonio:	43,71	44,08
Idrogeno:	3,86	3,67
Bromo :	32,82	32,65

« Il bromometilsalicilato di metile cristallizza in aghi lunghi, incolori e splendenti, che talvolta prendono anche la forma di lamine con aspetto madreperlaceo. Si fonde a 39°-40° e distilla indecomposto alla temperatura non corretta di 295°-296°. È molto solubile nei solventi ordinarî, insolubile nell'acqua e la sua soluzione nell'alcool diluito non è colorata dal percloruro di ferro.

Acido bromometilsalicilico.

$$C_6H_3\begin{cases} COOH & (1) \\ OCH_3 & (2) \\ Br & (5) \end{cases}$$

« Si ottiene facilmente per saponificazione del suo etere metilico sopra descritto con soluzione acquosa di idrato potassico al 30 %. Essendo però la purificazione dell' etere abbastanza lunga, si può più comodamente ricavare l'acido dall'etere greggio approfittando della poca solubilità del sale potassico nella potassa acquosa concentrata, sciogliendosi invece facilmente il bromosalicilato di potassa. Si saponifica acciò il prodotto greggio della reazione nei tubi chiusi con potassa acquosa al 30 % e, dopo aver portato il liquido quasi a secco, si aggiunge tanta potassa al 50 % da formare una poltiglia sufficientemente scorrevole. Riscaldando indi il liquido si hanno per raffreddamento delle scagliette che si separano per filtrazione e si lavano con potassa al 50 %, finchè l'acido corrispondente non dia più che lieve coloramento violaceo col percloruro di ferro. Si tratta allora tutto il sale con acido cloridrico e si cristallizza l'acido ottenuto un paio di volte dall'acqua bollente.

« Partendo da 60 grammi di bromosalicilato metilico si ottengono così 10-12 gr. di acido puro.

I gr. 0,3855 di sostanza diedero gr. 0,5928 di anidride carbonica e gr. 0,1278 di acqua.

II gr. 0,3450 di sostanza fornirono gr. 0,5233 di anidride carbonica e gr. 0,1156 di acqua.

gr. 0,3419 di sostanza diedero gr. 0,2763 di bromuro d'argento.

« Cioè su cento parti:

	trovato I	trovato II	calcolato per $C_8H_7O_3Br$
Carbonio :	41,93	41,36	41,55
Idrogeno :	3,68	3,72	3,03
Bromo :	—	34,36	34,63

« Tentai anche di preparare l'acido bromometilsalicilico tanto bromurando in soluzione di solfuro di carbonio e saponificando poi il metilsalicilato di metile bollente a 240°-245°, quanto per bromurazione diretta dell'acido metilsalicilico puro, p. f. 98°, sciolto nel cloroformio. In tutti e due i

casi ottenni un prodotto impuro, il quale diede all'analisi numeri non concordanti colla teoria, che colorava fortemente il percloruro di ferro e fondeva a temperatura più elevata. Esso è quindi un miscuglio dell'acido cercato e dell' acido bromosalicilico, formatosi probabilmente per l' azione dell' acido bromidrico.

« L'acido bromometilsalicilico cristallizza in aghi lunghissimi, fini ed incolori fusibili a 119°. È solubile nei solventi ordinarî, poco solubile nell'acqua fredda, ma si scioglie meglio a caldo. Si fonde nell'acqua calda e la sua soluzione acquosa non colora il percloruro di ferro. Il punto di fusione di questo acido si eleva considerevolmente, quando l'acido contenga come impurezze piccole quantità di acido bromosalicilico e può arrivare fino 134°.

« I *sali alcalini* sono molto solubili nell'acqua, dalla quale si hanno in croste per svaporamento. Il sale potassico è poco solubile nella potassa concentrata, ma si scioglie meglio a caldo. Si presenta sotto forma di aghi o per lo più di scaglie incolore, lucide e molto deliquescenti.

« Il *sale di bario* ottenuto col carbonato si deposita dall'acqua in aghi sottili rassomiglianti molto all'acido libero. Cristallizza con 3 molecole di acqua che perde già a 100° e che riassorbe completamente per esposizione all' aria.

gr. 1,4954 di sale disseccato all'aria perdettero a 100°-110° gr. 0,1287 di acqua.

gr. 0,5069 di sale disseccato come sopra fornirono gr. 0,1800 di solfato baritico.

« Cioè su 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_{16}H_{12}O_6Br_2Ba + 3H_2O$
Acqua:	8,60	8,29
Bario:	20,87	21,04

« *Sale di calcio.* Ottenuto col carbonato si ha dall'acqua in aghi setacei sottilissimi, lunghi, rassomiglianti all'amianto e raggruppati attorno ad un punto. Contiene 4 molecole di acqua che perde a 130° e che riassorbe solo parzialmente quando è riesposto all'aria. È più solubile nell'acqua del sale baritico.

gr. 0,4234 di sostanza disseccata all'aria fornirono gr. 0,0981 di solfato di calcio.

gr. 0,9955 di sale disseccato come sopra perdettero a 130° gr. 0,1219 di acqua.

« Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_{16}H_{12}O_6Br_2Ca + 4H_2O$
Calcio:	6,80	6,99
Acqua:	12,24	12,58

« Il *sale di magnesio* preparato col carbonato oppure dal sale di bario per aggiunta di solfato cristallizza dall'acqua in aghi appiattiti e splendenti che possono anche allargarsi a forma di laminette. È molto solubile nell'acqua. Si deposita con 5 molecole di acqua di cristallizzazione che non perde completamente nel vuoto sopra acido solforico, ma già per riscaldamento a 100°. Il sale disseccato riassorbe solo parzialmente la sua acqua di cristallizzazione.

gr. 0,8790 di sale disseccato all'aria perdettero a 100°-120° gr. 0,1405 di acqua e diedero inoltre gr. 0,1757 di pirofosfato di magnesio.

« Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_{16} H_{12} O_6 Br_2 Mg + 5 H_2 O$
Magnesio:	4,33	4,18
Acqua :	15,98	15,66

« *Sale argentico.* Si ha per precipitazione dal sale di bario. Contiene 1 molecola di acqua che perde a 120°. È solubile nell'acqua bollente dalla quale cristallizza in aghetti splendenti.

gr. 0,5396 di sale disseccato all'aria perdettero a 120° gr. 0,0259 di acqua.

gr. 0,3167 di sale diedero gr. 0,1278 di cloruro argentico.

« Cioè su 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_8 H_6 O_3 Br Ag + H_2 O$
Argento:	30,34	30,33
Acqua :	4,80	5,05

« Per esposizione alla luce il sale argentico si annerisce rapidamente.

« Il *sale piombico* ottenuto dal sale baritico per precipitazione con acetato è una polvere bianca composta da aghetti microscopici ».

Filosofia. — *Alfonso Testa o i Primordi del Kantismo in Italia.* Nota III. del prof. Luigi Credaro, presentata dal Socio Ferri [1].

IV.

Periodo subbiettivistico-scettico della filosofia del Testa.

« 1. A chi dall'esame dell'opera, *La filosofia dell'affetto*, passa a quella della *Filosofia della mente*, colla quale si apre il secondo periodo del processo evolutivo della filosofia del nostro Alfonso Testa, tornano alla mente i versi di Dante

« Per correr miglior acqua alza le vele
« Omai la navicella del mio ingegno ».

« Questa nuova opera è tutta una profonda confutazione del sensismo, che aveva inspirato all'autore il basso utilitarismo che informa la *Filosofia dell' affetto,* nella quale, negando all'uomo ogni nobile sentimento e rendendolo poco più che bruto, si riducevano a gretto egoismo le tre idealità umane

[1] Vedi p. 20.

del buono, del vero e del bello. La *Filosofia della mente*, che rivela nel Testa un ingegno perspicace e rotto ad ogni sottile esercizio del pensiero, consta di un lungo proemio e di quattro discorsi. In quello subito si scorge il gran passo fatto dal Testa dal 34 al 36. Imperocchè nell' *Affetto* dichiara non potersi dare altra ragione dei fatti che quella della successione; nella *Mente* invece ripudia energicamente quel miserabile empirismo, che non va più in là della sensazione presente, che solo guarda ai fatti, e non ne indaga le relazioni e le nascose cagioni; là deride la filosofia platonica, che si perde nelle nuvole, come già aveva detto Aristofane di Socrate; qui asserisce che tra gli speculatori greci colui che, nel determinare il concetto della filosofia, più s'accostò al vero, è Platone, e giustamente decanta il merito del sommo Ateniese; là nega il bene che può venire agli uomini da quella filosofia che si affatica nello studio dei principî delle cose e parla d'eterna ragione; qui invece definisce la filosofia « lo studio che intende al conoscimento dell'essere ne' suoi rapporti possibili alle nostre facoltà ». L'essere, pel Testa, è una Forza-principio, in cui trova la ragione della sua esistenza tutto quello che è; esso è l'assoluto, il necessario, è Dio. Andrebbe però assai lungi dal vero chi prendesse il Testa per un ontologo dommatico. Infatti egli rimprovera al suo concittadino G. D. Romagnosi di aver fatto consistere la filosofia nella cognizione delle cose e del fare delle cose per via delle loro cause assegnabili. A lui pare un po' troppo porre la filosofia nel possesso delle cognizioni, non essendo essa che il solo amore del sapere; riconosce la necessità di cercare i limiti della conoscenza umana, ossia della gnoseologia, poichè l'essere non è da noi conosciuto se non per ciò che ci tocca e non ci tocca, se non per le relazioni che ha con noi; tuttavia egli non vuole distrutto lo studio della metafisica, poichè questo soddisfa a una profonda esigenza della umana natura, la quale non si potrà spegnere senza spegnere la ragione stessa. Erra quel filosofo che si restringe allo studio delle condizioni e delle leggi che presiedono allo svolgimento del pensiero, e da questo studio preliminare non passa a quello del mondo, dell'umanità, di Dio, che è la Forza-principio dispiegantesi nel mondo e nell'umanità. Ma se la filosofia è essenzialmente religiosa, ossia ammette Dio e l'assoluto, non può pretendere di farne la scienza, ed i problemi che più agitano l'umanità, sono quelli che più si presentano insolubili e oltre i limiti della nostra conoscenza. *Ignoramus et semper ignorabimus.*

« Queste considerazioni rivelano nel Testa una mente indagatrice e antidommatica. Egli viene ad opporsi al metodo dei Cartesiani, che pretendevano conoscere le sostanze in sè e dare di esse, per via di definizioni, una scienza assoluta e dimostrativa; accetta la parte migliore della dottrina di Locke, cioè la critica del principio di sostanza, che, ripresa e più validamente sostenuta dal Kant nella *Critica della ragion pura*, divenne il fondamento di tutta la filosofia sperimentale. Ma è poi coerente a sè quando afferma che noi abbiamo piena ignoranza dell'assoluto, dal momento che lo

determina per la Forza-principio, da cui dispiegansi il mondo e l'umanità? E in quale altro modo noi conosciamo i fatti particolari, se non per gli effetti che producono sulla nostra facoltà percettiva?

« Per mostrare che dalla tendenza innata nell'uomo di dare una spiegazione di sè e del mondo nacque e si svolse la filosofia, la quale ha sempre una forma che è in relazione coi bisogni sociali, politici, letterarî del tempo, il Testa riassume in poche pagine, non sempre però attingendo alle fonti prime, ma valendosi delle storie del Degerando e del Cousin, lo svolgimento della filosofia e collega le varie scuole fra loro e coi progressi della civiltà. Poichè egli è d'avviso che anche l'uomo più eminente è figlio dell'età in cui vive; niuno fa se stesso, tutti siamo fatti. Parrebbe con questo negare il libero arbitrio, ma così non è, perchè egli ricorda ad ogni uomo il dovere di sforzarsi al meglio, di cercare l'emancipazione della ragione in filosofia, pur rispettando l'autorità nelle cose di religione e di fede. In lui, sacerdote, è notevole la severità con cui condanna la Scolastica, che, confidentissima nel metodo dimostrativo, riduceva la scienza ad un elenco di definizioni, per lo più di parole, convenute e irrefragabili, che erano la materia di sottilissime combinazioni logiche, e dalle quali, senza studiare la natura, come Minerva dal cervello di Giove, doveva uscire il sapere.

« Sebbene il Testa riconosca l'esistenza dell'assoluto, tuttavia nega che da questo con metodo deduttivo si possano derivare i fatti particolari; ad esso invece debbonsi ricondurre tutti i fenomeni per darne una spiegazione. Egli rifiuta qualsiasi valore ad una scienza fatta unicamente con metodo deduttivo e fondata sull'autorità, poichè la materia del sapere non ci è data che nella esperienza interiore ed esteriore. In questa sua dichiarazione è già implicitamente inclusa la critica dell'ontologismo italiano, che ebbe i tre più illustri rappresentanti in Rosmini, Gioberti e Mamiani. Egli ricorda con compiacenza i nomi di due oscuri fraticelli, Gaunillone e Roggero Bacone, che in tempo in cui la Scolastica aveva raggiunto il suo apice, osarono additare agli uomini un altro metodo per formare la scienza. Ed io non sono lungi dal credere che, nello scrivere di costoro, il Testa pensasse a sè, che, malgrado le calunnie e gli improperî di cui era fatto segno da alcuni giornali diretti da emissari dei Gesuiti, andava predicando l'amore del sapere per se stesso con costanza e coraggio, e sosteneva l'assoluta indipendenza della filosofia da ogni autorità politica e religiosa, e la necessità che essa non si preoccupi nè di sistemi, nè di scuole, ma solo del vero. A lungo insiste il Testa nel suo Proemio sulla necessità di chiamare a severa rivista gl'insegnamenti ricevuti, le opinioni, i giudizî, le credenze, le tradizioni; imperocchè il dubbio è l'origliere che più si conviene ad una testa ben fatta. E questo metodo di critica è fedelmente seguito dal nostro in un breve cenno che fa sulle facoltà dell'anima. Queste sono, secondo lui, *sensitività, intelletto, ragione, volontà,* alle quali si aggiungono, come secondarie, la riflessione, la

memoria, l'immaginazione, ecc.; ma questi nomi non esprimono tante potenze reali e distinte, operanti ora simultaneamente, ora divisamente; le facoltà non sono altro che maniere, o condizioni, o manifestazioni di un'unica attività, che opera variamente a seconda dei diversi impulsi che riceve. Per la *sensitività* noi abbiamo una moltitudine di sensazioni che coesistono in uno stesso soggetto, ma sono isolate; interviene l'*intelletto*, che è un senso interiore avente un ufficio formale, quello cioè di stabilire dei rapporti, riducendo ad armonia il caos della sensibilità, e ci eleva al generale, cioè alle nozioni di specie e di genere; le relazioni di causa, i caratteri di universalità e di necessità poi non possono essere forniti nè dalla sensitività, nè dall'intelletto; quindi è uopo ammettere una terza facoltà, cioè la *ragione*, che è un altro senso interiore, il quale ha per suo oggetto i rapporti necessarî.

« La critica che il Testa muove alle arbitrarie classificazioni di facoltà nominali, che al suo tempo nulla lasciavano invidiare alla Scolastica, merita considerazione, molto più se pensiamo che allora le scuole italiane in modo speciale credevano esistere nel nostro spirito atti primitivi, detti immanenti e continui, senza che fossero eccitati da alcun oggetto, e in tali atti si facevano consistere o esplicare dapprima le facoltà primitive, che erano considerate come forze reali e distinte. Ma a torto egli distingue l'intelletto dalla ragione e chiama queste due facoltà un senso interiore. Non è necessario aggiungere la ragione all'intelletto, imperocchè questo, facendo astrazione dai dati sperimentali, arriva a rappresentarsi certi oggetti che trascendono ogni esperienza e sono rivestiti dei caratteri di necessità e di universalità; così l'intelletto, che riduce ad unità il molteplice sensato, può darci anche i rapporti necessari e universali, i quali altro non sono che uno sviluppo o l'effetto di uno sviluppo dei primi rapporti intellettivi, cioè della funzione del connettere un predicato con un soggetto, in cui consiste propriamente l'intendere. Per tale guisa la distinzione tra intelletto e ragione, si presenta, nella teoria delle facoltà formata dal Testa, inutile e arbitraria.

« Il nostro autore parrebbe qui avere attinto da Kant, che pure distingue profondamente senso, intelletto e ragione; ma dell'indipendenza della *Filosofia della mente* dalla *Critica della ragion pura* si vedrà più innanzi. — Il Testa crede che chi considera tutto l'uomo come fattura dei sensi, non sarà contento a questo suo discorso; invece a me pare che con questa sua dottrina delle facoltà venga, senza ch'egli se ne accorga, a bruciare un grano d'incenso ai suoi primi maestri e autori Locke, Condillac e Destutt de Tracy. Infatti se, come a lui scappa detto, ciascun uomo sente le sensazioni per una necessità che è nella *corporale costituzione*, non diventa inutile lo spirito? E a questo non possono essere attribuite neppure le altre facoltà primarie, cioè l'intelletto, la ragione e la volontà; nè le secondarie, perchè non esprimono, com'egli giustamente sostiene, che collezioni di fenomeni diversi, non attività diverse, non essendovi che una sola forza pensante, sicchè anch'esse

vengono a dipendere dalla natura fisica dell'uomo. Questo dinamismo fisiologico non è in armonia collo spirito di razionalità e di criticismo che informa il libro del Testa, epperò esso va considerato non vero e cosciente pensiero dell'autore, ma piuttosto un errore o un avanzo delle idee sensistiche professate nel primo periodo della sua filosofia, essendo impossibile che un pensatore lì per lì muti del tutto indirizzo. In simile errore cadono anche oggigiorno quei fisiologi e anche filosofi italiani e stranieri, i quali si mostrano oscillanti e confusi nel distinguere i due ordini di fenomeni fisiologici e psichici. Alcuni giungono ad affermare che fenomeni psichici non sono soltanto i cerebrali, ma tanti altri. La conseguenza di questa dottrina è naturale; volendo ridurre i fenomeni psichici a fisiologici, tutti i fenomeni fisiologici divengono psichici, anzi tutta la materia diventa, per uno strano, ma inevitabile circolo, pensiero o pensante. Questa deplorevole confusione nasce dal riconoscere che molti fanno, anche spiritualisti, l'esistenza di fenomeni psichici affatto inconsci.

« 2. Della nozione dell'essere e del principio di sostanza tratta il primo discorso della *Filosofia della mente*. — *Essere* è un' idea semplice, epperò non è definibile, perchè la stessa parola esaurisce tutta la sua comprensione, tuttavia, indipendentemente dal suo aspetto ontologico, si può cercare l'essere in quanto è una nozione della nostra mente, e quindi ha attinenza colle dottrine psicologiche. È indubitabile che noi tutti pensiamo in modo universale e necessario un principio reale che serve di fondamento ad ogni fenomeno: ora, la scuola lockiana, persuasa che tutto ci viene o dalla sensazione o dalla riflessione, tralasciò di porre il problema se l'idea di sostanza venisse da noi invece che dall'esperienza, e passando addirittura a considerare il modo della sua formazione, trovò che la sostanza non è che una nozione astratta, che viene posta a fondamento delle qualità degli esseri. Il Testa dichiara debole e insufficiente questa spiegazione, e ben avrebbe potuto chiamarla destituita d'ogni fondamento di verità e di sano ragionare; imperocchè capisco come dalla percezione di più oggetti simili io possa, mediante l'astrazione, risalire ad un'idea generale che nella sua comprensione abbracci tutte le idee delle qualità comuni; ma è affatto impossibile concepire come da idee di modi e di rapporti, che tali sono le percezioni sensibili, si possa astrarre quella di sostanza, che è un' idea di contenuto affatto diverso, anzi opposto. Eppure tanti scrittori, non senza ingegno, caddero in tale errore. Nè meno erronea è la dottrina del Turgot, pure seguace della scuola di Locke, il quale vorrebbe far sorgere l'idea di sostanza con un processo di generalizzazione, affermando che noi dapprima abbiamo il concetto della sostanza rinchiuso nell'*io*, che è il fondamento di tutti i rapporti; di poi viene generalizzato a tutti gli oggetti esteriori. Qui pure saviamente il Testa avvisa i sensisti che, secondo il loro maestro, l'*io* non è egli stesso che un modo, un gruppo di modi, epperciò anche generalizzato, sarà sempre la coscienza d'un modo, nè

potrà mai essere preso come un antecedente psicologico dell'idea di sostanza. Adunque è impossibile fissare una genesi alla nozione dell'essere in quella filosofia che considera i sensi e la riflessione come i soli fattori di tutto il mondo intellettivo umano.

« Il Galluppi pure fa derivare l'idea di sostanza dalla coscienza del *me*, ma differisce dalla scuola lockiana, perchè egli pretende distinguere il *me* sostanziale che esiste in sè dall'atto con cui egli percepisce, sente, vuole: così degli oggetti esteriori pretende sentire la sostanza come separata da' suoi modi, dando in questo molta importanza al tatto. Questo modo di risolvere il problema che stiamo esaminando, è in armonia coll'indirizzo generale del sistema empirico, ma non sensistico del Galluppi, il quale ammetteva come criterio supremo del sapere umano la testimonianza della coscienza. Ma il Testa ribatte vittoriosamente le ragioni del Galluppi, dicendo che la coscienza non ci attesta che esista un fondamento, ma solo che noi pensiamo un fondamento; essa è ideologica, non ontologica. Difatto quando uno sogna di tenere la penna in mano e scrivere, si sente così modificato come quando, svegliato, realmente la tiene, per la qual ragione non è necessaria la realità degli oggetti percepiti per far nascere l'idea di sostanza, ma è sufficiente la percezione. Nè dai sensi adunque, nè dalla riflessione può svolgersi l'idea di sostanza. E quale è dunque la sua origine?

« Non è concepibile un'attività che non abbia leggi ch'essa segua nell'addivenire all'atto; ora, nella forza pensante esistono condizioni tali per cui essa pensa necessariamente e universalmente la sostanza, quando è toccata dal fenomeno. Questa legge non solo dà il fondamento dell'essere, che siamo noi, ma per una necessità tutta intima alla mente, si estende a tutte le cose, ai modi, alle qualità, agli attributi.

« Qui il Testa, insistendo sui due caratteri di necessità e di universalità, fa un' osservazione veramente kantiana, cioè che la sostanza, per questi due caratteri, non può venire dall'esperienza, giacchè ogni fatto è necessariamente individuale. Quelli che vogliono trarre dall'esperienza il concetto di sostanza, confondono grossolanamente le idee generali collettive astratte colle idee universali. Queste sono fisse e costanti; quelle sono varie e spesso arbitrarie, come chiaramente dimostra la differenza che intercede fra concetti psichici e concetti logici, dei quali i primi formano il sapere volgare, i secondi il scientifico. Ed un' altra osservazione aggiunge, che è pure conforme alle vedute del moderno criticismo, cioè che la legge sovraenunciata del pensiero è applicata spontaneamente da ogni popolo ed individuo, che si trovi, ben inteso, in condizioni di mente normali, ma' si arriva ad averne coscienza chiara e distinta solo appresso di una matura riflessione, e dietro lo stimolo delle percezioni particolari. Il nostro filosofo si dà molta cura di avvertire che la nozione di sostanza non è innata, ma è una semplice disposizione della mente preesistente ad ogni esperienza, la quale però rappresenta la materia a cui la

mente stessa applica le sue leggi. E difende con quella franchezza che nasce da intima persuasione, la sua dottrina dal Romagnosi, il quale, chiamando il Bonnet suo padre e maestro, dichiara una chimera qualsiasi *a priori*, distaccato dal fatto contingente.

« Questa è la genesi del concetto di sostanza secondo il pensiero del Testa. L'ultima parte del discorso è un'acerba confutazione del sensualismo pur considerato nella sua forma più elevata, cioè nei libri del Romagnosi, che ammette un senso logico; le prove in esso raccolte sono di un'evidenza irrefragabile, sicchè sotto questo rispetto, la *Filosofia della mente* merita di essere considerata, insieme col *Nuovo saggio sull' origine delle idee* del Rosmini, come una delle critiche più severe e più profonde che mai siano state mosse contro la religione di un sistema, che aveva guastate le menti italiane nel primo quarto del secolo nostro.

« Il Testa comprese l' errore fondamentale del sensismo e s' innalzò a questo punto di veduta assai più razionale indipendentemente dal Rosmini, poichè egli stesso dichiara in una nota (pag. 102) che già erano sotto i torchi i suoi *Discorsi* quando la prima volta gli venne alle mani il *Nuovo saggio*, stampato in Roma nel 1830. E noi non abbiamo nessuna ragione per non prestare piena fede ad un uomo che visse lontano da ogni cura ambiziosa e avara, e rivela in ogni suo scritto un amore vivissimo del vero in sè e per sè.

« Il sorgere contemporaneamente in più parti della penisola, e senza che l'uno avesse contezza dell'altro, di scrittori che sentivano il bisogno di dare alla filosofia un nuovo impulso per liberarla dalle pastoie del sensismo, indica che questa nuova direzione degli studî non era frutto del pensiero individuale, ma effetto necessario delle condizioni dell' intera coltura italiana. Riconosciuta la bontà della nuova spinta impressa alla scienza del pensiero, molti altri filosofi si aggrupparono attorno a quei primi, e illustrandone e svolgendone i principî fondamentali, compirono un' opera modesta, ma utile e necessaria, perchè resero i nuovi germi fecondi per la coltura generale.

« 3. Più breve, ma non meno importante, è il secondo discorso, che versa intorno alla nozione di causa e al principio di causalità. Gli empiristi avevano ridotto la causa a mera successione di fatti, ad un ordine esteriore; ma a torto, perchè il carattere peculiare della nozione di causa sta in un legame più intimo, per cui un fatto, uno stato, un modo di essere influisce sovra un altro e lo fa necessariamente essere quello che è. Immaginiamo un seguito di carrozze; esse vengono da noi pensate come succedentisi l' una all'altra, in modo però che, pur cessando il correre dell'antecedente, la susseguente continuerebbe nel suo cammino; e questa è la nozione della successione. Se fissando invece il pensiero su una carrozza sola, consideriamo il rapporto che intercede fra il cavallo e il moversi della carrozza, noi ci rappresentiamo questo così intimamente dipendente da quello, che cesserebbe di essere, ove il cavallo più non esercitasse alcuna azione su esso. Qui non è

mera successione di fenomeni, ma vero rapporto causale. Ora, quello che si pensa del moto del cocchio, vale per ogni altro fenomeno; poichè nessun avvenimento può essere pensato indipendentemente da una causa; e gli uomini potranno discutere se la causa di un dato fatto sia questa o quella, mai però potranno mettere in dubbio che il fatto medesimo abbia una causa qualsiasi. Qual giudice immaginò un delitto senza delinquente? Eppure quanta oscurità bene spesso non avvolge la persona del malfattore! Ora si chiede: quale sarà l'origine della nozione di causa e del principio di causalità?

« I sensisti e gli empiristi, *more solito*, lo derivano dalle sensazioni; Davide Hume, considerando che i sensi mostrano la successione costante, durevolissima, perpetua, ma pur sempre un'apparizione, non mai un' universale connessione, aveva dichiarato il principio di causa non altro che un'abitudine acquisita: « La répétition fréquente de cas similaires fait naître l'habitude de concevoir les événemens dans leur ordre habituel; et, dès que l'un existe, persuade que l'autre existera. Cette liaison, que nous sentons, cette transition habituelle, qui fait passer l'imagination de l'objet qui précéde à celui qui a coûtume de suivre, est donc le seul sentiment, la seule impression d'après la quelle nous formons l'idée de pouvoir, ou de liaison nécessaire » (1). Il Galluppi, pensatore di molto merito, vuol trarre la nozione di causa, per via di analisi, dal sentimento del *me*, che sente un fuori di me; il Maine de Biran, col quale si accorda in gran parte il Cousin, dal sentimento dell'attività volontaria. Ma contro tutti costoro rivolge la sua critica il Testa, critica acuta, vera e profonda.

« I sensisti e gli empiristi, analizzando le sensazioni, vogliono trovarvi e credono di trovarvi elementi che realmente non vi sono; infatti il senso da solo non ci darebbe mai un *me* distinto da un fuori di me, perchè questa distinzione implica già l'uso e il possesso del principio di causa. Come pure l'atto volitivo e il movimento del mio braccio, nella coscienza appaiono succedentisi, e non collegati insieme se non in forza di quello stesso principio che la coscienza non può avere in sè, ma deve trarre dall' intelletto; cosicchè il Galluppi e il Cousin fanno una petizione di principio. Che se poi anche l' uomo sentisse di essere una potenza, sentisse cioè che, volendo, ha compiuta una certa azione, avrebbe pur sempre cognizione di un fatto singolo; e come da questo potrebbe inferire che nessun mutamento è possibile senza una cagione? La coscienza non può attestarci nè l'universale, nè il necessario; ecco il principio dal quale il Testa mai non recede. Se così è, la nozione di causa, come si disse di quella di sostanza, è una legge della ragione, primitiva, originale, inesplicabile, perchè non può essere dedotta da alcun principio superiore, come aveva fatto Aristotele, deducendola dal principio di contraddizione. Essa, lungi dal provenire dall'esperienza, fondamenta

(1) Essai 7e, p. 165, Amsterdam 1761.

l'esperienza; l'esperienza, dice il Testa, non è che una grande apparizione che empie la vita nostra; è un albero immenso; ma le cui radici, cioè le forze operanti, si sottraggono a tutti i sensi, si nascondono in una notte impenetrabile, nella notte dell'assoluto, mostratoci solo dalla ragione.

« Il principio fondamentale su cui si basa il Testa per combattere il sensismo, è uno di quegli stessi di cui si era valso Kant per sostenere l'apriorità della forma della cognizione, cioè tutto ciò che è universale e necessario proviene dal soggetto. Il Testa però riconosce che e la nozione di sostanza, e quella di causa non si trovano nella mente come assolutamente congenite, ma si vengono svolgendo, ed al loro svolgimento contribuisce eziandio il mondo esterno. Ora, ammesso questo, i principî di sostanza e di causa non si possono dichiarare nè esclusivamente soggettivi, come fa il Testa, nè esclusivamente oggettivi, come vorrebbe il sensismo, ma la loro origine sarà soggettiva-oggettiva. Il criticismo non può dire quale parte vi abbia il soggetto, quale l'oggetto; ma riconosce per vera questa soluzione circa l'origine dei principî supremi dell' intelligenza, perchè essa prepara la via allo scioglimento della questione gnoseologica, e, riunendo in un punto di vista superiore lo sperimentalismo e il razionalismo, riconosce ciò che avvi di vero nell'uno e nell'altro sistema, pur evitando l'astratta distinzione kantiana di forma e materia della cognizione.

« 4. La tesi che il Testa si è proposto di sostenere col terzo discorso è l'identità della sostanza e della forza.

« Comincia dall' avvertire, molto a proposito, che l' investigazione non riguarda la sostanza e la forza in sè, ma in quanto sono nozioni, poichè ogni conoscimento deve avere un fondamento subbiettivo; passa quindi ad accertare il significato che hanno quei due vocaboli nel senso comune. — Si vuol da alcuni distinguere il concetto di forza da quello di sostanza per la diversa origine che vi assegnano, facendo derivare la prima dall' esperienza interna immediata del volere; la seconda da una legge del pensiero, che è spinto a immaginare qualche cosa che serva di sostegno ai modi dati dalla percezione. Ora, che sarebbe la sostanza senza la forza? che questa senza quella? Nulla; anzi non si possono neppure pensare come divise, perchè l'una implica l'altra per una necessità intima del pensiero. Volgarmente però si trae l'idea di forza dal fatto sensibile del moto, quella di sostanza dall'immobilità; ma tutta la natura è in sè un atto immanente, e, rispetto a noi, una successiva manifestazione; il moto non dipende da una forza che venga ad acquistare la sostanza, sibbene da apparizioni di forze prima recondite, altrimenti si repugnerebbe allo stesso principio di causalità. — Fu ancora cagione d'errore l'aver confuso il moto coll' atto, mentre quello non è che segno di questo, poichè se moto e atto si identificassero, ogni atto dovrebbe tradursi in moto, il che non si avvera. Ad esempio, il muro, che resiste al mio pugno, compie un atto; eppure non è moto. Inoltre l'atto è nel momento, e il moto non è che nella

successione, che a noi si presenta, perchè siamo dotati di memoria. Il moto è un concetto di relazione, che non esisterebbe, ove non esistesse il soggetto percipiente; invece il mondo non cesserebbe di essere un aggregato di forze operanti ed in atto, anche se non fosse percepito come tale. L'intrinseca e vera condizione dell'essere è l'attività; sostanza e forza non sono altro che due aspetti diversi, sotto i quali può essere considerato l' *essere* e vengono distinti per una torta immaginazione. Ecco la conclusione a cui perviene il Testa; conclusione vera, giacchè noi non possiamo pensare come esistente nella realtà nè una pura passività, nè una pura attività; ma tutto ciò che è, è attivo e passivo nello stesso tempo. Se si riguardano la sostanza e la forza come mere nozioni della mente, noi possiamo separarle e riunirle nel nostro mondo riflessivo come categorie di concetti e di universali; ma se invece si considerano come due aspetti del reale nell'unità della percezione, sono inseparabili, e caddero in grave errore Platone e i Realisti del medio evo.

« 5. Esistono le cose? Noi possiamo conoscerle come esse sono? Ecco il grande problema che si discute nel quarto e ultimo discorso. Che esista un reale in genere il Testa non dubita; è una credenza primitiva indimostrabile, che s'impone alla mente umana; ma che esso si possa conoscere in sè, nega risolutamente. L'abisso tra il pensiero e la realtà è tale che stima niuno averlo varcato, perchè l'*io* non può uscire dalla coscienza, la quale può darci l'apparenza dell'obbiettivo, ma « assai è il divario dall'apparenza alla verità, dal pensiero all'essere ». Chi non vede qui in germe la famosa distinzione kantiana di fenomeno e noumeno? Chi non s'accorge che il Testa con queste sue dottrine è in pieno criticismo? — L'idealismo del Testa è conseguenza necessaria dell' apriorità del principio di sostanza e di causa. Se questi non sono che funzioni della mente, se non rappresentano che maniere di operare del soggetto pensante, è naturale che non sarà più l'intendimento che deriva le sue leggi dall'essere, ma sarà esso che prescrive le sue leggi a questo. L'idealismo, secondo il Testa, comparve al mondo insieme alla riflessione, ossia alla filosofia; il che non è esatto, a meno che si voglia togliere dal novero dei filosofi Talete e gli altri della scuola jonica, colla quale ebbe principio la speculazione greca.

« Il Testa passa poi in rassegna le prove che i filosofi moderni diedero della realtà dell' essere, e tutte cadono di fronte alla sua critica acuta e sottile; e non poteva avvenire diversamente, dal momento ch'egli ritiene come verità inoppugnabile l' origine soggettiva delle leggi del pensiero, perchè la quistione gnoseologica dipende interamente dalla psicologia.

« Bacone non discusse, ma suppose che l' esperienza ci desse le leggi reali della natura. Cartesio, con illazione ingiustificata, dal pensiero passò alla realtà e riconobbe come secondo criterio di verità, la chiarezza e la distinzione della percezione. Locke non seppe trovare del mondo una prova migliore di questa: « S'il se trouve quelqu'un qui veuille mettre en question

l'existence de toutes choses, il doit considérer, que nous avons une assurance telle qu'elle suffit pour nous conduire dans la recherche du bien, et dans la fuite du mal que les choses extérieures nous causent; à quoi se réduit tout l'intéret que nous avons à les connoître ». Dobbiamo dunque credere, perchè ci profitta. Leibnitz disse essere vere realità solamente le monadi; tutto il resto fenomenico. Berkeley proclamò un idealismo soprannaturale. Nè meglio dimostrava la realtà delle cose Hume col ridurre il principio di causalità ad un rapporto di mera successione. Reid pretese vedere, non le copie, ma gli originali degli oggetti esterni mediante il senso comune, negando così ogni filosofia. Kant riuscì ad impugnare lo scetticismo di Hume, stabilendo essere il principio di causalità una necessità razionale; ma contro Berkeley non ottenne pari vittoria; ne insegnino le dottrine idealistiche svolte con rigore logico dal suo sistema, per opera di alcuni suoi discepoli. Confutate le ragioni di questi sommi, il Testa passa in rassegna quelle che alcuni filosofi contemporanei avevano messo innanzi per l'esistenza della realtà; primo tra essi Victor Cousin. Questi, fondandosi sul principio che ogni fenomeno presuppone una causa, che la coscienza ci attesta che la causa della sensazione non è personale, crede poter a buon diritto argomentare ch' essa deve avere una causa impersonale, cioè esteriore. Al quale il Testa risponde che, pur concedendosi che la volontà non sia cagione della sensazione, non si può inferirne l'esistenza di una causa fuori del soggetto pensante; a meno che il Cousin riesca a dimostrare che tutta l'attività dell' essere pensante si assommi nel volere. Come si spiegherebbe il sentimento, il quale per sua natura ci si presenta nella coscienza come affatto subbiettivo?

« Qui io, pigliando le difese del Cousin, osservo che, se è fondata la prima obbiezione del Testa, non è però tale la seconda; perocchè il Cousin potrebbe ben riconoscere un' attività interna bastevole a produrre il sentimento, negarla invece per la percezione. Nè l'argomento dell'analogia su cui si fonderebbe il nostro autore, ha vero valore dimostrativo. — Il Galluppi pretende aprirsi un passaggio dall'ideale al reale colla testimonianza della coscienza, poichè, secondo lui, le sensazioni si presentano alla coscienza come effetti d'un agente esterno, e la coscienza percepisce il *me* come paziente e limitato da un di fuori. La quale interpretazione, nella sentenza del Testa, è affatto erronea, perchè la coscienza ci attesta fenomeni interni, modificazioni del soggetto percipiente, ma non l'operante; la cagione esterna è sempre un risultamento del giudizio dell'uomo, che spesso è falso, come appare nei sogni, nei quali gli oggetti delle sensazioni si presentano reali come nella veglia, laonde aveva ben ragione Pascal di dire partecipe della stessa felicità colui che fosse monarca e l'artigiano che sognasse di esserlo.

« Ma l'avversario più forte dell'idealismo è il Romagnosi, il quale chiama l'idealista assoluto a spiegare la varietà e la successione delle idee che sono attestate dalla coscienza, o almeno a provare che il vario e il molteplice non

contraddicono al concetto dell'unità sostanziale dell'anima. Al che il Testa risponde che il vario e il successivo sono il mistero dell'essere, che si affaccerà sempre come inesplicabile alla ragione, per la quale non è che immutabilità. Egli riesce a impugnare il realismo, ma non è persuaso che neppure l'idealismo vada immune in questo punto da obbiezioni: « Nè il vostro realismo, nè il mio idealismo, egli scrive, spiegano il vario e il successivo dell'*essere;* non ci rimane dunque che di confessare la nostra ignoranza. E forse il filosofo, il vero filosofo che non parteggia, si condurrà sempre, dopo infiniti studî a questa confessione, compendio di tutte le filosofie: io so di non sapere ».

« Il Testa in questo discorso, con acutezza e rigore di logica insuperabile, mette in rilievo il debole di tutte le dimostrazioni dell'esistenza delle cose esterne; ma più critico dello stesso fondatore del criticismo, finisce col confessare che anche il sistema da lui seguito non è sufficiente a farci stanziare nella realtà. Kant invece credette di essere riuscito in questa dimostrazione; ma così non parve ai filosofi posteriori, i quali o in questa o in quella guisa ne rilevarono l'insuccesso. A me sembra che troppo tempo e fatica abbiano i filosofi speso intorno a questo problema, come gli alchimisti nel medio evo per la composizione dell'oro; e tante speculazioni rimaste infeconde, abbastanza chiariscono che la proposizione è, in certe condizioni del sapere, per sua natura indimostrabile. Se però noi facciamo distinzione fra l'*umana certezza* e *la assoluta verità delle cose,* e consideriamo che la scienza, nelle condizioni presenti, pel principio della relatività della cognizione, s'accontenta della prima per la pratica della vita e per le disputazioni utili e proficue, una dimostrazione la potremo avere fondandoci sull'origine del principio di causalità. Questo dipende tanto da condizioni interne e soggettive, quanto da condizioni esterne ed oggettive, essendosi svolto per l'influenza reciproca di queste e di quelle; ora esso, rappresentando una parte della realtà, deve anche essere fondamento sufficiente per la prova dell'esistenza della realtà stessa. Tuttavia, sebbene non c'illudiamo neppure sul valore di questa dimostrazione, noi siamo sicuri che anche gli scettici hanno intima e profonda persuasione dell'esistenza d'un reale; e se essi arrivano a sostenere la tesi contraria, accade per l'imperfezione del linguaggio umano, ma tali dimostrazioni saranno *sempre di parole, non di cose.* La lingua si presta a sostenere le teorie più assurde, ma giammai per questo si riesce ad infondere nell'animo di altri una vera e reale persuasione, di quelle persuasioni che nascono in noi, perchè la verità s'impone alla nostra coscienza e ci sforza all'assenso.

« 6. Abbiamo così terminata la breve analisi critica dell'opera la *Filosofia della mente.* Questa è una confutazione trionfante del sensismo francese e italiano, che già alcuni anni prima era stato oppugnato dal grande Rosmini; ma la critica del Testa è indipendente da quella dell'autore del *Nuovo saggio sull'origine delle idee,* come vedemmo.

« Ora sorge una quistione: il Testa pervenne a questo punto elevato della sua filosofia per influenza delle dottrine kantiane o per libero pensiero?

« Il punto dal quale egli muove nel fare le obbiezioni al sensismo è che in ogni cognizione vi sono elementi necessari e universali; ma tutto ciò che è universale e necessario non può mai venire dall'esperienza; esso dunque deve essere stabilito a priori.

« In questo ragionamento si contiene, sebbene non nettamente formulato, il grande principio kantiano: *le intuizioni senza concetti sono cieche;* ma indarno voi cercate nel Testa l'altro principio, che in Kant sempre accompagna questo: *i concetti senza intuizioni sono vuoti.* In lui si trova bensì accennato che il mondo esterno è occasione del sorgere della percezione, ma non giunge ancora alla concezione di una *materia* che ci è data ed una forma che appartiene al nostro spirito, concezione colla quale Kant intendeva di metterci in rapporto col mondo reale. S'accorda con Kant nell'ammettere la possibilità della metafisica quale naturale disposizione dell'uomo, e nel negarla quale scienza. Ma per Kant l'esperienza, quale viene raccolta dall'uomo nelle scienze fisiche e matematiche, ha vero valore obbiettivo, anzi è il suo punto di partenza per giungere all'obbiettività dell' *a priori.* Il Testa invece è fisso nel pregiudizio che la scienza non ha valore, perchè essa ha un fondamento subbiettivo. Che se a lui fosse balenata l'idea della distinzione di materia e forma della cognizione, certo l'avrebbe afferrata per salvarsi dallo scetticismo, nel quale, con suo dolore, cade nel secondo periodo della sua filosofia; o, se avesse dissentito da Kant, ne avrebbe espresse le ragioni. Invece di questo non tiene parola.

« Nei discorsi del filosofo piacentino abbiamo in germe la differenza posta da Kant tra noumeno e fenomeno; ma Kant, accontentandosi della scienza che tratta dei fenomeni, combatte lo scetticismo; il Testa al contrario, intendendo per scienza solamente quella che conosce le cose in sè, e sentendo che la coscienza può darci solo l'apparenza dell'obbiettivo, non può evitare lo scoglio dello scetticismo. Se i due filosofi s'accordano nell'impugnare l'empirismo, discordano fondamentalmente sul valore della scienza, che è il fatto più importante di tutta la filosofia. Dunque non può essere che il Testa abbia attinto dal filosofo di Conisberga la sua *Filosofia della mente.*

« A queste ragioni intrinseche se ne aggiungono altre estrinseche e più facili a constatarsi. Per quanto io abbia investigato e nei volumi del Testa e nelle notizie lasciate dal suo amico Vincenzo Molinari, non mi venne fatto di trovare accennato in qual tempo il Testa imprendesse a studiare Kant. Il Molinari però racconta che quando al Testa capitò tra mani la *Critica della ragion pura,* e la lesse, ebbe ad esclamare: « Questo sistema è la forma della mente mia ». Esclamazione priva di senso se fosse stato il sistema di Kant quello che gli avesse formata la mente. Del resto credo non di rado sia accaduto allo studioso di filosofia di trovare in autori non mai letti prima,

pensieri e vedute simili a quelli già da lui espressi pubblicamente. Se poi ci facciamo a ricercare i cenni che il Testa fa di Kant nei primi due periodi della sua filosofia, sarà riconfermata la mia affermazione.

« Nel primo volume della *Filosofia dell'affetto* (1830) l'autore ricava il concetto di Dio dal principio di causa, intorno al quale tiene lungo discorso; confuta Locke e Hume e chiama Kant (pag. 343) un idealista soggettivo, *perchè credette necessarie le idee innate* e pretese trovare nei modi d'operazione delle nostre facoltà intellettive le leggi d'ordinamento o le regole di costruzione di tutto l'ideabile, nonchè dell'universo esistente; il Testa, in contrapposto all'intelletto *legislatore* del filosofo tedesco, ammette fenomeni che non si derivano dall' *io*, ma che nullameno toccano la coscienza, e vi rappresentano il mondo esteriore. Perchè il Testa, mente acuta, giudicasse di Kant sì erroneamente, era necessario che fino allora non avesse letto neppure l'introduzione della *Critica della ragion pura*. In tutto il secondo volume dell'*Affetto* non è parola su Kant. Nei quattro discorsi poi della *Filosofia della mente* Kant è ricordato tre volte; la prima e la seconda (p. 25 e 95) solo per incidenza; la terza menzione (p. 154) si trova nel Discorso sulla *Scienza delle cose*, nel quale il Testa passa in rassegna e cita le opinioni dei principali filosofi su tale questione; ma è un ricordo sì fuggevole e sì oscuro, che certo non è degno della mente acuta del critico di Piacenza.

« Nè nei due discorsi della nozione di causa e del principio di causalità e della identità della sostanza e della forza, nei quali è pure citato e discusso quanto sull'argomento dissero i più valenti, è cenno del filosofo di Conisberga. Sicchè è forza argomentare che il Testa prima d' allora avesse di Kant una conoscenza vaga e assai indiretta. S'aggiunga che, se il Testa avesse dovuto a Kant il mutamento radicale del suo indirizzo filosofico del secondo periodo della sua filosofia, egli certamente, cuor leale e sincero, l'avrebbe dichiarato. Invece, da un esame accurato e diligente degli scritti suoi, chiaramente appare che gli autori da lui più studiati in questo tempo sono Hume, Leibnitz, Cousin, Romagnosi e Galluppi. Le dottrine di costoro svegliarono la mente del Testa; gli apersero un nuovo orizzonte, sicchè egli, uscendo dalla pozzanghera del sensismo, elaborò colla propria speculazione quella filosofia critica, che informa i suoi discorsi del 1836.

« Parmi dunque aver dimostrata in modo indiscutibile l'indipendenza dal kantismo del criticismo della *Filosofia della mente*, criticismo che in appresso fu reso più fecondo e più preciso dalla meditazione di Kant. Da ciò io traggo questa conchiusione importante: Il Testa si trovava in condizioni assai favorevoli per comprendere la filosofia teoretica di Kant; il suo ingegno, di fronte alla novità kantiana, non era meramente recettivo, sì anche elaboratore, trovando se stesso nel Tedesco. La semente insomma cadeva su un terreno ben dissodato: ne vedremo i frutti ».

Storia. — *Storia di Vincenzo Bellovacense.* Nota III. (1) del prof. Carlo Giambelli, presentata dal Socio Carutti.

« 17. Ed ora qui riferirò dal Bellovacense due luoghi, uno sulla vita di Plinio il maggiore, l'altro contenente i *flores* delle epistole del minore. *Speculum historiale,* X (XI), 67: *Plinius Secundus Novocomensis orator et historicus insignis habitus est* (*habetur*), *cuius plurima ingenii opera extant, Hic scripsit de historia naturali libros XXXVII quos Vespasiano cum epistola praemissa direxit. De quo ingenii eius volumine excerpta in speculo naturali, locis congruis inserui. Eiusdem epistolas ad diversos circiter centum repperi. Tranquillus in catalogo illustrium virorum*: « *Plinius Secun-* « *dus* (e qui manca *Novocomensis*) *equestribus militiis industrie functus* « *procurationes quoque splendidissimas et continuas integre* (*summa inte-* « *gritate* Roth) *administravit, et tamen liberalibus studiis tantam operam* « *dedit, ut non temere quis in otio plura scripserit.* (Meglio così che: *quis* « *plura in otio scripserit*, secondo il Roth ed altri). *Itaque bella omnia,* « *quae unquam cum Romanis* (*Germanis*) *gesta sunt,* XXXVII, ?? (XX) *volu-* « *minibus comprehendit. Itemque naturalis historiae XXXVII libros absolvit.* « *Periit autem* (ed. Roth *autem* omesso) *gades* (*clade*) *Campaniae. Cum enim* « *Misenensi classi praeesset et flagrante Vesuvio ad explorandas propius* « *causas liburnicas praetendisset, nec adversantibus ventis remeare posset,* « *vi pulveris ac favillae oppressus est, vel, ut quidam existimant, a servo* « *suo occisus, quem aestu deficiens, ut necem sibi maturaret, oraverat* ». *De huius epistolis hos paucos flores excerpsi: Plinius ad Junium* (*Mauricum,* ed. Keil, I, 14, 10 in fine): *hoc ipsum amantis est amatum non onerare laudibus* (Keil, *non onerare eum laudibus;* S. Antonino, *Pars historialis,* titulus VII, cap. III, p 10: *honorare*). Quest'ultima lezione *honorare* per *onerare* è certo un errore di stampa (Basilea, 1491); il testo poi seguito dal Bellovacense mi pare più chiaro di quello dato dal Keil. In appresso poi tanto il Bellovacense, quanto S. Antonino confondono il nome di Erucio (epist. 16ª), con quello di Cornelio Tiziano (17ª) o di Cornelio Tacito (epist. 20ª). Dunque: *idem ad Erucium* (I, 16, 9) secondo il Bellovacence: *pravi et maligni est hominem non admirari admiratione dignissimum;* S. Ant. *pravum et malignum est* etc.; Keil: *pravum malignumque est non admirari hominem admiratione dignissimum.* — *Idem ad Cornelium Tacitum* (I, 20, 13... 22): *Inventioni suae quisque favet, et quasi fortissimum complectitur, cum ab alio dictum est, quod ipse praevidit... Est gratior multis actio brevis.* (Keil: *oratio*, e qui meglio *oratio,* che *actio;* al § 9; *aliud est actio bona, aliud oratio;* in entrambi i luoghi non mi sembra da approvare l'*ad*

(1) Vedi pag. 562 (1° sem.) e pag. 103 (2° sem.).

per *at* del Keil). — Nell'epistola *ad Catulum* (*Severum;* I, 22,5): *Animi magnitudo nihil ad ostentationem, omnia vero ad conscientiam refert, rectique facti mercedem non ex populi sermone, sed ex facto petit* (il Keil tralascia *vero*, dà *recteque facti*, trasporta *mercedem* dopo *sermone;* differenze minime, dipendenti forse più dell'autore dei *flores*, che dal testo). *Ad Voconium* (*Romanum;* III, 13, vi si compendia tutta l'epistola): *Libro* (S. Ant. *Librum*), *quem misi tibi.... adnota quae paraveris corrigenda. Sic enim magis credam caetera tibi placere, si quaedam cognovero displicuisse* (S. Ant. *quaedam tibi placere, si quaedam cognovero tibi displicuisse;* il testo del Bellovacense è più conforme a quello del Keil). *Ad Ursum* (*Cornelium Ursum*, IV, 9, 11): *Sicuti* (Keil, *ut*) *faces ignem assiduo concussum* (Keil, *assidua concussione*) *custodiunt* (S. Ant. *servant*), *dimissum aegerrime reparant*, (S. Ant. *demissum relaxant*, senza l' avv. *aegerrime*), *sic dicentis calor et audientis intentio continuatione servatur, intercapedine vero* (manca presso il Keil *vero*) *et quasi remissione languescit.* — *Ad Arrianum* (*Maturum Arrianum*, IV, 12, 7): *Necesse est, ut laudis suae spatio et cursu et peregrinatione quisque laetetur. Etenim, nescio quo pacto, vel magis homines iuvat gloria lausque magna* (meglio *gloria lata quam magna*, e così fors' anco il Bellovacense e S. Antonino, essendo non pochi gli errori qui quelle stampe). — *Ad Fundanum* (IV, 15, 11): *Votis suis avidus plerumque praecurrit* (questo luogo, che manca nell'ediz. del Keil, si trova in altre con delle varianti; v. la traduzione del Paravia)... *et rerum, quas assequi cupias, praesumptio ipsa iucunda est.* — *Ad Nonium Maximum* (V, 5, 8): *dum vita suppetit, enitamur, ut mors, quam paucissima, quae abolere possit, inveniat.* Quest'ultimo fiore manca in S. Antonino, il quale, come appare anche dalle altre varianti, non si contentò di copiare ciecamente il Bellovacense ([1]).

« 18. Ed anche nel brano riferito a Svetonio trovasi presso di S. Antonino variato il titolo: *Tranquillus in libro aut cathalogo* (*th*, così erroneamente stampato) *virorum illustrium de hoc sic ait*: *Plinius Secundus* etc. Dal confronto di questi fiori col testo appare chiaro che in questi estratti la frase latina è nella sua integrità conservata, e in alcuni luoghi anche meglio di quella, che si legge nelle moderne edizioni, pur abbastanza corrette. Le varietà dei fiori provengono dalla necessaria condizione, in cui si trovava l'autore di essi nel fare i suoi estratti. Ciò apparirà ancora vieppiù dai seguenti confronti di Seneca nelle epistole, di cui uso un' edizione del Seminario di Padova, 1713, partecipante delle correzioni di Erasmo, e quella del Pomba fatta sull' ediz. del Ruhkopf e con varie note, comprese pure quelle dello Schwartz. *Speculum doctrinale*, I, 36: *De saecularibus litteris ad eruditionem,*

([1]) Alcuni critici e gli scrittori dell'*Hist. littér. de la France* affermano che S. Antonino copia il Bellovacense, e Giovanni (Giacomo) Della Colonna, anche senza citare. Si vede che essi non hanno letta la prefazione, in cui subito appresso al Bellovacense è citato *Joannes* (secondo altri *Jacobus*) *De Columna*, ed altri.

non ad voluptatem legendis. Seneca, *epist.* 84, § 1: *Alit lectio .... reficit.* Vincenzo: *non tamen sine studio;* le due edizioni: *non sine studio tamen reficit.* — § 2. Vincenzo: *contristabit vires et exhauriet;* le due ediz. *contristabit et vires exhauriet,* § 3. Vinc.: *Invicem hoc et illo commutandum est;* l'ediz. Patavina sopprime l'*et;* quella del Pomba: *hoc et illo commeandum est;* mi sembra migliore la lezione di Vincenzo, il quale in appresso nel luogo: *Apes, ut aiunt,* omette l'inciso *ut aiunt,* inserendovi invece *enim: Apes enim imitari debemus, quae vagantur et flores ad mel faciendum idoneos carpunt.* Le due edd. *Apes, ut aiunt, debemus imitari, quae... carpunt.* Notevole parmi essere la variante che viene appresso; Vincenzo: *quidquid attulerint;* le due edd. *quidquid attulere.* Col pronome *quidquid,* sebbene in italiano si usi meglio il congiuntivo, in latino si trova per lo più l'indicativo (v, Zumpt, 521); l' uso del congiuntivo è posteriore, come osserva lo Zumpt. Vincenzo pertanto ha qui e altrove seguito l' uso della decadenza, mentre Macrobio riferendo in principio dei *Saturnali* (I, pr) le stesse parole di Seneca, senza però nominare l'autore, reca l' indicativo: *apes enim quodammodo debemus imitari, quae vagantur et flores carpunt: deinde, quicquid attulere, disponunt ac per favos dividunt* (Seneca: *digerunt*). Vincenzo quindi lascia la citazione dei versi di Virgilio (*Aen.* I, 432 e seg.); e continua col § 5: *sic* (aggiunto per compiere la similitudine) *nos debemus, quaecumque ex diversa lectione congessimus, separare;* (e qui di nuovo salta la proposizione: *melius enim distincta servantur*): *deinde adhibita ingenii nostri facultate* (e s'omette *cura et*), *in unum saporem varia illa libamenta confundere.* E poi un altro salto sino al § 10.: *Talem animum nostrum esse volo, ut multae in illo artes, multa praecepta, multarum aetatum exempla sint in unum constipata* (le due edd. *multa praecepta sint, multarum aetatum exempla, sed in unum conspirata;* nello stesso modo anche Macrobio riferisce queste parole nel citato luogo). — *Speculum doctrinale* I, 31: *De his, qui studiis inutilibus se occupant.* Seneca, *epist.* 88, 27: *Potest et sine liberalibus studiis veniri ad sapientiam;* così presso Vincenzo, mentre nelle due edd. più ampiamente: *Potest quidem etiam illud dici, sine liberalibus studiis veniri ad sapientiam posse.* Vincenzo poi salta al § 30: *Quamcumque partem... fatigaberis. Haec tam multa... tollenda sunt.* E questo luogo è pienamente conforme al testo delle due edizioni; ma Vincenzo omette la proposizione seguente: *Non dabit se in has angustias virtus;* e trascritta quest'altra: *laxum spatium res magna desiderat,* passa al § 31: *et plus scire velle, quam* (*sit*) *satis est intemperantiae genus est. Quid, quod ista liberalium artium consectatio ...quia didicerunt supervacua?* (*quia supervacua didicerunt?* Patav.). *Quatuor millia librorum Didymus grammaticus scripsit; miser esset, si tam multa et tam superflua etiam legisset* (*miser, si tam multa supervacua legisset*). *In his libris de patria Homeri quaeritur, de Aeneae matre vera* (e qui in Vincenzo un' altra lacuna) *et alia, quae erant dediscenda, si scires.*

« Accennerò ancora questi estratti dell'epist. 48 e 49. — 48, 4 : *Nisi* (*scilicet nisi*) *interrogationes vaferrimas struxero..., petenda secernere pudet me.* E qui si distingue *pudet me* da ciò che segue: *In re tam seria senes lusimus* (*ludimus*). *Mus syllaba est* etc. *Puta me istud solvere non posse* (*non posse solvere*): *quod mihi ex ista scientia* (*sententia,* Patav.; *inscientia.* Srhwartz; *scientia* è conforme ai mss., *sententia*, correzione di Erasmo, *inscientia* dello Schwartz) *periculum imminet ? quod incommodum sine dubio verendum est ?* Qui presso Vincenzo vi è certo una confusione, poichè : *sine dubio verendum est,* va colle proposizioni seguenti : *ne quando in muscipula... aut ne quando... liber comedat,* etc. che Vincenzo tralascia fino a : *O pueriles ineptias !* E qui un'altra lacuna fino al § 6 : *Quid mihi ista lusoria componis ?* (la Patav. seguendo la correzione d'Erasmo, ha *proponis*; meglio pel senso e più conforme ai mss. *componis*) *non est iocandi locus.* E poi si viene al termine dell'epistola, p 11: *Aperta decent et simplicia bonitatem. Etiamsi multum superesset aetatis, parce* (*parce iam*) *dispensandum erat, ut sufficeret necessariis : nunc vero* (manca *vero* nelle due edd.) *quae dementia est supervacua discere in tanta temporis egestate !*

« *Epist.* 49, 8. *Quod non perdidisti, habes ; cornua non perdidisti* (*cornua autem non perdidisti*) *; ergo cornua* (*cornua ergo*) *habes.* Quindi una breve lacuna, e viene l'ultimo estratto : *Non vaco ad istas ineptias ; ingens negotium in manibus est. Quid agam ? mors me sequitur ; vita fugit* (*fugit vita*) *; adversus hoc* (*haec*) *doce me* (*me doce*) *aliquid.*

« 19. Di qui mi pare vieppiù confermato il mio giudizio che tranne i pochissimi casi di uno sforzato abbreviamento, come nell'epist. 48, 4-5 : *quod incommodum sine dubio* etc., le differenze non sono che minime, la frase del testo è sempre integralmente conservata, la lezione talora di Vincenzo è migliore. Dagli estratti di Cicerone, *de inventione*, *de oratore,* e dai libri *ad Herennium* si conferma questo giudizio (1). Noto di passata, che il travestimento del sommo oratore in un guerriero, e quasi in un cavaliere medievale, deriva bensì, come già osservò il Boutaric, dalla confusione di lui col fratello Quinto; ma un simile cenno si trova pure nel principio del *Fiore di Rettorica* di Frate Guidotto dei tempi del re Manfredi (1254-1265). Inoltre una vita di Cicerone pubblicata con altri scolii e frammenti Ciceroniani dal Mai (*Mediolani* 1817) da due codici Ambrosiani del secolo XV ci può fornire un esempio di quelle biografie medievali, una delle quali, e forse questa stessa, ebbe innanzi a sè Vincenzo. Subì questa biografia, come quella di Virgilio attribuita a Donato, tutte le alterazioni, che sogliono recare i

(1) Errò il Boutaric nel citato articolo, pag. 42 e seg., dicendo che Vincenzo non cita nè i libri *de oratore,* nè la Retorica *ad Herennium,* e sostenendo che la citazione *de oratore* lib. I, si riferisca al libretto dell'*orator ad Brutum,* non ai tre libri *de oratore ad Q. fratrem.*

cenni svisati di Seneca, il retore ed il filosofo, Quintiliano, Plutarco, Svetonio, Orosio, Macrobio, S. Gerolamo, Rufino, S. Agostino ecc.; riferendosi talora a Cicerone detti e fatti, che si narrano come propri o del fratello, o di Asinio Pollione o d'altri, e ritenendosi come genuine le famose invettive o declamazioni scambiatesi tra Sallustio e l'Arpinate. Si aggiungano le favole nate dall'ignoranza, come quella delle due figlie di M. Tullio, dei tre mariti di Terenzia (il terzo sarebbe stato Messala Corvino) e le storielle sul padre di M. Tullio, che sarebbe stato un fabbro ferraio, e sulla povertà di sua famiglia; ma però vi si rimedia con altrettanto di sapienza: *et quamquam in scholis pauperrimus sua tamen sapientia patris inopiam superavit* (1). Or bene Vincenzo non fece altro che un estratto di una di queste biografie, che a dire in breve hanno per fondamento la biografia Svetoniana (*Reliquiae*, Roth pag. 289), esagerata, falsificata, in ogni modo alterata dalle superfetazioni e confusioni posteriori, che formarono la leggenda medievale. Gli estratti Ciceroniani, contenuti nello *Speculum doctrinale*, III, 99-102, che confrontai coll'edizione del Klotz, mi diedero le seguenti differenze: *De inventione*, I, 15, 20: *Exordium est oratio .... docilem confecerit* (Klotz); *docilem fecerit* (Vinc.). — I, 16, 22: *Benevolentia .... a causa* (Klotz); *Benivolentia* (e così sopra *benivolum* per *benevolum*) .... *a causa ipsa, unde agitur* (Vincenzo). Il *fecerit* per *confecerit* del primo luogo è confermato anche dal testo dell'ed. di P. Manuzio (1554 e 1569); ma l'aggiunta posteriore *unde agitur*, oltre il barbarismo *unde* per *de qua*, è del tutto superflua. Ibid. § 23: *Attentos autem faciemus si demonstrabimus ea quae dicturi erimus magna, nova, incredibilia esse.... et si pollicebimur nos brevi nostram causam demonstraturos.... Dociles auditores faciemus, si aperte et breviter summam causae exponemus.... Et quum docilem velis facere, simul attentum facias oportet. Nam is est maxime docilis, qui attentissime est paratus audire* (Klotz, ed anche le citate edizioni Aldine, salvo qualche minima differenza in fine). Vincenzo usa il presente *facimus, dicturi sumus, demonstramus, pollicemur, exponimus;* invece del futuro *faciemus* etc.; più quest'iperbato: *si ea, quae dicturi sumus, nova et magna ut utilia demonstramus esse, et nos breviter causam nostram demonstraturos pollicemur;* tralascia le proposizioni di mezzo, e con *oportet* usa l'infinito: *attentum facere oportet;* le copulative *et ..... et*, oltre *utilia* invece di *incredibilia*, variante che non dispiace. Le quali differenze non indicano altro che l'opera di chi fece pel primo questi estratti e l'esercizio della scuola.

« *De inventione*, I, 19-20, 27-28: *Narratio est rerum gestarum aut ut gestarum expositio* (Klotz e Vincenzo; l'autore della Ret. *ad Herennium: proinde ut gestarum*). Quindi Vincenzo scostasi leggermente così: *quaeque* (*narratio*) *oportet habere tria, id est ut brevis et probabilis, et aperta*

(1) V. *Cicero Ambrosianis codicibus illustratus et auctus*, pag. 219-223.

sit. Quindi dopo un salto segue Vincenzo: *Multos autem imitatio brevitatis decipit, ut cum breves se esse putent, longissimi sint, cum dent operam, ut multas res breviter, non ut paucas dicant.* La grafia *cum* invece di *quum* è ritenuta nelle antiche edizioni, rinnovata in alcune moderne di Padova del 1787, e del Müller, continuatore dell'opera del Klotz. Ma per lo contrario Vincenzo manca, al solito, di una proposizione, della finale: *et non plures, quam necesse sit;* e nel contrarre il testo usa l'iperbato. Poi in Vincenzo una lacuna fino alla partizione, cap. 22, 31: *Partitio illustrem et perspicuam totam facit orationem. Huius partes sunt duae: una* etc. . . . . *fore peroratum.* In questo luogo sono pure minime le differenze, come *dicturi sumus,* già notato per *erimus dicturi,* qualche trasposizione di parole, ed abbreviamento della frase; la maggior differenza: *dispositio* ..... *distributa* per *expositio* ..... *distributa,* deriva secondo me da un errore materiale di scrittura o di stampa. — § 32: *Quae partitio* .... *habere debet brevitatem, absolutionem, paucitatem. Brevitas* etc. (Klotz). Anche qui Vincenzo ritiene quasi perfettamente il testo: *Et haec debet habere tria, scilicet absolutionem et brevitatem et paucitatem* ..... — 24, 34: *Confirmatio est, per quam* ..... *oratio;* e qui perfetta identità; anche il Klotz ritiene le copulative *et* .... *et;* si dovrebbe concludere che anche sopra, § 23, *magna, nova, incredibilia* (*utilia* Vinc.) si dovrebbero ritenere i due *et;* ma non precipitiamo le conclusioni.

« *De invent.* I, 42, 78: *Reprehensio est, per quam* ..... *aut elevatur* (Klotz); Vincenzo: *Reprehensi* etc. ..... *aut alleviatur* (forse è da leggersi: *allevatur,* come nelle due Aldine citate; ed è molto miglior lezione che la *elevatur* del Klotz, o la semplice Patavina: *levatur*). — I, 52, 98: *Conclusio est exitus et determinatio totius orationis* (Klotz); Vincenzo pel solito esercizio della scuola usa la trasposizione: *Conclusio totius est orationis exitus et determinatio.*

« *De invent.* II, 52, 157: *Rerum expetendarum* ..... *scientia, veritas est. Est aliud autem* etc. ..... *Est porro quiddam* ..... *ut amicitia, bona existimatio* (Klotz). Vincenzo forse più chiaro: *unum, quod sua vi*.... *aliud, quod non propter*.... *Tertium est*.... *ut amicitia.* Brevità e chiarezza dipendente dal modo degli estratti; § 158: *in primo genere quae sunt, honesta appellabuntur* ..... *nominentur* (Klotz). Vincenzo brevemente: *In primo genere sunt honesta, in secundo utilia ea, quae sunt, honestatis partem continent, partem utilitatis, sed in meliorem partem vocabuli* etc. .... *Ex his illud conficitur* ..... *inutilitas* (Klotz); Vincenzo: *Ex his conficitur* etc. quasi identico, tralasciandosi il ponome *illud* in principio, ma aggiungendosi *autem,* così: *vitandarum autem* etc. Segue il nostro Bellovacense a recare gli estratti collo stesso sistema dal § 159 al § 169, cap. 53-56, dalle parole: *Honesti autem partes duae sunt, altera simplex* etc., alle parole: *et alterius... rerum facultas.* Tralascia in principio: *neutrarumque (malarum neutrarumque scientia);* e nella definizione dell'amicizia, 55, 166, tralascia *eius,* nella parte ultima:

cum eius pari voluntate, colpa certo dello scrivano o dello stampatore. In fine della definizione della potenza invece di: *alterius attenuanda idonearum rerum facultas* (Klotz), Vincenzo, conforme alle due Aldine e all'ediz. citata di Padova, ha: *alterius obtinenda.*

« 20. Viene in appresso un estratto della Retorica *ad Herennium,* sui generi delle cause, I, 2, 2: *Tria sunt genera causarum ..... iudiciale. Demonstrativum est .....; deliberativum est.... iudiciale est.... cum defensione* (Klotz). Vincenzo nel primo punto della distinzione, dopo *orator,* aggiunge *scilicet,* non necessario. Nel secondo punto muta *aut* in *vel vituperationem;* all'*est* di *deliberativum est,* aggiunge *positum,* come nel seguente: *iudiciale est, quod in controversia positum est, quod habet,* mentre il Klotz: *iudiciale est, quod positum in controversia habet.* Anche le Aldine hanno: *vel vituperationem* (1).

« Dei libri *de oratore,* prima si cita il passo, I, 8, 31: *Quid enim est tam admirabile, qui* etc.....? *aut tam iucundum cognitu atque auditu, quam* etc. ..... *et polita?* Quindi si salta oltre la metà del § 32: *aut quid esse (potest) in otio iucundius, quam sermo facetus et nulla in re rudis? Hoc enim (uno) praestamus vel maxime feris quod colloquimur inter nos et quod exprimere inter nos sensata possumus.* Così Vincenzo; il termine *sensata* per *sensa,* proprio del medio evo, dimostra l'età dell'autore dell'estratto, che se non era Vincenzo, certo fu suo contemporaneo, o di poco più antico; ma tosto vedremo ricostruito diversamente questo periodo, in cui entra il termine classico *sensa.* Viene poi a parlare della memoria e dell'ingegno con estratti raccolti da più luoghi; I, 5, 18: *Memoria est thesaurus rerum omnium, qui* (*qui thesaurus;* meglio il Klotz: *quae) nisi custos inventis cogitatisque rebus* (il Klotz aggiunge: *et verbis) adhibeatur, omnia, etiamsi praeclara fuerint in oratore, sunt peritura* (il Klotz: *intelligimus omnia, etiamsi praeclarissima fuerint in oratore, peritura).* § 33: *Quis ergo hoc iure non miretur, et in eo laborandum esse arbitretur, ut quo homines maxime bestiis, in hoc hominibus ipsis antecellat?* (Klotz: *Quamobrem .... non iure .... summeque ... elaborandum .... quo uno .... bestiis praestent ....* questo *praestent,* omesso dal Bellovacense qui, ricomparirà in un altro capo, in cui si ripete lo stesso luogo). Ecco ora il periodo, che vien dopo le parole *sunt peritura* intorno alla memoria, ma tiene dei §§. 32 e 33: *In hoc autem,* dice Vincenzo, *bestiis praecellimus, quod inter nos loquimur et sensa verbis exprimere possumus.* Questo passo è più conforme al testo del § 32: *quod colloquimur inter nos et quod exprimere dicendo sensa possumus.* Io non ripeterò che queste e altre simili contraffazioni dei classici si debbono agli esercizî, che in quei tempi si facevano nelle scuole. Dal capo 25, § 113 dello stesso libro primo: *Sic .... sentio naturam primum atque ingenium vim adferre maximam ....* e poi: *Nam et animi atque ingenii celeres quidam motus esse debent* etc., Vincenzo fa questo

(1) V. pure § 3: *Oportet esse in oratore* etc. § 4. *Inventio autem in sex partes orationis consumitur ..... conclusionem.* Poi Vincenzo segue i libri *de inventione,* e Isidoro.

periodo: *Ingenium autem propter celeres motus et uberes ad cogitandum* (Klotz: *excogitandum) et loquendum maximam vim affert ad operandum* (errore materiale per *ornandum*). Poi una lacuna fino quasi al termine del § 116: *Porro* (Klotz: *Ita*) *quidquid est, in quo in dicendo offenditur, istud etiam illa, quae laudanda sunt, obruit* (Klotz omette *in dicendo*, poi *id* per *istud*). Un altro salto; 26, 120: *Qui optume dicit, maxime dicendi difficultatem variosque eventus orationis expectationemque hominum pertimescit.* (Anche alcuni editori moderni ammettono qualche arcaismo in Cicerone, come l'*optume;* Vincenzo poi tolse via la comparazione: *Ut enim quisque optime dicit, ita* etc.). — § 121: *quod in multis advertere* (*advertere*, poetico; Klotz: *animadvertere) soleo, et in me ipso saepissime experior, ut erubescam* (Klotz: *exalbescam) in principiis dicendi et tota mente atque artubus omnibus contremiscam.*

« 21. E mi sembra da lasciare i luoghi, che si ripetono con lievi aggiunte e talora colla frase più integra, come per es. il passo riferito sopra del § 33: *Quis ergo hoc iure non miretur* etc. (Klotz: *quamobrem quis hoc non iure miretur*), si legge pure nel capo 99, ma qui s'omette (certo per errore materiale) la negativa *non (miretur)*, vi si aggiunge *uno (quo uno)* e il verbo *praestent* (*bestiis praestent*), come in tutte le migliori edizioni, ma dopo *antecellat*, vi si aggiunge ancora: *arte et usu, qui omnium magistrorum praecepta superat;* parole tolte dal § 15: *usus frequens, qui omnium magistrorum praecepta superaret.* Poi segue il § 34: *Ac ne plura, quae sunt paene innumerabilia* etc. .... *universae reipublicae salutem maxime contineri.* E qui l'unica differenza consiste nell'uso del plurale presso Vincenzo: *consectemur, comprehendamus, statuimus,* invece di *consecter, comprehendam, statuo.*

« Tralascio i luoghi di Quintiliano (1), riportati insieme con questi di M. Tullio e con altri d'Isidoro; ma da essi tutti, compresi quelli indicati nelle note, da me confrontati, quasi direi, sillaba per sillaba, ho potuto concludere, che, come già dissi, il testo, di cui si è servito Vincenzo, tranne alcune storpiature, è sempre dei migliori; quindi c'incontriamo talora in ottime varianti. Dal metodo, che si tenne da Vincenzo e da' suoi nel raccogliere i suoi fiori, appare l'uso della scuola dell'età sua: l'amore di certe trasposizioni, che si supponevano più conformi all'uso classico; l'amore dell'iperbato, vezzo non ancora smesso nei tempi nostri; e così pure il cong. invece dell'indicativo, sintassi dei tempi posteriori, col pron. *quidquid.* A ciò si aggiunga qualche barbarismo, come: *unde agitur; sensata* invece di *sensa*, il quale termine corretto si riscontra nel luogo, che mi pare una fusione di due altri, già

(1) Quintiliano, oltre che nello *Speculum historiale* ne' luoghi indicati dal Boutaric, è pure usato nel *doctrinale*, VI, 9 (I, 2, 6; I, 3, 12; II, 4, 10) sull'importante tema: *de educatione puerorum;* e vi si usano pure Svetonio, *Div. Augustus*, 3, 4; Valerio Massimo, lib. VII etc.

riferiti, anzi è uno di essi ripetuto. E tali ripetizioni insieme colle storpiature notate ne' luoghi di Seneca e di M. Tullio, dimostrano bensì una mancanza di debita cura nel fare gli estratti, nel copiare con esattezza il testo corretto, ma non la mancanza di cognizioni linguistiche, di pratica nella lingua latina, che il Boutaric attribuisce a Vincenzo, ovvero a' suoi coadiutori. Il Boutaric, secondo me, precipitò qui il suo giudizio (pag. 45), perchè si contentò di due soli righi di confronto di luoghi tolti da Giulio Cesare. Inoltre egli badò soltanto ad alcuni fiori dello *Speculum historiale* e *naturale*, poco fermandosi sugli estratti dello *Speculum doctrinale*. Finalmente le ripetizioni degli stessi luoghi, tanto a breve distanza, quanto nei diversi volumi, come si vede ne' luoghi di Cicerone e nelle favole di Fedro, dimostrano l'opera di più mani raccoglitrici di fiori non sempre diretta con perfetta vigilanza. Ma *opere in longo fas est abrumpere somnum.*

« 22. E qui si presenta la questione dello *Speculum morale*, se sia di Vincenzo o di una mano più recente. I moderni eruditi (1) seguono per lo più l'opinione del P. Echard, il quale avendo fatto un lungo raffronto dello *Speculum morale* coll'opera, ancora manoscritta, di Stefano di Borbone, o di Belleville, *de septem donis* (forse la stessa, che cita il nostro Passavanti), e colla *Summa* di S. Tommaso, concluse che lo *Speculum morale* è una deplorevole compilazione fatta da un francescano dopo l'anno 1310, e più particolarmente fra l'anno 1310 e l'anno 1325. Forse nella sentenza del P. Echard (*de Summa vindicata*, 1708), v'è della esagerazione, riconosciuta anche dal Daunou; bisognerà aggiungere altre fonti dello *Speculum morale:* il commento ai quattro libri delle sentenze; un libro d'autore anonimo intitolato: *de consideratione novissimorum;* gli scritti di Riccardo di Middleton, che vanno sino al 1300. Non è dunque lo *Speculum morale* una copia della *Summa* di S. Tommaso, infelicemente raffazzonata coll'opera di Stefano di Belleville. Ma tuttavia sono gravi le prove intrinseche ed estrinseche contro l'autenticità di questo *Speculum;* e lasciando le prove estrinseche, quale sarebbe la divisione del volume non in libri e capitoli, come s'è fatta negli altri tre, ma in tre *libri*, diciotto *parti*, 347 *distinzioni*, rimangono sempre i fatti, che si riferiscono ad una data posteriore all'anno della morte di Vincenzo, avvenuta, secondo l'interpretazione di un oscuro epitafio (2) nel 1264, ovvero nel 1276, secondo una interpretazione più larga.

(1) Il Daunou, nella vita di Vincenzo nell'*Hist. littér. de la France;* il Sundby nel *Brunetto Latini*, trad. del Rénier (Firenze Le Monnier, 1884); il *Boutaric* nell'articolo citato sono i soli autori da me veduti su questo punto.

(2) La data della morte di Vincenzo è dedotta da questi due ultimi versi dell'epitafio:

Pertulit ille necem post annos mille ducentos
Sexaginta decem, sex habe, sex mihi retentos.

Vero è che invece dell'anno 1264 (1270—6), si può anche interpretare per l'anno 1276 (cioè 1270+6: *sex habe, sex... retentos*).

Perciocchè ivi si allude non solo ai tempi di S. Luigi (Luigi IX) come se fosse già morto quel re, ma ancora all'infelice esito della crociata, alla presa della Tolemaide o di S. Giovanni d'Acri (1291), ed alla bolla di papa Martino IV: *Ad fructus uberes,* pubblicata nel 1282. Mi resta però a fare un'obbiezione: se S. Tommaso non cominciò a scrivere che verso il 1264, o poniamo pure qualche anno prima (1260-1264), come potè Vincenzo nello *Speculum naturale* citarne le parole? Il quadro cronologico e storico, che chiude l'ultimo libro di questo *Speculum*, giunge fino al 1250, e per quanto si voglia anticipare la data delle opere di S. Tommaso, non si potrà certo riferirne alcuna al 1250. Parmi di qui evidente e certissimo, che Vincenzo avrà bensì compiuto il suo volume nel 1250, ma poi vi tornò sopra più volte, facendovi sempre qualche nuova aggiunta (correzioni forse ben poche), e non cessò che colla sua vita da questo lavorio assiduo intorno all'opera sua maggiore. Se poi consideriamo che S. Tommaso pigliava nell'Università di Parigi il titolo di dottore in uno certo degli anni 1256, 1257, 1258, e che vi tenne cattedra fino al 1261, potremo facilmente comprendere come Vincenzo potesse valersi di quell' insegnamento per l'opera sua, fors'anco per lo *Speculum morale,* volume postumo, che egli già accenna nello *Speculum doctrinale,* lasciando però ad altri la cura di compierlo e di unirlo agli altri suoi tre grandi volumi. E per verità ripugna all'animo nostro il pensiero che un francescano, 34 ovvero 46 anni dopo la morte dell'autore (1276 ovvero 1264,-1310) abbia commesso un plagio di questa natura per inserirlo nell'opera di lui; e parmi invece più verosimile, che uno stesso confratello abbia riunito alla restante opera di lui un volume già da lui in fretta preparato, al quale impedito dalla morte egli non abbia potuto dare la forma degli altri. Se pochi sono gli autori, dai quali è derivata la materia dello *Speculum morale,* sappiamo che ben pochi sono pure quelli, dei quali si è servito Vincenzo nel compilare gli altri Specchi. E se dello *Speculum doctrinale* non s'è trovata la fonte principalissima, a me viene il dubbio, che anche di questo la base principale sia l'opera di Guglielmo *de Conchis*, la quale, come si è detto, constava di due volumi; e di più i sette libri di Ugone di S. Vittore, spesso citato *in didascaliis,* e qualche altra opera, che ora non ci è dato di riconoscere in quelle citazioni. Vincenzo insomma, come fecero di poi anche Alberico delle Tre Fontane, Giovanni (o Giacomo) della Colonna (o di Colonna: *De Columna*) e in tempi posteriori S. Antonino, si serviva di pochi e grossi volumi; Vincenzo però vi aggiungeva anche molti estratti di opere celebratissime d'autori contemporanei, quali Alberto Magno e S. Tommaso. Così egli sapeva dare ai lavori quella novità, che lo stato dello scibile richiedeva.

« 23. Dal modo poi, col quale è redatto l'ultimo libro dello *Speculum naturale*, contenente il quadro cronologico e storico universale oltre il breve cenno geografico, a me sembra di poter affermare che esso libro fu compilato dallo *Speculum historiale*. Si trovano infatti usate quasi sempre le stesse

frasi [1]; e se il compendio giunge solo all'anno 1250, mentre lo *Speculum historiale* termina colla narrazione del martirio di S. Pietro in Milano e della sua canonizzazione nell'anno decimo del pontificato di Innocenzo IV (1253), questo racconto si può considerare quale aggiunta posteriore. Nell'edizione infatti di Venezia citata si legge un'aggiunta che porta la cronaca dell'anno 1494; ma vi si avverte prima che il lavoro di Vincenzo termina coll'anno 1244. Anche il Roth nella prefazione del suo Svetonio segna come ultima data dello *Speculum historiale* quest'anno medesimo (pag. XC). Dalle parole poi su riferite, *Spec. hist.* X (XI), 67: *De quo ingenii eius volumine excerpta in Speculo naturali locis congruis inserui*, parrebbe che Vincenzo avesse scritto già prima del 1244 lo *Speculum naturale*; e così dovrebb'essere, se noi poniamo finita nel 1244 una prima edizione dello *Speculum historiale*. Maggior confusione verrebbe, se ammettiamo finito lo *Speculum historiale* soltanto nel 1253. Quindi a me pare di poter concludere che tutti i tre specchi fossero già terminati nel 1244, ma che Vincenzo non si tenesse dal fare ulteriori aggiunte fino al 1250, 1253, e nel 1261 preparasse già i materiali dello *Speculum morale*. Dissi, che egli aveva sempre gli occhi ai nuovi libri, che si pubblicavano; sappiamo che lo stesso re Luigi IX il confortava a comperarsi i nuovi libri, nè si contentava di semplici parole, ma gli veniva in soccorso colla sua borsa particolare. Inoltre tra gli istituti dei Domenicani, parecchi favorivano assai l'istruzione, ed uno formulato nel Capitolo di Bologna (1252) riguardava il prestito dei libri (V. Boutaric, l. c. pag. 21-22).

« 24. Non è perciò da fare le meraviglie che il nostro Bellovacense con sì grandi agevolezze ed aiuti, morali e materiali, e colla cooperazione de' suoi confratelli ponesse mano e desse fine a un'opera di una mirabile enciclopedia, paragonata dal Boutaric a quella del secolo scorso, anzi dichiarata, rispetto ai tempi, assai migliore e più perfetta della moderna. I secoli antecedenti dal quarto in poi gli hanno fornito materiali d'ogni genere; e se gli faceva difetto la conoscenza della lingua greca, seppe valersi delle traduzioni, che da Mario Vittorino, il primo interprete cristiano, al più recente interprete d'Aristotele, gli fornirono nella sua integrità ed esattezza quanto ha pensato la sapiente Grecia. Debbo qui contentarmi di citare soltanto i nomi principali di questi interpreti: Mario Vittorino, Rufino traduttore della storia ecclesiastica di Eusebio e di altre opere; S. Gerolamo delle sacre scritture, della cronaca di Eusebio, ecc.; Boezio, Epifanio scolastico e Muziano scolastico, entrambi esortati e mossi da Cassiodoro, a tradurre l'uno le storie ecclesiastiche di Socrate, Sozomeno e Teodoreto, l' altro le omilie

[1] Rimando il lettore all'impero di Vespasiano, Tito, Domiziano, Traiano, Adriano: certo qui non si citano più gli autori, nè si riferiscono i *flores;* ma i fatti sono compendiati colle identiche parole.

di S. Giovanni Crisostomo; Bellatore mosso dal medesimo Cassiodoro a tradurre le omilie di Origene [1]; Vittore, vescovo di Capua, traduttore dell'armonia evangelica attribuita dd Ammonio; Dionigi il piccolo; il papa Zaccaria, che tradusse i dialoghi di S. Gregorio; Giovanni Scoto gli scritti attribuiti a Dionigi l'areopagita; Anastasio il bibliotecario; Gennadio. La filosofia greca però ebbe fino al secolo XI scarsissimi interpreti: Mario Vittorino, Calcidio e Boezio i principali; ma poco si conosceva senza di essi di Platone e solo quel tanto che i Padri della Chiesa trovarono e nei loro scritti riportarono da Cicerone, da Seneca specialmente, e poi anche da Gellio, da Apuleio e Macrobio. E tuttavia non molto estesero quelle cognizioni i tre accennati scrittori, e vi si unisca pure Cassiodoro. L'*Isagoge* di Porfirio, tradotta da Mario Vittorino e commentata da Boezio (questi è senz'alcun dubbio l'autore di tale commento), risvegliava gli studi della dialettica, che, come già dissi, insieme colle dispute teologiche, massime sul dogma della Trinità, resero celebre Gerberto, papa Silvestro II. Di Boezio cita il Bellovacense (*Spec. histor.* XX, 15): *de logica, libros topicorum et divisionum* (e se ne serve anche nel *doctrinale*); *libros categoricorum syllogismorum; et hypoteticorum; commentarios super Aristotelis libros*; *de sancta Trinitate* (che ora quasi da tutti i critici non si attribuisce a lui), ecc. Calcidio nel quarto secolo tradusse e commentò la prima parte dei Timeo platonico, che nelle dispute del mede simo Gerberto esercitava la sua influenza; e già lo dissi citato da Vincenzo, dimentico di Cicerone. Le dispute dialettiche eccitarono il desiderio di conoscere meglio le opere di Aristotele, ma vieppiù lo eccitarono gli studi e le traduzioni degli Arabi, i quali, confessa sinceramente il Tiraboschi, già da alcuni secoli coltivavano con ardore la filosofia, alcune parti delle matematiche, l'astronomia, la medicina e le altre scienze (St. lett. ital. Tomo III, pag. 374 in nota, ediz. di Modena 1787). Ma se le prime versioni latine furono fatte sulla versione arabica, non si tardò a fare nel secolo XII una traduzione sul testo greco. Si disputa chi fosse il primo autore di questa, che si disse *translatio vetus* d'Aristotele. Secondo il Tritemio, sarebbe stato *Hermannus Contractus* fiorente verso il 1040, dotto in latino, in greco ed in arabo; secondo il Muratori e il Mabillon sarebbe stato Jacopo Cherico (o Clerico) da Venezia, che tradusse nel 1128 e commentò i topici, gli analitici priori e posteriori e gli elenchi [2] Poco appresso Gerardo, secondo la testimonianza della cronaca di Francesco Pipino (sec. XIV), citata dal Muratori e dal Tiraboschi, Lombardo e Cremonese, ma secondo altri eruditi Spagnuolo, Carmonese,

[1] Anche Rufino e S. Gerolamo ne tradussero.

[2] Nelle parole, citate dal Tiraboschi, dell'appendice alla cronaca di Sigeberto (op. cit., Tomo IV, p. 166 e seg.) si allude anche ad un'altra versione precedente: *quamvis antiqua translatio super eosdem libros haberetur*, vuolsi che si alluda a Boezio; perchè non ad Ermanno Contratto? Costui avrebbe probabilmente tradotto Aristotele dall'arabo.

magnus linguae translator Arabicae, volgeva in latino 76 libri di scienze fisiche e naturali, tra i quali Avicenna e l'Almagesto di Tolomeo, *horrido stilo et inculta oratione*, secondo l'Huet; ma secondo il citato cronista: *translatio solemnis habetur*. Gerardo morì nel 1187. Tra i più dotti nelle scienze medesime e specie nelle mediche va posto il celebre Costantino, nativo di Cartagine e detto però l'Africano, traduttore degli aforismi d'Ippocrate. Desiderosissimo d'imparare fu in Babilonia, presso gli Arabi, i Persiani, nell'Egitto e nell'India; reduce dopo trentanove anni in patria, sospettato qual mago, per salvarsi fu costretto a fuggire e venne a Salerno verso il 1060 e, se non fondatore, fu principale autore e decoro della scuola salernitana. Vincenzo nello *Speculum naturale* si servì delle opere seguenti di Costantino: *de cerebro; de oculis; libro graduum; pantegni libris; libro de oblivione; practicae libro primo; de simplici medicina; de ventis; in viatico*. La sua traduzione degli aforismi d'Ippocrate, secondo il giudizio di Taddeo, celebre medico fiorentino del secolo XIII, sarebbe pessima, superflua, difettiva; migliore quella di Burgundione Pisano: *ille insanus Monachus*, dice, *in transferendo peccavit quantitate et qualitate; tamen translatio Burgundionis Pisani melior est*.

« Ma tanto le versioni fatte su testi arabi, quanto gli studi fiorenti delle scienze fisiche e naturali ingenerarono sospetto negli ecclesiastici contro le opere d'Aristotele per gli errori, che in materia di fede s'andavano disseminando specialmente in Francia; già si accennò di Guglielmo *de Conchis*; e pel tema presente non aggiungerò altro che le opere di Aristotele furono proibite, anzi condannate alle fiamme nel 1209. Il divieto però durò poco; nel 1231 se ne permise la lettura, ma solo delle opere dialettiche, non della Fisica, nè della Metafisica. Intanto nell'Italia meridionale Federico II, raccolti preziosi codici greci ed arabi, ne raccomandava in una nobilissima lettera la versione; seguiva l'esempio del padre Manfredi. E Bartolomeo da Messina eseguiva quest'alto incarico, traducendo l'Etica dal testo greco in latino. Furono pure compiute altre versioni di opere Aristoteliche e Platoniche, di qualche Padre della Chiesa, specie di S. Gregorio Nisseno, delle favole di Esopo, dell'Almagesto di Tolomeo e di opere diverse di medicina e matematica. In questa onorevole gara di principi e studiosi volle entrare anche il romano pontefice; i lavori di Averroes dovevano eccitare i religiosi cristiani a tradurre esattamente, a commentare Aristotele. Urbano IV nel 1261 ne dava incarico a S. Tommaso d'Aquino, reduce allora di Francia in Italia. Ma quel sommo dottore non conosceva troppo bene la lingua greca; per sua preghiera e per suo uso Enrico dl Kosbein traduceva la *Morale* di Aristotele. Ad eseguire l'ordine del pontefice, S. Tommaso si rivolgeva ad un altro suo grande amico, al confratello Guglielmo di Meerbecke per avere una traduzione esatta e fedele di tutte le opere di Aristotele, sulle quali poi egli doveva scrivere i suoi acutissimi e

sapientissimi commenti. Questa versione delle principali opere Aristoteliche, fatta dal testo greco, è la *translatio nova*.

« Vincenzo nello *Speculum naturale* usa di Aristotele queste opere: *de animalibus; de coelo et mundo ex veteri translatione; de morte et vita; de causis; addita libri quarti meteororum; de lapidibus; de plantis;* nel prologo gli estratti compiuti da' suoi confratelli, dalle opere fisiche e matematiche: *Physica et matematica excerpta a fratribus.* Io non entro a discorrere degli scritti apocrifi; solo esprimo il dubbio che questi estratti forse contenevano tutto ciò che in questo volume si cita di Aristotele, vero o presunto, non derivato direttamente nè da Guglielmo *de Conchis*, nè dal *Physiologus*. La nota poi appiccicata al libro *de coelo et mundo*: *ex veteri translatione*, ci fa nascere il dubbio, che gli altri libri siano di quelli tradotti dalla versione arabica. Quindi ora s'intenderebbe meglio perchè nel luogo sopra indicato dello *Speculum doctrinale* usasse la distinzione: *in textu, in veteri, in veteri metaphysica;* sono termini atti a guarentire la esattezza del concetto aristotelico, derivato o da ottimo commentatore, o meglio da traduzione eseguita sul testo greco, e ciò contro le interpolazioni ed inesattezze d'ogni maniera. Vincenzo insomma voleva dimostrare che nella sua immensa antologia non era incorso in errori di sorta, come vi cadde Guglielmo *de Conchis*. Il Boutaric ricorda ancora l'*Ethica nova*, e sostiene aver così Vincenzo chiamato il primo libro dell'Etica Nicomachea; a me pare che si debba piuttosto interpretare per una *translatio nova* dell'Etica, non già quella ordinata da Urbano IV, bensì un'altra precedente.

« 25. Ed ora dirò brevemente del merito di Vincenzo, che certo non si deve considerare come quello d'uomo superiore al suo secolo. Non solo i moderni critici, ma un domenicano spagnuolo, Melchiorre Cano, che morì nel 1560, nell'opera sua: *de locis theologicis*, biasimava in Vincenzo le troppe favole e la soverchia credulità nei miracoli, massime in quelli operati per intercessione della B. Vergine. Nello *Spec. hist.* XXVIII, 2-4, si leggono estratti dalla relazione di Ugone di Farsit, canonico regolare di S. Giovanni delle Vigne a Soissons, intorno a miracoli operati, intercedente la Vergine, in quella sua chiesa; infierendo cioè un morbo pestilenziale, un malato sarebbe guarito in quella chiesa di N. S. (altri casi pure negli anni 1128-1132). Ma peggio fece Vincenzo accogliendo in estratti la vita della beata Maria di Oignies; *Vitae beatae Mariae Oigniacensis;* la scrisse Giacomo di Vitry *(Jacobus de Vitriaco)*, cardinale, e fu stampata ad Arras da Francesco Moscho nel 1660, col titolo suddetto e coll'epiteto di beghina: *beghinae.* Vincenzo ha sciupato trenta capitoli del libro XXX dello *Sp. hist.* per narrarci fandonie ridicole e inaudite; ma egli non ha voluto solo secondare il genio fatastico, amante del maraviglioso e del leggendario, proprio del suo secolo; ha voluto ancora appagare la sua ambizione di trar fuori qualche novità e narrare qualche cosa di più di quello, che si conteneva nelle cronache

di Ugone il Floriacense, di Sigeberto e soprattutto di Elinando. Non credendo bene introdurre nulla della nascente letteratura volgare, il che pure gli venne rimproverato, ha voluto mescolarvi questo brutto genere di romanzi. Ciò detto per amor della verità dobbiamo ripetere, che alcune favole accolte da Vincenzo, perchè le trovava in questi cronisti, risalgono agli ultimi tempi della letteratura latina. La stessa favola di Traiano imperatore mi sembra già, in embrione almeno, accennata nel Panegirico di Plinio; quella sull'*institutio Plutarchi* derivata dagli opuscoli morali del filosofo di Cheronea; ma di ciò forse in altro mio scritto. Ora qui dirò che nei grandi volumi di Vincenzo si trova una forte spinta all'origine di quella prosa filosofica, enciclopedica quale presso noi quella del *Tesoro* di Brunetto Latini. Io non dico già che il *Tesoro* sia indi derivato; ammetto riguardo alla materia le fonti additate dal Sundby e dal Mussafia e dal Renier nel citato volume. Con essi però, e massime col Sundby, non si può negare la grande influenza esercitata dal Bellovacense, che nel compendio d'Aristotele sugli animali, e seguendo pure uno di quei trattati, che si dissero *bestiarii*, forniva, direttamente forse, a Brunetto materia di una parte dell'opera sua. Brunetto, *Tesoro*, lib. II, cap. 49, e Vincenzo, *Spec. doct.* XVII, cap. 134, conoscono *la pietra di calamita*, le sue proprietà e l'uso nautico. Le cognizioni geografiche di Vincenzo, esposte con metodo più sistematico, nella divisione e suddivisione delle regioni Asiatiche, Africane ed Europee, sono più chiare, più precise, e alquanto più estese; le crociate avevano fatto conoscere meglio i Greci, la Siria e la Palestina. Ma riguardo al Nord egli non ebbe ancora un'idea giusta del Mar Baltico e dei paesi settentrionali, supponendo che l'oceano termini l'Europa al 60° grado di latitudine, ove non separa che delle parti insolari. Ma con tutto ciò e colla mancanza di critica, io non credo di esagerare ponendo Vincenzo di Beauvais, quale semplice *lettore*, e tale egli si professava, accanto a S. Tommaso d'Aquino, sommo dottore, nel fatto che entrambi abbracciarono l'enciclopedia, partendo dalla teologia e in essa terminando il Bellovacense, convertendo invece l'Aquinate tutta l'enciclopedia nella teologia. Saluto entrambi quali due grandi benefattori dell'umanità ».

PRESENTAZIONE DI LIBRI

H. von Helmholtz. *Handbuch der Physiologischen Optik.* 2ª ediz. fasc. 3.

P. E. Levasseur. *Coup d'oeil sur les forces productives de l'Amérique du Sud. — Statistique scolaire.*

G. von Rath. *Vorträge und Mittheilungen.*

J. L. Soret. *Les impressions réitérées.*

CORRISPONDENZA

Ringraziarono per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Palermo; la Società Reale di Edimburgo; la Società Reale del Canadà, di Ottawa; la Società batava di filosofia sperimentale di Rotterdam; la Società di storia patria di Stuttgart; la Società degli antiquari di Filadelfia; la R. Biblioteca palatina di Parma; la civica Biblioteca di Reykjavik; il Museo di geologia pratica di Londra; il Museo della nuova Zelanda, di Wellington; l'Università di Oxford; la Scuola tecnica superiore di Darmstadt.

Ringraziò annunciando l'invio delle proprie pubblicazioni:

La Società di storia naturale di Reichenberg.

D. C.
P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all' Accademia sino al 3 ottobre 1886.

Astronomia. — *Sull'eclisse totale di Sole osservato in Grenada il mattino del 29 agosto scorso.* Lettera diretta dal Socio TACCHINI al PRESIDENTE.

S. Giorgio di Grenada
4 settembre 1886

Ill°. Sig. Presidente

« Mi pregio di inviare alla S. V. alcune notizie sull' eclisse totale di Sole osservato in Grenada il mattino del 29 agosto ultimo.

« Imbarcatici il 29 luglio a Southampton arrivammo a Grenada il 12 agosto, e non essendo ancora finita la stagione delle pioggie, il capo della spedizione inglese, sig. Lockyer, decise giustamente di distribuire gli osservatori nel maggior numero possibile di punti all' est dell' isola. A me toccò di andare col sig. Turner astronomo di Greenwich e col capitano Smith in una località denominata *Boulogne* poco distante dal paese detto Greenville. ad una latitudine nord di 12°. 8′, 6 e ad una longitudine occidentale da Greenwich di 61°. 37′, 7.

« Da S. Giorgio ci furono inviate le baracche di legno preparate prima del nostro arrivo nell' isola, e solo il 19 mi fu possibile di montare il mio equatoriale di sei pollici.

« Durante il nostro soggiorno a *Boulogne* si ebbe quasi sempre tempo cattivo, cioè a dire cielo nuvoloso con frequenti pioggie dirotte tanto di giorno che di notte, e se anche nel mattino il cielo era in alto serenissimo, non mancava mai una zona di nubi all' orizzonte di est, per modo che mai si vide chiaro il sole al suo nascere, e spesso solo splendeva fra nebbie dopo essersi alzato al disopra della detta zona di nubi.

« La temperatura dell' aria non era eccessiva, perchè il massimo osservato fu di 32°, 2; ma la grande umidità, la mancanza di vento, e il periodo assai lungo nella giornata in cui la temperatura si mantiene al disopra di 30 gradi, rendono quel clima oltremodo pesante ed anche pernicioso specialmente per chi non è del paese! Senza l' osservazione termometrica si giudicherebbe il caldo nell' isola di gran lunga superiore a quello indicato dal termometro.

« Arrivati al mattino del 28 agosto, il risultato delle osservazioni sulla nebulosità del cielo era poco confortante, perchè su 14 mattinate solamente in 3 l' eclisse si sarebbe osservato bene, in 5 solo in parte e male, e nelle rimanenti nulla. Nel mattino del 29 infatti il cielo era tutt' altro che favorevole all' osservazione e la pioggia cadde sul nostro osservatorio 19 minuti avanti l' eclisse totale. Si trattava però di nubi isolate spinte verso i monti dal vento di ESE, e fortunatamente poco prima della totalità il sole trovossi libero in mezzo ad un largo campo di cielo serenissimo, che tale si mantenne durante i due primi minuti di eclisse totale. L' esame della corona perciò e delle protuberanze mi riescì benissimo, per modo che colle osservazioni fatte dal Capitano Archer, colle altre fatte da me in pieno sole subito dopo finito l' eclisse, e con quelle del 1883 da me eseguite all' isola Carolina si può stabilire:

« 1. Che durante un eclisse totale di sole si possono vedere bellissime protuberanze non visibili in pieno sole.

« 2. Che le protuberanze visibili solo durante la totalità sono bianche, specialmente nelle parti più elevate, ed hanno un carattere speciale, sono cioè formate di fili sottili e lunghi, ripiegati in alto.

« 3. Che l' intensità luminosa delle protuberanze bianche è debole, così che non sono visibili ad occhio nudo se la loro altezza non sorpassa quella della parte più lucente della corona: mentre la sommità può vedersi ad occhio nudo se trovasi ad una grande altezza, come avvenne in questo eclisse.

« 4. Che tutte le altre protuberanze, visibili anche in pieno sole, si presentano più larghe e molto più alte durante l' eclisse totale, e colle loro sommità bianche, quando si tratta di protuberanze di una discreta altezza, cioè superiore al minuto.

« Nella corona notai fra le altre cose uno strato speciale assai luminoso in contatto colla cromosfera, e trovai la corona interna differente nella struttura da quella del 1883.

« Trascorsi i due primi minuti della totalità passai, conforme al programma stabilito, allo esame spettroscopico dei pennacchi colla speranza di rivedere le righe, che osservai nel 1883, ma questa volta non mi riescì di vedere cosa alcuna di simile. È vero però, che i pennacchi avevano un carattere ben diverso, e che son passati 3 anni da quella prima osservazione; perciò sarà sempre da raccomandarsi una tale osservazione negli eclissi futuri. Intanto sopravvennero le nubi, che ci rubarono 70 secondi della totalità: ad onta però delle nubi la fine dell'eclisse totale fu egualmente avvertita per il subitaneo aumentare della luce, così che si vide anche corrispondere la durata della totalità a quanto si era calcolato, cioè 225 secondi circa.

« L'oscurità durante l'eclisse totale fu sicuramente maggiore di quella osservata all'isola Carolina. Anche nelle altre stazioni in sul finire della totalità le nubi impedirono o disturbarono le osservazioni, e solo a Green-Island, dove erasi stabilito il sig. Lockyer, il tempo fu sempre cattivo durante il fenomeno, così che egli non potè fare osservazione alcuna. I disegni e i particolari delle osservazioni saranno pubblicati in apposita relazione a S. E. il Ministro della P. Istruzione ».

Astronomia. — *Riassunto delle osservazioni dei crepuscoli rosei.* Nota IV. di A. Riccò, presentata dal Socio Blaserna.

« I crepuscoli rosei sono ormai rientrati nell'ordine dei fenomeni consueti. La diminuzione della loro intensità risulta evidente confrontando le medie di due semestri, al principio od alla fine della serie delle osservazioni:

dicembre 1883 — aprile 1884, intensità media 5,6
dicembre 1885 — aprile 1886, intensità media 2,2.

(essendo 10 il massimo del 3 dicembre 1883).

« È difficile fissare l'epoca della fine dei crepuscoli rosei straordinarî in causa del loro alternarsi cogli ordinarî. L'ultimo crepuscolo roseo di notevole intensità (8) fu al 4 dicembre 1885. In tutto il 1886 fino ad ora si ebbe intensità mediocre (5), e più spesso men che mediocre.

« Anche la singolare corona di diffrazione, od anello di Bishop, e l'arcone bruno all'orizzonte che ne derivava sono da qualche tempo invisibili a Palermo, ed anche a Roma, secondo le osservazioni del prof. Tacchini. L'anello fu da me visto debole, ma ben distinto, e col solito diametro, al 15 maggio 1886, dopo fu sempre più debole ed incerto, finchè divenne invisibile dal luglio in poi: però non si può ancora asserire che sia totalmente ed effettivamente scomparso, la sua visibilità dipendendo moltissimo dalle condizioni atmosferiche: infatti al 19 agosto 1886, essendo la bassa atmosfera trasparentissima, nel cielo singolarmente puro, fra le nubi che coprivano il sole ho visto una debolissima traccia del detto anello. Forse sarà ancora visibile sugli alti monti o sui palloni aerostatici.

« L'arcone bruno all' orizzonte fu da me visto debole, ma completo, al 12 aprile 1886; dopo il 16 giugno fu sempre invisibile, eccetto al tramonto del 21 settembre 1886, in cui ne vidi ancora una traccia estremamente debole.

« Gli attuali crepuscoli rosei deboli hanno ancora la forma di un segmento sensibilmente circolare, roseo superiormente, volgente al giallognolo aranciato nella parte inferiore, appena concava; sotto questa si osservano le solite tinte degli ordinarî crepuscoli, cioè verdognola, giallognola, rossastra all'infimo orizzonte; mentre durante i grandi crepuscoli sotto all'arco roseo vedevasi un'area chiara, azzurrognola o verdognola, a contorno sentitamente arcuato, ed anche a sesto acuto, la quale certamente era la parte interna dell'anello di Bishop.

« Dunque nei crepuscoli straordinarî del 1883-4 l'arco roseo si sovrapponeva all'anello di diffrazione, ma non erano prodotti da esso: tant' è vero, che attualmente si hanno crepuscoli rosei senza di esso anello.

« Al tramonto del 30 marzo e del 9 e 10 aprile 1886 ho osservata la effettiva sovrapposizione all'anello di Bishop di fasci crepuscolari bruni, visibilmente prodotti da cumoli situati davanti al sole. A primo aspetto pareva che l'anello fosse diviso in fasci, ma ciò non poteva essere, perchè i cumoli erano *davanti* all'anello, e perchè i fasci si prolungavano molto al di là del contorno dell'anello stesso. È chiaro che se il sole fosse stato di alcuni gradi sotto all'orizzonte si avrebbe avuto un crepuscolo roseo, diviso in fasci, sovrapposto all'anello di Bishop.

« Il dividersi in fasci un anello di diffrazione non è otticamente impossibile, ma siccome i fasci crepuscolari allo scendere del sole prendono successivamente il colore bianco, aranciato, aranciato-roseo, roseo, e tutti (meno i rosei) si possono vedere prodotti dai raggi *solari diretti* che illuminano nebbiette o pulviscolo atmosferico e sono separati da fasci d'ombra derivanti visibilmente da monti o da nubi, così pare assai naturale e probabile che anche i fasci rosei e l'arco roseo siano prodotti da raggi solari *diretti*, *non diffratti*.

« L'eruzione dell'isola Ferdinandea nel 1831 e la recente dell'Etna hanno fornito dati importanti per la questione dei crepuscoli rosei e del sole bleu.

« La massa dei vapori eruttata da Ferdinandea fu enorme, comparabile a quella cacciata da Krakatoa; infatti per entrambi i vulcani formava una colonna alta circa una ventina di chilometri; ma non vi fu nel 1831 getto e dispersione di ceneri, perchè queste uscivano impastate coll' acqua del mare che entrava per il cratere dopo ogni eiezione; pure anche dopo l'eruzione di Ferdinandea si osservò il sole verde od azzurro, e grandi crepuscoli rossi o rosei su vasta estensione della terra.

« Nella recente eruzione l'Etna lanciò una colonna di vapori che nel mattino del 21 maggio 1886 potei misurare esattamente di 8 chilometri d'altezza, e nel pomeriggio del 24 approssimativamente di 14. Inoltre il vulcano gettò cenere che ricadde in pioggia fino a Reggio di Calabria.

« Anche a Palermo giunse la detta cenere, poichè nella polvere da me raccolta sul terrazzo dell'Osservatorio trovai al microscopio dei cristallini che dal prof. Gemmellaro furono riconosciuti appartenere al labradorite, minerale caratteristico delle deiezioni dell'Etna.

« Per diversi giorni dopo l' eruzione il sole a Palermo, a Messina, a Catania, ed anche a Nicolosi, presentò un colore *rosso-giallastro, mai verde o bleu.* Questa colorazione rossastra era prodotta dalla polvere vulcanica sospesa nell'aria, ed è analoga a quella prodotta dalle *nebbie secche*, od in generale dalle particelle sospese in un mezzo diafano : esse intercettano i raggi di minor lunghezza d' onda, e quindi fanno volgere la luce trasmessa al giallo ed al rosso.

« Nella terza decade di maggio ed in giugno 1886 si ebbero dei crepuscoli rosei più frequenti e più intensi che prima e dopo : ma essi furono ben inferiori a quelli straordinarî del 1883-4, e inoltre il loro colore non era proprio roseo, ma volgeva al rosso-giallastro, come la luce diretta dal sole in quel tempo.

« Sembra che tale inferiorità di questi crepuscoli, in confronto a quelli del 1831 e del 1883-4, dipenda dall'essere stata la massa di vapori eruttati dall'Etna minore di quella lanciata da Ferdinandea e Krakatoa, che per essere vulcani marini erano in comunicazione più intima colle acque del mare.

« Anche la mancanza del fenomeno del sole verde od azzurro durante e dopo l'eruzione dell'Etna pare debba ascriversi alla non abbastanza grande copia di vapori eruttati. E l' aver invece avuto luogo questo fenomeno per l'eruzione dell'isola Ferdinandea senza che vi fossero ceneri sparse nell'atmosfera, e l'aversi avuto sole *rosso* nei luoghi ove l'aria era ingombra per le polveri dell'ultima eruzione dell' Etna, provano che le ceneri vulcaniche non sono la causa del sole verde od azzurro.

« In conclusione *i crepuscoli rosei straordinarî ed il sole verde od azzurro, susseguenti a grandi eruzioni vulcaniche, non sono prodotti dalle ceneri, ma bensì dai vapori eruttati.*

« Il Necker [1] nel suo accuratissimo studio dei fasci crepuscolari non decide nettamente la questione se essi possano essere prodotti o no dalle montagne, e pare anzi sia propenso a credere che ordinariamente sieno causati da nubi.

« Dal dicembre 1883 al giugno 1884 e dal gennaio 1885 al luglio 1886 io ho osservato in Palermo 32 apparizioni vespertine dei detti fasci : 29 di queste apparizioni si ripeterono, in anni e stagioni diverse, in gruppi di 11, di 6, di 4, di 3, di 2, col sole presso a poco allo stesso azimut, cioè quando il sole passava dietro agli stessi oggetti, ossia quando i suoi raggi rasentavano

[1] Annales des Physique et Chimie. Vol. LXX, 1839.

i medesimi luoghi della superficie terrestre: in questi luoghi si trovano, per i gruppi principali, le estese ed alte montagne della Tunisia o dell'Algeria, oppure della Sardegna.

« Fra le poche apparizioni di fasci rosei osservate all'aurora, 3 capitarono in anni e mesi diversi con azimut del sole presso a poco eguale, corrispondente alle grandi montagne della Calabria.

« Dunque *i fasci crepuscolari in Palermo, e molto probabilmente anche altrove, sono ordinariamente prodotti da oggetti fissi come le montagne, anzichè da oggetti mutabili come le nubi.*

« Le conclusioni di questa Nota concordano con quelle della prima relativa a questi argomenti, che ebbi l'onore di presentare nella seduta del 1° marzo 1885 ».

Matematica. — *Sui sistemi di integrali indipendenti di una equazione lineare ed omogenea a derivate parziali di 1° ordine.* Nota II. (1) del dott. Gregorio Ricci, presentata dal Socio Dini.

« Nel caso speciale, in cui tutte le radici della equazione algebrica caratteristica siano eguali dico che la equazione a derivate parziali (I) è *sferica* nella varietà di elemento lineare ds. Allora ogni integrale della (I) ed ogni sistema incompleto di integrali indipendenti, che siano ortogonali fra di loro due a due in questa varietà, può e in infiniti modi far parte di un sistema di $n-1$ integrali ortogonali nella varietà stessa.

« Se in vece tutte le radici della equazione algebrica caratteristica sono disuguali le condizioni per la esistenza di un sistema di $n-1$ integrali della equazione (I) ortogonali nella varietà di elementi lineare ds si esprimono analiticamente mediante i due sistemi di equazioni:

$$\Omega_{hk})\qquad \Sigma_{rs}\left(Y_s\frac{dH_{rh}}{dx_s}-H_{sh}\frac{dY_r}{dx_s}\right)\Xi_{rk}=0$$

$$\Omega_{hki})\qquad \Sigma_{rs}\left(H_{sh}\frac{dH_{rk}}{dx_s}-H_{sk}\frac{dH_{rh}}{dx_s}\right)\Xi_{ri}=0\,,$$

nelle quali gli indici h, k, i debbono esssere differenti fra di loro e scelti tra i numeri $1, 2, \ldots n-1$, le quantità Ξ_{rh} sono definite, a meno di un fattore comune, dalle equazioni (II), postovi per ω una radice qualunque ω_h della equazione algebrica caratteristica, e le quantità H_{rh} dalle (3). Verificate queste condizioni le Ξ_{rh} sono proporzionali alle derivate rispetto ad x_r di $n-1$ funzioni ϱ_h, le quali costituiscono il sistema cercato di integrali ortogonali.

« In questo caso si ha combinando fra loro le equazioni (II), in cui sia fatto successivamente $\omega=\omega_h$ ed $\omega=\omega_k$ e tenendo conto delle (III)

$$4)\qquad \Sigma_{rs}\,Y_{rs}\,\Xi_{rh}\,\Xi_{sk}=0$$

(1) Vedi pag. 119.

od anche sotto forma reciproca

4') $$\Sigma_r \, X_{rs} \, H_{rh} \, H_{sk} = 0 \, .$$

« Alle equazioni (Ω_{hk}) si può coll'aiuto di queste ultime dare la forma

$\Omega'_{hk})$ $$\Sigma_{rs} \, Y'_{rs} \Xi_{rh} \, \Xi_{sk} = 0$$

o la reciproca

$\Omega''_{hk})$ $$\Sigma_{rs} \, X'_{rs} H_{rh} \, H_{sk} = 0$$

nelle quali h e k debbono essere due indici differenti scelti tra i numeri $1, 2, \ldots n-1$ e si è posto

$$2Y'_{rs} = \Sigma_t \left(Y_{ts} \frac{dY_r}{dx_t} + Y_{tr} \frac{dY_s}{dx_t} - \frac{dY_{rs}}{dx_t} Y_t \right)$$

$$X'_{rs} = \Sigma_{pq} \, Y'_{pq} \, a_{pr} \, a_{qs}$$

e quindi

$$2X'_{rs} = 4 \Sigma_{pq} \, c_{pq} \, X_{pr} \, X_{qs} - \Sigma_p \left(X_{pr} \frac{dY_p}{dx_s} + X_{ps} \frac{dY_p}{dx_r} + \frac{dX_{rs}}{dx_p} Y_p \right) .$$

Poste sotto queste forme le equazioni (Ω_{hk}) si rivelano in numero di $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ indipendenti fra di loro. È notevole poi che le espressioni, che si trovano ai primi membri delle equazioni (4), (4'), (Ω'_{hk}) ed (Ω''_{hk}) sono invariabili.

« In modo analogo le equazioni (Ω_{hki}) si possono mettere sotto la forma

$\Omega'_{hki})$ $$\Sigma_{qrs} \, X_{rs,q} \, H_{rh} \, H_{sk} \, H_{qi} + \Sigma_{qr} \left(\frac{dX_q}{dx_r} - \frac{dX_r}{dx_q} \right) (H_h \, H_{rk} + H_k \, H_{rh}) \, H_{qi} = 0 \, ,$$

essendo

$$X_{rs,q} = \frac{dX_{rq}}{dx_s} + \frac{dX_{sq}}{dx_r} - \frac{dX_{rs}}{dx_q} - 2 \, \Sigma_{pt} \, c_{pt} \, a_{rs,t} \, X_{pq}$$

ed

$$H_h = -\frac{1}{a} X(\omega_h) \, ,$$

posto in generale

$$X(\omega) = \Sigma \pm (X_{11} + \omega a_{11})(X_{22} + \omega a_{22}) \ldots (X_{nn} + \omega a_{nn}).$$

Nelle (Ω'_{hki}) gli indici h, k, i, possono prendere tutti i valori da 1 ad $n-1$ e debbono essere differenti fra di loro: il loro numero è $\frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{2}$.

Le espressioni $\Sigma_{rsq} X_{rs,q} H_{rh} H_{sk} H_{qi}$ e $\Sigma_{rq} \left(\frac{d X_q}{d x_r} - \frac{d X_r}{dx_q} \right) H_{rk} H_{qi}$ sono esse pure invariabili.

« Nel caso di $n = 3$ la equazione algebrica caratteristica prende la forma

6) $$\omega^2 + (N - \Lambda) \, \omega - \frac{1}{a} M = 0 \, ,$$

posto

$$\Lambda = \frac{\Sigma_{st} X_{st} Y_s Y_t}{\Sigma_r X_r Y_r}, \quad N = \Sigma_{st} c_{st} X_{st}$$

$$M = \begin{vmatrix} 0 & X_1 & X_2 & X_3 \\ X_1 & X_{11} & X_{12} & X_{13} \\ X_2 & X_{21} & X_{22} & X_{23} \\ X_3 & X_{31} & X_{32} & X_{33} \end{vmatrix}.$$

« Le condizioni perchè la equazione ($\mathfrak{C}$) abbia le radici eguali sono due, che possono mettersi sotto la forma

$$a\omega = \frac{\dfrac{dM}{dX_{rr}}}{c_{rr} \Sigma_t X_t^2 - Y_r^2},$$

indicando con ω una indeterminata, che rappresenta il valor comune delle due radici della ($\mathfrak{C}$). Verificate queste condizioni, la equazione a derivate parziali (I) è sferica nella varietà di elemento lineare ds e ad ogni suo integrale ne corrisponde un altro, che gli è ortogonale in questa varietà.

« Se la equazione ($\mathfrak{C}$) ha disuguale le sue due radici ω_1, ω_2, indicando con M_r il complemento algebrico di X_r in M si ha

$$H_{rh} = \omega_h (\Lambda Y_r - \Sigma_t Y_t \Sigma_s c_{sr} X_{st}) + \frac{1}{a} (MY_r - M_r) \qquad (h = 1, 2)$$

e per conseguenza

$$\Xi_{rh} = \Sigma_s a_{sr} H_{sh} = \omega_h (\Lambda X_r - \Sigma_t Y_t X_{rt}) + \frac{1}{a} (MX_r - \Sigma_s a_{sr} M_s) \quad (h=1,2).$$

In questo caso per la esistenza di due integrali della equazione (I) ortogonali fra di loro nella varietà di elemento lineare ds basta sia verificata la equazione unica, che si ottiene dalle (Ω'_{hk}) od (Ω''_{hk}) facendovi $h=1$, $k=2$ e per le Ξ_{rh}, H_{rh} ponendo i valori dati sopra, mentre le equazioni (Ω_{hki}) non hanno più luogo. Verificata quella condizione le quantità Ξ_{r1} e Ξ_{r2} sono proporzionali alle derivate rispetto ad x_r di due funzioni ϱ_1, ϱ_2, che sono appunto gli integrali ortogonali cercati.

« Ritornando al caso di n qualunque, se si suppone che sia $X_r = \dfrac{d\varrho}{dx_r}$, il problema, che trattiamo, si riduce a quello dei sistemi ortogonali nella varietà di elemento lineare ds. Allora la equazione algebrica caratteristica può riguardarsi come la generalizzazione di quella che, qualora la varietà sia piana od euclidea, ha per radici le inverse dei raggi principali di curvatura delle superficie $\varrho = \text{const}$. Il caso, in cui la equazione a derivate parziali corrispondente a questo problema sia sferica, se l'elemento lineare ds è quello dello spazio euclideo a tre dimensioni, è il caso noto della ricerca dei sistemi ortogonali ad un sistema di sfere concentriche; diversamente ne è una generalizzazione.

« Se in vece la equazione algebrica caratteristica non ha radici multiple le equazioni (Ω_{hk}) ed (Ω_{hki}) prendono rispettivamente le forme

$$P_{hk)} \qquad \Sigma_{rsq}\, \varrho_{rs,q}\, \varrho_q\, H_{rh}\, H_{sk} = 2\, \Sigma_{pqrs}\, c_{pq}\, \varrho_{pr}\, \varrho_{qs}\, H_{rh}\, H_{sk}$$

$$P_{hki)} \qquad \Sigma_{rsq}\, \varrho_{rs,q}\, H_{qi}\, H_{rh}\, H_{sk} = 0\,,$$

nelle quali i coefficienti ϱ_q, ϱ_{pr}, ϱ_{rsq} sono quelli, che secondo la mia Memoria *Sui parametri e gli invarianti delle forme differenziali quadratiche* (¹) è opportuno di considerare in vece delle derivate di 1°, 2°, 3° ordine di ϱ, perchè sono coefficienti di forme covarianti alla espressione di ds^2. Si ha cioè

$$\varrho_r = \Sigma_s\, c_{rs} \frac{d\varrho}{dx_s}$$

$$\varrho_{rs} = \frac{d^2\varrho}{dx_r\, dx_s} - \Sigma_i\, a_{rs,i}\, \varrho_i$$

$$\varrho_{rs,q} = \frac{d^3\varrho}{dx_r\, dx_s\, dx_q} - \Sigma_{hk}\, c_{hk} \left(a_{rq,k}\, \varrho_{hs} + a_{sq,k}\, \varrho_{hr} + a_{sr,k}\, \varrho_{hq}\right)$$

$$- \Sigma_k \left(\frac{da_{rs,k}}{dx_q} - \Sigma_{hi}\, c_{hi}\, a_{kq,h}\, a_{rs,i}\right) \varrho_k\,.$$

« È notevole che, posto

$$3\alpha_{rsq} = \varrho_{rs,q} + \varrho_{rq,s} + \varrho_{sq,r}$$

$$a_{pr,qs} = \frac{da_{pq,r}}{dx_s} - \frac{da_{ps,r}}{dx_q} + \Sigma_{hk}\, c_{hk} \left(a_{ps,h}\, a_{rq,k} - a_{pq,h}\, a_{rs,k}\right)$$

al sistema di equazioni (P_{hki}) si possono sostituire i due

$$P'_{hki)} \qquad \Sigma_{rsq}\, \alpha_{rsq}\, H_{rh}\, H_{sk}\, H_{qi} = 0$$

$$P''_{hki)} \qquad \Sigma_{rspq}\, a_{pr,qs}\, \varrho_p\, H_{qi}\, H_{rh}\, H_{sk} = 0\,,$$

di cui il primo comprende $\frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{2.\,3}$ equazioni indipendenti a derivate parziali di 3° ordine ed il secondo $\frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{3}$ equazioni a derivate parziali di 2° ordine in ϱ. Queste ultime però possono ridursi ad un numero minore se si fanno delle ipotesi speciali sulla natura della varietà di elemento lineare ds, il che fa vedere come il grado di difficoltà per la esistenza dei sistemi ortogonali in una varietà non dipenda soltanto dal numero delle dimensioni, ma anche dalla natura della varietà stessa. Fermo il numero n, la difficoltà è minima se la varietà è piana od euclidea, cioè, per fare uso della classificazione delle forme differenziali quadratiche da me proposta (²), se la forma, che rappresenta ds^2 è di classe 0, perchè allora i coefficienti $a_{pr,qs}$ sono identicamente nulli e il sistema (P''_{hki}) scompare del tutto.

(¹) Annali di Matematica Pura ed Applicata; serie 2ª, tomo XIV, pag. 1.

(²) Vedesi la mia Memoria, *Principî di una teoria delle forme differenziali quadratiche* a pag. 137 del tomo XII, serie 2ª degli Annali di Matematica Pura ed Applicata.

In questo caso le equazioni (P_{hk}) e $P'_{hki})$ sono in coordinate generali rispettivamente le equazioni (142) e (145) della seconda parte della Memoria del sig. Darboux *Sur la Théorie des coordonnées curvilignes et des systèmes orthogonaux*, pubblicata nel volume VII della serie 2ª degli « *Annales de l'École Normale Supérieure* », equazioni che valgono quando le coordinate siano cartesiane ortogonali.

« Se in vece la espressione di ds^2 è una forma differenziale quadratica di 1ª classe i coefficienti $a_{pr,\,qs}$ prendono la forma $(pq)(rs)-(ps)(rq)$, (rs) essendo gli elementi di un determinante simmetrico di grado n, e le equazioni (P''_{hki}) prendono la forma

$$\Sigma_{rs}(rs)\,H_{rh}\,H_{sk}=\alpha_h\,\alpha_k\,(h \gtrless k,\ \ h,k=1,2\ldots n),$$

posto $\varrho_r=H_{rn}$ ed indicando con $\alpha_1, \alpha_2 \ldots \alpha_n$ delle quantità arbitrarie. In questo caso adunque le equazioni (P'_{hki}) si riducono ad $\frac{n(n-3)}{2}$ distinte ».

Chimica. — *Sulla trasformazione dei derivati cuminici in cimenici e reciprocamente.* Nota II. (¹) di M. Fileti, presentata dal Socio A. Cossa.

« Quel che ho sopra esposto si riferisce ai corpi semplici. Considerando ora il caso della sostituzione dell' idrogeno del metile per mezzo di un aggruppamento atomico, si può prima di tutto ritenere come molto probabile che se esso non contiene ossigeno, per esempio come —CN, si comporterà come il cloro, il bromo o l'idrogeno e non darà luogo alla trasformazione del propile in isopropile: il cianuro di cumile $C_6H_4<\begin{smallmatrix}C_3H_7\\CH_2CN\end{smallmatrix}$ ottenuto da Rossi, ma non allo stato puro, per l'azione del cianuro potassico sul cloruro di cumile (²) conterebbe quindi il propile normale.

« Ma vediamo cosa deve accadere quando uno o parecchi residui o radicali contenenti ossigeno vanno a sostituire l'idrogeno del metile, in modo che però *al carbonio di quest'ultimo non si leghi direttamente dell'ossigeno;* poichè se un atomo di questo elemento va a legarsi *direttamente* all'atomo di carbonio del metile come nei due acidi:

$$C_6H_4<\begin{smallmatrix}C_3H_7\\CH<\begin{smallmatrix}OH\\COOH\end{smallmatrix}\end{smallmatrix} \qquad \text{e} \qquad C_6H_4<\begin{smallmatrix}C_3H_7\\CO\,.\,COOH\end{smallmatrix}$$

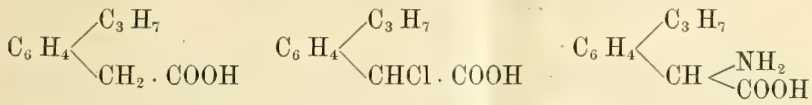
mi pare si possa senz' altro ammettere che esso debba provocare la trasformazione del propile in isopropile; è bensì vero, che io, come ho accennato nelle esperienze sopra descritte, non potei idrossilare questi acidi senza trasformare le loro catene laterali ossigenate in COOH mentre che, per analogia

(¹) Vedi p. 142.

(²) Liebig's Annalen Spl. *1*, 139 e Comptes rendus LII, 403.

a quanto si riscontra nell' acido benzoilformico [1], prevedeva nel gruppo CO.COOH una maggiore resistenza agli agenti ossidanti; ma in ogni caso queste esperienze, sulle quali del resto ritornerò in seguito, se non confermano non negano la natura isopropilica del C_3H_7.

« Secondo il mio modo di vedere, il carbossile o un gruppo ossigenato qualsiasi — CH_2 . COOH, — CO . COOH, = CH . COOH, ≡ C . COOH quando sostituisce l'idrogeno del metile si comporta come il cloro, non provoca cioè la trasformazione del propile in isopropile e conseguentemente i corpi:



debbono contenere il propile normale. L'acido omocuminico, si può, come ho mostrato, idrossilare, ma allora il CH_2 . COOH si trasforma in COOH; sugli altri due non ho potuto eseguire l'esperienza per le ragioni avanti dette.

« Anche Widman [2] ammette che il residuo acrilico — CH = CH . COOH nella posizione para relativamente al gruppo propilico *predisponga, completamente come il metile, alla formazione del propile normale* e che probabilmente in modo analogo si comporti il residuo propronico — CH_2 . CH_2 . COOH (l. c. 279).

« Dietro tutte le considerazioni sopra esposte mi pare che si possa formulare così lo stato attuale delle conoscenze che abbiamo intorno alla trasformazione dei derivati dal cimene in composti cuminici e reciprocamente: *Il gruppo propile normale che, nei composti aromatici, si trova nella posizione para relativamente ad un atomo di carbonio al quale sono legati altri elementi o gruppi di atomi ma non* direttamente *ossigeno, si trasforma in isopropile quando dell'ossigeno va ad attaccarsi in modo diretto a quell'atomo di carbonio;* e reciprocamente: *il gruppo isopropile che, nei composti aromatici, si trova nella posizione para relativamente ad un atomo di carbonio al quale è legato direttamente dell' ossigeno, si trasforma in propile quando quest'ossigeno esce dalla molecola ed è sostituito da altri elementi o gruppi di atomi.*

« Io so benissimo che delle obbiezioni possono farsi al mio modo di vedere, ma parmi che, malgrado ciò, esso spieghi abbastanza bene i fatti conosciuti. Ciò che meritava di essere preso in considerazione è la formazione di acido propilbenzoico nell'ossidazione della paradipropil — e della parapropilisopropilbenzina, ma una spiegazione di questo caso è stata data dal Widman [3].

(1) Claisen, Berichte XII, 631.
(2) Berichte XIX, 278.
(3) Berichte XIX, 279.

« Il Widman il quale, come ho accennato, crede che i gruppi — CH = CH . COOH e — CH_2 . CH_2 . COOH *predispongano* alla formazione del propile normale, tanto che non giudica improbabile che l' acido cumenilpropionico di Perkin (1) $C_6H_4 < \begin{matrix} C_3H_7 \\ CH_2 . CH_2 . COOH \end{matrix}$ contenga il propile invece dell'isopropile, nella sua bellissima Memoria sugli ortoderivati dell'acido cumenilacrilico (2) ammette che questo corpo contenga l'isopropile:

$$C_6H_4 < \begin{matrix} CH(CH_3)_2 \\ CH = CH . COOH \end{matrix}$$

mentre a me pare che, anche e semplicemente col suo modo di vedere intorno alla funzione del residuo acrilico, debba contenere il propile normale, essere cioè:

$$C_6H_4 < \begin{matrix} CH_2 . CH_2 . CH_3 \\ CH = CH . COOH \end{matrix}$$

« Forse la ragione per la quale il Widman ammise la formola isopropilica è la seguente: — Nella nitrazione dell'acido cumenilacrilico si forma, accanto ad acido paranitrocinnamico e al prodotto principale della reazione (acido ortonitrocumenilacrilico) che, secondo il citato autore, ha la formola:

$$C_6H_3 < \begin{matrix} CH(CH_3)_2 & (4) \\ NO_2 & (2) \\ CH = CH . COOH & (1) \end{matrix}$$

anche una piccola quantità di un isomero ortonitroacido fusibile a 122°-123°:

$$C_6H_3 < \begin{matrix} CH_2 . CH_2 . CH_3 & (4) \\ NO_2 & (2) \\ CH = CH . COOH & (1) \end{matrix}$$

e contenente (secondo Widman) il propile, costituitosi per trasformazione molecolare dell'isopropile dell'acido cumenilacrilico durante la nitrazione. Crede il Widman che quest'acido fusibile a 122°-123° contenga il propile (e quindi l'isomero, e anche il cumenilacrilico dal quale deriva, l'isopropile) perchè la idrossilazione con permanganato (nella quale si forma l'acido ortonitroparaossiisopropilbenzoico $C_6H_3 < \begin{matrix} COH(CH_3)_2 \\ NO_2 \\ COOH \end{matrix}$ fusibile a 168°) non è completa (3),

(1) Jahresbericht 1877, 791.
(2) Berichte XIX, 255.
(3) Berichte XIX, 275 e 276.

ma si ottiene contemporaneamente *piccola quantità* di un derivato propilico, l'acido nitropropilbenzoico;

$$C_6H_3\begin{cases}CH_2 \cdot CH_2 \cdot CH_3\\ NO_2\\ COOH\end{cases}$$

fusibile a 156°-157°,5.

« A me pare molto più logico lo ammettere che l'acido cumenilacrilico e il suo prodotto principale di nitrazione, l' acido nitrocumenilacrilico, contengano il propile normale:

$$C_6H_4\begin{cases}CH_2 \cdot CH_2 \cdot CH_3\\ CH = CH \cdot COOH\end{cases} \quad e \quad C_6H_3\begin{cases}CH_2 \cdot CH_2 \cdot CH_3\\ NO_2\\ CH = CH \cdot COOH\end{cases}$$

e che l'acido fusibile a 122°-123° formatosi per trasposizione molecolare durante la nitrazione, contenga invece l'isopropile:

$$C_6H_3\begin{cases}CH\,(CH_3)_2\\ NO_2\\ CH = CH \cdot COOH\end{cases};$$

che poi questo ossidato, mentre nella massima parte si trasforma nel prodotto prevedibile di sua ossidazione, cioè nell' acido nitroossiisopropilbenzoico fusibile a 168°:

$$C_6H_3\begin{cases}C \cdot OH\,(CH_3)_2\\ NO_2\\ COOH\end{cases},$$

in *piccola parte* si converta nell'acido nitropropilbenzoico fusibile a 156° 157°,5

$$C_6H_3\begin{cases}CH_2 \cdot CH_2 \cdot CH_3\\ NO_2\\ COOH\end{cases}$$

in virtù d'una trasposizione molecolare che può eventualmente avvenire nell'isopropile durante l'ossidazione.

« Quest' ultima trasposizione molecolare sarà invero possibile abbenchè sembri in contradizione con l'assieme dei fatti; ed a questo proposito faccio notare, solo per passaggio, perchè vi ritornerò sopra quando avrò ripetuto e completato l'esperienza, che mentre, come è noto, l'acido cuminico e il nitrocuminico si idrossilano facilmente, ho scaldato per un giorno intero l' acido bromocuminico con idrato sodico e permanganato nelle solite condizioni, senza che il liquido verde si sia decolorato: noi non conosciamo abbastanza quale influenza possono esercitare sull' isopropile e sul propile i gruppi NO_2, Br, Cl.... contenuti nei derivati cuminici o del cimene.

« Colgo quest'occasione per accennare che sono anche occupato collo studio dei nitroderivati degli acidi cimensolforici ed ho già separato e caratterizzato uno degli acidi che si formano; il sale di bario è $\left(C_6H_2 \begin{cases} C_3H_7 \\ CH_3 \\ NO_2 \\ SO_3 \end{cases} \right)_2 Ba + H_2O$ e l'amide si fonde a 138°-139°. Il mio scopo è di arrivare da uno di questi acidi a derivati del timol, ovvero ottenere da esso il nitrocimene e poi il timol ».

Chimica.—*Sugli acidi mono- e bibromoalchilsalicilici.* Nota II. [1] del dott. Alberto Peratoner, presentata dal Socio A. Cossa.

Acido bromoetilsalicilico.

$$C_6H_3 \begin{cases} COOH & (1) \\ OC_2H_5 & (2) \\ Br & (5) \end{cases}$$

« Si prepara il suo etere metilico per l'azione dell'idrato potassico e del joduro etilico sul bromosalicilato di metile sciolto in molto alcool etilico scaldando in tubo chiuso per 2 ore a 120°. Scacciato indi il solvente si saponifica il prodotto della reazione scaldandolo con potassa acquosa (30 %) quasi all'ebollizione. Si purifica come per l'acido bromometilsalicilico mediante il sale potassico e poi si cristallizza l'acido dall'acqua bollente.

« Il rendimento è minore che nel caso dell'acido bromometilsalicilico, riuscendo anzitutto l'eterificazione meno completa ed essendo poi il sale potassico del primo un poco più solubile nella potassa concentrata di quello del secondo. Osservai in genere che adoperando joduri alcoolici con maggior numero di atomi di carbonio, il rendimento del prodotto di eterificazione diventa sempre meno buono.

« Da 60 gr. di bromosalicilato metilico p. f. 61° si hanno 6-8 grammi di acido puro.

gr. 0,3236 di sostanza diedero gr. 0,5224 di anidride carbonica e gr. 0,1261 di acqua.

gr. 0,4600 di sostanza fornirono gr. 0,3540 di bromuro d'argento.

« Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_9H_9O_3Br$
Carbonio:	44,02	44,08
Idrogeno:	4,32	3,67
Bromo:	32,74	32,65

[1] Vedi pag. 150.

« L'acido bromoetilsalicilico cristallizza dall'acqua in aghi incolori fusibili a 130°-131°. Si scioglie bene nei solventi ordinarî, pochissimo nell'acqua fredda, ma di più nella bollente, nella quale non si fonde. Non colora la soluzione di percloruro di ferro.

« I *sali alcalini* sono molto solubili nell' acqua e non si hanno ben cristallizzati dalle loro soluzioni per svaporamento. Sono un pò solubili nelle soluzioni concentrate degli idrati corrispondenti, dai quali possono cristallizzare depositandosi in forma di scaglie lucide e deliquescenti.

« Il *sale di bario* si ottiene dall' acido ed il carbonato. Dall' acqua, nella quale è molto solubile, si deposita per svaporamento in aghi fibrosi incolori raggruppati attorno a un punto. Cristallizza con 4 molecole di acqua che perde a 100° fondendosi contemporaneamente.

gr. 0,2846 di sale disseccato all' aria diedero gr. 0,0957 di solfato di bario.
gr. 0,7386 di sale disseccato come sopra perdettero a 100°-110° gr. 0,0754 di acqua.

« Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_{18}H_{16}O_6Br_2Ba + 4H_2O$
Bario:	18,74	19,65
Acqua:	10,20	10,33

« *Sale di calcio.* Preparato col carbonato cristallizza per svaporamento della soluzione acquosa in aghi incolori. Contiene 2 molecole di acqua di cristallizzazione che perde a 100°-110° e che riassorbe solo parzialmente per esposizione all'aria.

gr. 0,5761 di sale disseccato all'aria diedero gr. 0,1392 di solfato calcico.
gr. 1,0520 di sale disseccato come sopra perdettero a 100°-110° gr. 0,0662 di acqua.

« Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_{18}H_{16}O_6Br_2Ca + 2H_2O$
Calcio:	7,09	7,09
Acqua:	6,29	6,38

Bromoetilsalicilato di metile.

$$C_6H_3\begin{cases} COOCH_3 & (1) \\ OC_2H_5 & (2) \\ Br & (5) \end{cases}$$

« Saturando una soluzione di acido bromoetilsalicilico nell'alcool metilico con acido cloridrico gassoso l'eterificazione è quasi completa. Scacciato il solvente si ottiene l'etere metilico come olio che tosto si solidifica, e che dopo una cristallizzazione dall'alcool diluito è sufficientemente puro.

gr. 0,3118 di sostanza diedero gr. 0,5279 di anidride carbonica e gr. 0,1368 di acqua.
gr. 0,2859 di sostanza diedero gr. 0,2073 di bromuro d'argento.

« Cioè per 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_{10}H_{11}O_3Br$
Carbonio:	46,17	46,33
Idrogeno:	4,87	4,24
Bromo:	30,85	30,88

« Il bromoetilsalicilato di metile è in aghi lunghi incolori e splendenti. Si fonde a 49° e distilla indecomposto alla temperatura non corretta di 300°-302°. È insolubile nell'acqua, ma si scioglie in tutti gli altri solventi ordinarî. Non colora i sali ferrici.

Bromopropilsalicilato di metile.

$$C_6H_3 \begin{cases} COOCH_3 & (1) \\ OC_3H_7 & (2) \\ Br & (5) \end{cases}$$

« Facendo reagire come per gli acidi metilico ed etilico sopradescritti sul bromosalicilato di metile l'idrato potassico ed il ioduro di propile, si formano piccole quantità di bromopropilsalicilato di metile. Essendo il sale potassico dell'acido bromopropilsalicilico molto più solubile nella potassa concentrata dei sali degli acidi metilico ed etilico, non lo si può depurare come si è fatto per gli altri. Traendo invece profitto della proprietà di non saponificarsi troppo facilmente, si può ottenere l'etere metilico puro. Acciò, si fa bollire per qualche tempo il prodotto della reazione in tubi chiusi con potassa acquosa (5-7 %) con che si saponifica solo il bromosalicilato metilico, raccogliendosi al fondo un olio che lavato ed asciugato distilla dopo qualche frazionamento a 316°-319°.

« Da 60 gr. di bromosalicilato metilico si ottengono circa 5 gr. di questo olio.

gr. 0,3180 di sostanza asciugata nel vuoto sopra acido solforico diedero gr. 0,5661 di anidride carbonica e gr. 0,1521 di acqua.

gr. 0,3300 di sostanza diedero gr. 0,2252 di bromuro d'argento.

« Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_{11}H_{13}O_3Br$.
Carbonio:	48,46	48,35
Idrogeno:	5,31	4,76
Bromo:	29,00	29,30

« Il bromopropilsalicilato di metile è alla temperatura ordinaria un liquido incoloro ed inodoro, più pesante dell'acqua. Si solidifica nel miscuglio frigorifero di ghiaccio e sale, rapprendendosi in una massa bianca composta da tanti piccoli mammelloni e fonde di nuovo a 1°-2°. Bolle alla temperatura di 321°-324° (colonna nel vapore) alla pressione ridotta a 0° di 741,0 mm.

« Non colora la soluzione di percloruro ferrico. Non si saponifica con potassa acquosa diluita, ma bensì con quella concentrata dopo prolungata ebollizione o per lungo contatto, e facilmente con soluzione alcoolica di potassa.

Acido bromopropilsalicilico.

$$C_6H_3\begin{cases}COOH & (1)\\ OC_3H_7 & (2)\\ Br & (5)\end{cases}$$

« Si ottiene questo acido saponificando l'etere precedentemente descritto con potassa alcoolica, e si depura per diverse cristallizzazioni dall' acqua a 70°-80° avendo cura di aggiungere un cristallino, quando il liquido si sia intorbidato, onde impedire che l'acido si separi allo stato oleoso.
gr. 0,3111 di sostanza diedero gr. 0,2261 di bromuro d'argento.

« Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_{10}H_{11}O_3Br$
Bromo:	30,89	30,88

« L'acido bromopropilsalicilico cristallizza in aghi incolori fusibili a 62°-63°. Essi sono molto fragili, tanto che si rompono nel raccoglierli sul filtro. La soluzione acquosa dell' acido non si colora col percloruro di ferro.

Bromoisopropilsalicilato di metile ed acido bromoisopropilsalicilico.

$$C_6H_3\begin{cases}COOCH_3 & (1)\\ O.CH.CH_3.CH_3 & (2)\\ Br & (5)\end{cases} \quad e \quad C_6H_3\begin{cases}COOH & (1)\\ O.CH.CH_3.CH_3 & (2)\\ Br & (5)\end{cases}$$

« L'etere metilico di questo acido si prepara analogamente all' etere dell'acido propilbromosalicilico adoperando invece ioduro di isopropile. Benchè quest' etere si saponifichi più facilmente del precedente, si può tuttavia applicare ad esso il medesimo metodo di purificazione, Lavato ed asciugato bolle alla temperatura non corretta di 303°-305°. Saponificato dà l'acido bromoisopropilsalicilico che si cristallizza dall'acqua.
gr. 0,3880 di sostanza diedero gr. 0,2824 di bromuro d'argento.

« Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_{10}H_{11}O_3Br$
Bromo:	30,95	30,88

« L'acido bromoisopropilsalicilico è in aghi incolori fusibili a 101°-102°. Questi si rompono facilmente dando una polvere bianca. L' acido si fonde nell'acqua bollente, e la sua soluzione non colora i sali ferrici ».

Chimica fisiologica.— *Sulla formazione della Xantocreatinina nell'organismo.* Nota del dott. ADOLFO MONARI, presentata dal Socio MOSSO.

« Fin dal novembre del 1884, occupandomi dietro iniziativa e colla guida del prof. Mosso di ricerche sul ricambio materiale nell' organismo, osservai nell'orina dei cani che spesso le quantità di creatinina superavano considerevolmente quelle trovate da altri sperimentatori (1) e che erano anche in prevalenza e di molto su quelle della creatina. Esporrò ciò in altro mio lavoro. *sui mutamenti che subisce la composizione chimica dei muscoli per effetto della fatica*; ora mi limito a prendere nota di questo fatto, cioè, che nei muscoli dei cani affaticati, seguendo più di un metodo di determinazione, ricavai delle quantità di creatinina che sono superiori alla creatina di un terzo e qualche volta della metà.

« Notai quasi sempre che il composto di creatinina e cloruro di zinco precipitava in una massa polverulenta, formata di tanti minutissimi cristalli aghiformi, isolati, anche disposti ad X, raramente in granuli ovoidi mammellonati, alcune volte in forme miste, di una tinta giallastra pallida caratteristica, spesso del colore dello zolfo, poco solubile nell' acqua fredda, più a caldo, insolubilissimi nell'alcool concentrato. Facendone soluzioni a caldo per purificarli mantennero sempre il loro colore anche adoperando carbone animale, solo emanarono un leggero odore che rassomiglia alquanto al solfuro d'allile.

« Nella prima metà del dicembre 1884 feci un estratto di carne di cane affaticato da 8 kg. circa, seguendo il processo colla barite per separare i fosfati, solfati, ecc. e lasciai per molto tempo a sè il residuo dell'evaporazione. Si separò spontaneamente una polvere bianco-giallastra che fu riconosciuta per ipoxantina mista a tracce di xantina, carnina ecc., poscia più tardi ripresi il residuo con forte quantità di alcool assoluto per separare le basi solubili; l'alcool evaporato, ma non del tutto, fu ripreso con etere per eliminare i grassi. Avendo dovuto ancor questo lasciare per molto tempo a sè in un agitatore, vidi che nel punto tra l'alcool ed il magma sottostante si formava uno strato, come emulsionato, che col tempo si rapprese in fiocchi di una sostanza pure giallastra sporca, la quale separata non senza difficoltà e purificata si mantenne del suo colore ed era costituita di tanti piccoli cristalli aghiformi, solubilissimi nell'acqua e nell'alcool concentrato bollente, da cui furono ricristallizzati. Aveva una spiccata reazione alcalina, esposta al calore su lamina di platino, bruciava tutta bene senza lasciare alcun residuo e dando odore di corno; mostrava tutte le altre reazioni dell' azoto e

(1) C. Voit, *Ueber das Verhalten des Kreatins, Kreatinins und Harnstoff im Thierkörper.* Zeitschrift f. Biologie. 1868, IV. B.

non era solforata. Fatta una combustione in presenza di spirali di rame ridotto, le quantità centesimali del carbonio, idrogeno ed azoto non corrisposero alla creatina nè alla creatinina, neppure all'ipoxantina, xantina e congeneri, ma diedero pel C = 43,51, per l'H = 7,21 e per l'N = 39,09; del resto la xantina e l'ipoxantina erano da escludersi, atteso la loro insolubilità relativa nell'acqua e nell'alcool.

« Non trascurai, ma lasciai da parte queste ricerche, dovendomi occupare di altro.

« S'era alla fine dello scorso anno quando il prof. Mosso volle studiare l'azione fisiologica di alcuni componenti chimici dell'organismo, e più specialmente i componenti dei muscoli. A tal uopo si fecero venire dalla fabbrica Schuchardt prodotti purissimi, basi ed acidi, come creatina, creatinina ecc., e prodotti di scomposizioni, come sarcosina ecc. Comparve il lavoro di Gautier, professore nelle Facoltà di medicina di Parigi, letto nelle sedute del 12 e 19 gennaio 1886 all'Accademia di medicina. « Sur les alcaloïdes derivés de la destruction bactérienne ou physiologique des tissus animaux, ptomaïnes et leucomaïnes » (1), in cui fra queste ultime basi ne nota specialmente una, che io ho potuto riscontrare per proprietà chimiche e quasi identificare per composizione elementare alla base da me estratta da 8 kg. di carne, trattata nel decembre 1884. Per proprietà fisiologiche Gautier nota altresì che è velenosa, negli animali produce l'abbattimento, la sonnolenza, una estrema fatica, la defecazione e dei vomiti ripetuti. Per proprietà chimiche nota, fra le altre, che precipita col cloruro di zinco al pari della creatinina.

« A questo punto era allora interessante, anzi si reclamava con insistenza di sperimentare tosto le basi dei muscoli e prima si fu la creatinina, come più energica, allo scopo di vedere non tanto come si comportava nell'organismo, quanto sotto qual forma veniva eliminata.

« Si prese perciò un cane di media taglia e s'iniettarono nell'addome in due diverse esperienze gr. 5 di creatinina sciolta in pochissima acqua. Il cane ambedue le volte provò gl'identici fenomeni fisiologici citati dal Gautier abbattimento, fatica, defecazione, vomiti ecc. Fu messo in una gabbia, fu tenuto al vitto di pane ed acqua e si raccolsero le orine.

« Le prime furono emesse dopo 12 e 15 ore, erano molto dense, con reazione dubbia fra l'alcalina e l'acida e diedero d'azoto, coll'ipobromito di sodio, quantità tali da far supporre già la presenza di una base. Vennero queste orine trattate con latte di calce, ecc., si seguì in tutto il processo Neubauer per estrarre la creatinina sotto forma di composto doppio col cloruro di zinco (2).

(1) Estratto dal Bull. de l'Acad. de Médec.

(2) Neubauer et Vogel, *De l'urine et des sédimentes urinaires*, 1877, p. 280.

« Dalla prima orina della prima esperienza si estrasse circa un grammo del composto doppio di zinco; per la seconda esperienza invece si unirono insieme le orine delle prime 24 ore e da queste si estrasse più di un gr. del composto suddetto. Si presenta sotto forma di una polvere gialla cedrina finissima, costituita di tanti aghi aggruppati in diverse foggie e non manca anche la forma mammellonata del composto di cloruro di zinco e creatinina. La sostanza non è solforata, la sua soluzione non reagisce col nitrato d' argento, scaldata sembra che si scomponga, solida sopporta la temperatura fin oltre ai 150°, non contiene acqua di cristallizzazione e bruciando emana odore di corno.

« Seccata venne analizzata:

gr. 0,2327 di sostanza bruciata in una mescolanza di ossido di rame e cromato di piombo in presenza di spirali di rame ridotto, fornirono gr. 0,2420 di anidride carbonica e gr. 0,0895 di acqua.

gr. 0,1240 di sostanza diede per l'azoto c. c. 28,4 di gas, alla temperatura di 15°,5 ed alla pressione di 747^{mm}, 10.

« Da cui la composizione centesimale seguente:

trovato	calcolato	
	Xantocreatinina $(C_5H_{10}N_4O)_2Zn_1Cl_2$	Creatinina $(C_4H_7N_3O)_2Zn_1Cl_2$
C = 28,36	28,57	26,52
H = 4,27	4,76	3,86
N = 25,89	26,67	23,20

« Si può conchiudere adunque che la sostanza ricavata dalle orine sia quella estratta da Gautier dai muscoli, mista senza dubbio a tracce di creatinina, eliminatasi inalterata, ed infatti al microscopio se ne osservano le forme [1].

« E può ritenersi altresì che nel ricambio materiale dell'organismo in seguito alla fatica si produca questa base ad altre congeneri, le quali potrebbero probabilmente esser quelle che ne segnano gli effetti, del resto non saprebbe spiegarsi in altro modo le forti quantità del composto col cloruro di zinco, che io ho determinato più volte nei muscoli affaticati, di molto superiori alla quantità di creatina, il qual composto, come noto innanzi, non aveva tutti i caratteri e le proprietà del vero cloruro di zinco e creatinina.

« Una esperienza ultima fatta in proposito sopra orine di militari, dopo una marcia di più ore, diede tali risultati che dimostrano senza dubbio trovarsi colla creatinina una notevole quantità di xantocreatinina.

[1] Nelle orine successive, terze e quarte dopo le esperienze, si eliminò quasi tutta creatinina, che venne riscontrata come tale all'analisi; in una di queste poi fu notevole la forte produzione d'indicano, mi riserbo di studiare meglio questo punto con altre esperienze.

« L'estratto alcoolico di 20 litri circa fu trattato, secondo Neubauer, con una soluzione pure alcoolica e concentrata di cloruro di zinco, dopo 24 ore si separò, aderendo alle pareti del recipiente, un primo precipitato di tanti cristallini netti e duri, un altro dopo 48 ore e così di seguito se ne ebbero per 15 giorni ancora, ma sempre scemando nelle quantità giornaliere, raccogliendo in tutto più di 30 gr. del composto di zinco, pari a gr. 20 circa di base (1).

« Tutte queste porzioni furono lavate e purificate separatamente; la prima era di un giallo d'oro chiaro e con forme cristalline non affatto diverse da quelle della base precipitata col cloruro di zinco nell'orina del cane suindicato, le altre porzioni invece andavano di mano in mano perdendo d'intensità nella lor tinta gialla fino a giungere ai cristalli perfettamente bianchi e che al microscopio mostrarono completa la forma mammellonata del composto di zinco colla creatinina.

« Tutti gli altri caratteri e proprietà del composto zincico della base ottenuta nella prima porzione corrispondevano perfettamente con quelli della base estratta dall'urina del cane, su cui fu esperimentata la creatinina, non era solforato, nè reagiva col nitrato d'argento, dava tutte le reazioni dell'azoto, non conteneva acqua di cristallizzazione ecc. ecc.

« Seccato, all'analisi si comportò come segue:

gr. 0,2575 di sostanza, bruciata in presenza di spirali di rame ridotto, diedero gr. 0,2648 di anidride carbonica e gr. 0,1008 di acqua.

gr. 0,1706 di sostanza fornì, bruciata pure in presenza delle spirali ridotte, c. c. 39,9 di gas azoto, alla temperatura di 25° ed alla pressiome di 748^{mm}. 25.

« Da cui:

$$C = 28,05$$
$$H = 4,35$$
$$N = 25,57$$

« Numeri questi che stanno più al composto di cloruro di zinco e xantocreatinina, che ho segnato innanzi, che a quello di creatinina. Ma poscia l'azoto delle altre porzioni scemò gradatamente fino a ridursi con esattezza alla molecola della creatinina ed infatti un'ultima analisi pel C ed H diede perfettamente le quantità centesimali di questa.

« Non è stato possibile di poter separare esattamente i composti delle due basi, nemmeno frazionando le cristallizzazioni, tracce di creatinina vi rimangono sempre unite, neppure vi si è giunto dopo aver trattato con idrato di piombo per eliminare il sale minerale, anzi dopo tale trattamento sembra

(1) Va qui notato la forte quantità di basi cristallizzate estratte da queste orine di militari, dopo una marcia di più ore, quantità superiori senza dubbio ai numeri fin qui dati per la creatinina nelle orine. È in relazione questo fatto colle forti produzioni di basi ricavate col mezzo del cloruro di zinco nella carne di cani affaticati, che cito innanzi.

che la xantocreatinina si scomponga in creatinina; si osserva però nei residui concentrati delle acque di cristallizzazione traccia di una nuova base, incristallizzabile, che manda un lievissimo odore di carne putrefatta, che non precipita però più col cloruro di zinco, ma intorbida col cloruro di platino e di più con quello d'oro; la tenuissima od incalcolabile quantità non ha permesso maggiore esame.

« Il materiale prezioso, per chi consideri potere avere fresche forti quantità di orina di affaticati ed il lungo tempo richiesto per le suesposte ricerche non hanno permesso fino ad ora d'istituirne altre; variando forse le condizioni d'estrazione si giungerà senza dubbio anche dall'orina ad estrarre libera e pura le xantocreatinina, ciò che non trascurerò di fare ».

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Furono inviate in dono all'Accademia le seguenti pubblicazioni di Socî:

G. Gozzadini. *Di alcuni avvenimenti in Bologna e nell'Emilia dal 1506 al 1511 e dei cardinali legati P. Ferrerio e F. Alidosi.*

H. J. Klein. *Rélations réciproques des grands agents de la Nature, d'après les travaux récents de Hirn et Clausius.*

R. von Jhering. *Gesammelte Aufsätze aus den Jahrbüchern für die Dogmatik des heutigen römischen und deutschen Privatrechts.* Bd. III.

CORRISPONDENZA

Ringraziarono per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia della Crusca, di Firenze, e la R. Accademia di scienze naturali e di arti, di Barcellona.

Annunciarono l'invio delle proprie pubblicazioni:

Le Società geologica degli Stati Uniti, di Washington, e la R. Università di Kiel.

P. B.
D. C.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all' Accademia sino al 17 ottobre 1886.

Archeologia. — Il Socio Fiorelli ha fatto pervenire all'Accademia il fascicolo delle *Notizie*, sulle scoperte di antichità per lo scorso mese di settembre, accompagnandolo colla Nota seguente:

« Una tomba di età romana fu scoperta nel comune di Negrar di Valpolicella, nella Regione X; resti di antiche costruzioni si riconobbero in Lingotto presso Torino, nella Regione XI; ed un tesoretto di 800 monete imperiali di tipo comune, che comprende il periodo tra Vitellio ed Alessandro Severo (69-235 e. v.), si rinvenne in Settimo Torinese, territorio appartenente alla Regione predetta. Un considerevole gruppo di bronzi antichissimi, composto di circa settanta fibule a navicella, di alcune armille semplici ecc., si scoprì fuori della barriera Ravaldino in Forlì, nella Regione VIII. Nell'Etruria poi (Regione VII) si esplorarono tombe depredate, in Civitella d'Arna ed in Bolsena; e si ripresero le indagini della necropoli Volsiniese in contrada *Cannicella*, sotto la rupe di Orvieto. Alla regione medesima si riferiscono due ultimi rapporti del sig. A. Pasqui, i quali trattano di altri scavi eseguiti nella necropoli di Bisenzio sul lago di Bolsena. Quivi, oltre il sepolcreto di s. Bernardino, descritto nel fascicolo dello scorso giugno (p. 177 sg.), fu esplorato il sito denominato la *Polledrara*, dove seguendo le tracce riconosciute pochi anni or sono, si trovarono tombe, la cui suppellettile funebre ha rapporto strettissimo con quella della tomba tarquiniese denominata del Guerriero. Fu pure

esplorato nella necropoli medesima il luogo detto *Merellio di s. Magno*, che restituì circa venti tombe a cella, tutte depredate; dal quale sito si dice provengano molti dei vasi dipinti, che si conservano nella raccolta Vaticana.

« In Spoleto (Regione VI) vennero rimessi all'aperto, sotto la piazza del Municipio, cospicui avanzi di edificî romani, appartenenti ad una casa patrizia del primo secolo dell'impero.

« Abbondarono più che al solito le scoperte epigrafiche del suolo romano (Regione I), essendo state rimesse in luce tombe di un sepolcreto della fine della repubblica e del principio dell'impero, tra le vie Salaria e Pinciana, a poca distanza dalle mura di Aureliano.

« Meritevoli di nota sono pure le scoperte della Campania, nella regione stessa, e segnatamente quelle di Napoli. Quivi, in piazza del Municipio, si riconobbero altre tombe di età romana, sopra le quali nei tempi di mezzo furono costruiti edificî, come fu dimostrato dai ruderi che nello strato soprastante s' incontrarono. Tra questi ruderi si trovò un tesoretto di 2494 denari tornesi, che tutto porta a credere fossero stato quivi sepolti sotto il regno di Ladislao (1386-1414).

« In Pompei, essendosi fatto uno scavo fuori le mura della città, poco lungi dall'anfiteatro, si scoprì un' antica via fiancheggiata da tombe, ove si lessero programmi elettorali e gladiatorî. Questa via doveva condurre direttamente a *Nuceria*, e metter capo alla così detta porta di Nocera, la cui denominazione riceverebbe quindi piena conferma.

« Per la Sicilia si ebbe un titolo funebre greco selinuntino, scoperto presso il così detto tempio di Messana in Selinunte, e la notizia di un cospicuo rinvenimento di monete greche, intorno alle quali saranno presto comunicati i rapporti del ch. prof. Salinas ».

Matematica. — *Sui fasci di quadriche in uno spazio ad* n *dimensioni*. Nota del prof. E. Bertini, presentata dal Socio Cremona.

« La lettura dell'interessante Memoria del sig. Segre: *Ricerche sui fasci di coni quadrici in uno spazio lineare qualunque* (Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino, vol. XIX, maggio 1884), mi ha suggerite le osservazioni seguenti, che sono una generalizzazione allo spazio ad n dimensioni di proprietà note dello spazio ordinario. Questa generalizzazione (e precisamente la sola proprietà del n. 1) permette poi (n. 4) di stabilire in modo più diretto i risultati principali ottenuti dal sig. Segre in quel lavoro.

« 1. Suppongo che due quadriche (non specializzate) F, F' si tocchino in un numero m finito di punti. Da tale ipotesi segue subito che nel fascio $(F\,F')$, da esse determinato, esistono soltanto quadriche specializzate una o due volte. Dicansi

$$(1) \qquad S_1^{(1)},\ S_1^{(2)},\ \ldots,\ S_1^{(h)}$$

h raggi (spazî lineari ad una dimensione) doppî rispettivamente per h quadriche del fascio", ed A_i, B_i i due punti di contatto, delle quadriche del fascio, esistenti sopra $S_1^{(i)}$. Resteranno altri $m-2h$ punti di contatto

$$(2) \qquad P_1, P_2, \ldots, P_{m-2h}$$

che saranno punti doppi di quadriche del fascio specializzate una volta sola.

« Ogni raggio S_1 che congiunge due dei punti A, B, P, esclusi i raggi (1), appartiene alla base del fascio (F F'), cioè è comune a tutte le quadriche di questo fascio. Infatti, se X, Y sono due dei punti A, B, P, ma non A_i, B_i, una quadrica F'' del fascio che passa per XY, non può avere questa retta doppia e quindi per essa uno (almeno) X dei punti X, Y sarà semplice. Il piano S_{n-1} tangente in X ad F'' è tangente a tutte le quadriche del fascio e quindi XY ha il punto Y e in X un contatto bipunto con ciascuna di tali quadriche.

« Ne discende che alla base del fascio (F F') appartengono 2^h spazi S_{m-h-1} determinati dai punti (indipendenti)

$$(3) \qquad P_1, P_2, \ldots, P_{m-2h}, A_{r_1}, \ldots, A_{r_s}, B_{r_{s+1}}, \ldots, B_{r_h}$$

(ove $r_1 r_2 \ldots r_h$ è una permutazione qualunque dei numeri $1, 2, \ldots h$). In vero questi punti determinano uno spazio S_τ, che si dimostra subito, coll'aiuto della proprietà precedente (e considerando $\tau+1$ di essi indipendenti), essere comune a tutte le quadriche del fascio. Ora, nell'omografia dei poli di un medesimo piano rispetto alle quadriche F, F', gli $m-h$ punti (3) sono uniti e lo spazio S_τ uno spazio unito. Se fosse $\tau < m-h-1$, in S_τ si avrebbero più di $\tau+1$ punti uniti della detta omografia e quindi dovrebbero esisterne infiniti, i quali, appartenendo S_τ ad F, F', dovrebbero essere loro punti di contatto, contrariamente al supposto.

« Se $h=0$ si ha adunque che gli m punti di contatto sono indipendenti e determinano uno spazio comune alle due quadriche. Dimostrerò ora che la prima di queste proprietà sussiste anche se $h>0$.

« 2. I due spazî S_{h-1} S'_{h-1} determinati rispettivamente (ad es.) dai punti $A_1, A_2, \ldots, A_h$; $B_1, B_2, \ldots, B_h$ non hanno alcun spazio comune. Giacchè, se tale spazio esistesse, sarebbe comune a tutte le quadriche e unito nella suddetta omografia, come lo sono gli spazî S_{h-1}, S'_{h-1}. I punti uniti di quello spazio sarebbero quindi punti di contatto per le quadriche del fascio, cioè dei punti A, B, P: il che è assurdo, non potendo S_{h-1} passare per alcun punto B (nè S'_{h-1} per alcun punto A) giacchè allora conterrebbe alcuno degli spazî (1), che sarebbe per conseguenza luogo di infiniti punti di contatto; e nemmeno potendo S_{h-1}, S'_{h-1} passare per i punti P, per essere i punti (3) tutti indipendenti.

« Adunque gli spazî (1) appartengono ad uno spazio S_{2h-1}, che è unito nella omografia, tali essendo i due spazî S_{h-1} S'_{h-1} che lo determinano. Di nuovo lo spazio S_{2h-1} e l'altro S_{m-2h-1} condotto pei punti P non possono avere alcun spazio comune. Questo spazio, se esistesse, dovrebbe essere comune a

tutte le quadriche (appartenendo ad S_{m-2h-1}) e unito nell'omografia (essendo uniti S_{2h-1} ed S_{m-2h-1}). La qual cosa è pure assurda, non potendo S_{m-2h-1} passare per alcun punto A o B, essendo i punti (3) indipendenti e non potendo altresì S_{2h-1} contenere alcun punto P. Poichè, se S_{2h-1} passasse per i punti

$$(4) \qquad P_1, P_2, \ldots, P_\sigma \quad (m-2h \geq \sigma \geq 1),$$

i due spazî $S_{\sigma+h-1}$, $S'_{\sigma+h-1}$ passanti per questi σ punti e rispettivamente (ad es.) per $A_1, A_2, \ldots, A_h$; $B_1, B_2, \ldots, B_h$, essendo comuni a tutte le quadriche e uniti nella omografia e giacendo in S_{2h-1} si taglierebbero in uno spazio $S_{2\sigma-1}$ (o a dimensioni $> 2\sigma - 1$) pure unito e comune a tutte le quadriche. Lo spazio $S_{2\sigma-1}$, dovrebbe quindi contenere, oltre ai punti (4), altri σ punti di contatto che dovrebbero essere punti A o B. Ma, ciò essendo, in $S'_{\sigma+h-1}$, o in $S_{\sigma+h-1}$ esisterebbe alcuno dei raggi (1), cioè si avrebbero infiniti punti di contatto.

« Si conclude adunque, insieme alle altre particolarità già avvertite, il seguente teorema: — Se due quadriche si toccano in un numero finito m di punti, questi punti sono tutti indipendenti, cioè determinano uno spazio S_{m-1}.

« 3. Si può notare che, siccome in una quadrica ad $n-1$ dimensioni (e non specializzata) il numero massimo a cui può arrivare la dimensione di uno spazio lineare in essa contenuto è $\frac{n-1}{2}$ o $\frac{n-2}{2}$, secondochè n è impari o pari, deve essere (n. 1).

$$m \leq \mathrm{I}\frac{n-1}{2} + h + 1,$$

indicando con $\mathrm{I}\,\frac{n-1}{2}$ il massimo intero contenuto in $\frac{n-1}{2}$. E, dall'essere S_{2h-1} contenuto in S_n ovvero S_{h-1} (ed S'_{h-1}) comune a tutte le quadriche, si ha altresì

$$h \leq \mathrm{I}\frac{n+1}{2}.$$

Adunque

$$m \leq \mathrm{I}\frac{n-1}{2} + \mathrm{I}\frac{n+1}{2} + 1;$$

cioè, se n è pari, deve essere $m \leq n$ e, se n è dispari, $m \leq n+1$. Quando n è pari, può essere $m = n$ solo se $h = \frac{n}{2}$; e, quando n è dispari, può essere $m = n+1$ solo se $h = \frac{n+1}{2}$ (in amendue i casi risultandone $m - 2h = 0$).

« 4. Consideriamo un fascio φ di coni quadrici, i cui sostegni S_{r-1} non abbiano alcun punto comune (Segre, l. c., n. 3). Ogni punto della varietà V, ad r dimensioni, luogo di quei sostegni, è di contatto per il fascio di coni, il che si dimostra facilmente (Segre, l. c., n. 5), e dà come conseguenza che

un fascio di quadriche che si toccano in un numero finito di punti non può essere un fascio di coni quadrici. Nel fascio φ esisterà un numero finito di coni aventi un S_r doppio (i casi in cui esistono spazî doppî a dimensioni $>r$ deducendosi da quel caso generale come casi limiti), e ciascuno di tali S_r avrà con V un S_{r-1} comune (Segre, l. c., nota al n. 17).

« Dicasi S_p lo spazio lineare a cui appartiene la varietà V (tale cioè che V giaccia in esso, ma non in uno spazio lineare a minor dimensione) ed x l'ordine di questa varietà. Uno spazio arbitrario S_{n-r} sega φ in un fascio φ' di quadriche aventi x punti di contatto, quelli d'intersezione con V, e lo spazio S_p in uno spazio S_{p-r}, al quale i detti x punti appartengono. Nel fascio φ' non esistono quadriche con S_i doppî ($i \geq 1$), altrimenti nel fascio primitivo φ si avrebbero coni quadrici con S_{r+i} doppî. Dunque (n. 1) deve essere $x = p - r + 1$ e lo spazio S_{p-r} esistere nella base di φ'. Ne risulta che S_p appartiene alla base di φ e che la varietà V è dell'ordine $p - r + 1$ (Segre, l. c., n. 6, 7, 10, 12). E, poichè $p+1$ punti arbitrarî di V determinano S_p e per quei $p+1$ punti i piani polari (tangenti) sono i medesimi per tutti i coni del fascio φ, si ha altresì che questi coni hanno lungo S_p un medesimo $S_{n+r-p-1}$ tangente (Segre, ivi) ».

Matematica. — *Sopra una proprietà di una classe di funzioni trascendenti.* Nota del prof. Vito Volterra, presentata dal Socio Betti.

« Teorema: Abbiansi $m+n$ variabili $x_1, x_2 \ldots\ldots x_n, y_1, y_2 \ldots\ldots y_m$, legate fra loro dalle m equazioni algebriche

$$\text{(I)} \qquad \left\{ \begin{array}{l} \varphi_1(x_1, x_2, \ldots\ldots x_n, y_2, y_2 \ldots\ldots y_m) = 0 \\ \varphi_2(x_1, x_2, \ldots\ldots x_n, y_1, y_2 \ldots\ldots y_m) = 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \varphi_m(x_1, x_2, \ldots\ldots x_n, y_1, y_2 \ldots\ldots y_m) = 0 \end{array} \right.$$

e siano $f_1, f_2, \ldots\ldots f_n$, n funzioni razionali delle $m+n$ variabili, tali che

$$f_1 dx_1 + f_2 dx_2 + \cdots\cdots + f_n dx_n = dF$$

sia un differenziale esatto.

« Si costruiscano ora n equazioni algebriche

$$\text{(II)} \qquad \left\{ \begin{array}{l} \psi_1(x_1, x_2, \ldots\ldots x_n, y_1, y_2 \ldots\ldots y_m, u_1, u_2, \ldots\ldots u_k) = 0 \\ \psi_2(x_1, x_2, \ldots\ldots x_n, y_1, y_2 \ldots\ldots y_m, u_1, u_2, \ldots\ldots u_k) = 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \psi_n(x_1, x_2, \ldots\ldots x_n, y_1, y_2 \ldots\ldots y_m, u_1, u_2, \ldots\ldots u_k) = 0, \end{array} \right.$$

le quali, oltre al contenere razionalmente le variabili $x_1, x_2,$

$\ldots x_n, y_1, y_2, \ldots y_m$, contengano pure razionalmente le k variabili $u_1, u_2 \ldots u_k$.

« Il sistema delle $m+n$ equazioni algebriche (I) e (II) possegga, per ogni sistema di valori delle $u_1, u_2, \ldots u_k$, p sistemi di soluzioni che denoteremo con

$$\text{(III)} \quad \left\{ \begin{array}{l} x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, \ldots x_n^{(1)}, y_1^{(1)}, y_2^{(1)}, \ldots y_m^{(1)} \\ x_1^{(2)}, x_2^{(2)}, \ldots x_n^{(2)}, y_1^{(2)}, y_2^{(2)}, \ldots y_m^{(2)} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_1^{(p)}, x_2^{(p)}, \ldots x_n^{(p)}, y_1^{(p)}, y_2^{(p)}, \ldots y_m^{(p)}. \end{array} \right.$$

« Nella funzione

$$F(x_1, x_2, \ldots x_n, y_1, y_2, \ldots y_m)$$

si sostituiscano in luogo delle $m+n$ variabili successivamente i p sistemi di soluzioni (III). Otterremo p funzioni che denoteremo con

$$F^{(1)}, F^{(2)}, \ldots, F^{(p)},$$

le quali saranno funzioni di $u_1, u_2, \ldots u_k$.

« Abbiamo sempre che

$$F^{(1)} + F^{(2)} + \ldots + F^{(p)}$$

è una funzione algebrica e logaritmica di $u_1, u_2, \ldots u_k$ il cui differenziale è razionale in $u_1, u_2, \ldots u_k$.

« Un metodo che può seguirsi nella dimostrazione del teorema è il seguente.

« Supponiamo che il campo di variabilità di ciascuna delle variabili complesse $u_1, u_2, \ldots u_k$ sia un piano indefinito ad un solo foglio.

« Facciamo partire queste variabili da un sistema di valori arbitrarî $u_1^0, u_2^0 \ldots u_k^0$ e facciamole tornare agli stessi valori iniziali, dopo che ciascuna variabile ha eseguito nel suo piano un giro qualunque.

« Se consideriamo i sistemi di valori (III) come funzioni delle $u_1, u_2 \ldots u_k$, quando queste variabili torneranno ai valori iniziali dovrà evidentemente verificarsi uno dei tre casi seguenti:

« 1°) ciascuna linea del quadro (III) ritornerà in sè stessa;

« 2°) alcune linee soltanto del quadro (III) torneranno in loro stesse, e le rimanenti si scambieranno fra loro;

« 3°) tutte le linee del quadro (III) si scambieranno le une nelle altre.

« Analogamente consideriamo il sistema di valori $u_1 + du_1, u_2 + du_2, \ldots u_k + du_k$ i quali, partendo dai valori $u_1^0 + du_1^0, u_2^0 + du_2^0, \ldots u_k^0 + du_k^0$ tornino ai valori iniziali stessi.

« Se ad essi corrispondono per le $x_1, x_2, \ldots x_n, y_1, y_2, \ldots y_m$ i p sistemi di soluzioni

$$(\mathrm{III}')\quad \begin{cases} x_1^{(1)}+dx_1^{(1)},\ x_2^{(1)}+dx_2^{(1)}, \ldots\ldots x_n^{(1)}+dx_n^{(1)},\ y_1^{(1)}+dy_1^{(1)},\ y_2^{(1)}+dy_2^{(1)}, \ldots\ldots y_m^{(1)}+dy_m^{(1)} \\ x_1^{(2)}+dx_1^{(2)},\ x_2^{(2)}+dx_2^{(2)}, \ldots\ldots x_n^{(2)}+dx_n^{(2)},\ y_1^{(2)}+dy_1^{(2)},\ y_2^{(2)}+dy_2^{(2)}, \ldots\ldots y_m^{(2)}+dy_m^{(2)} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ x_1^{(p)}+dx_1^{(p)},\ x_2^{(p)}+dx_2^{(p)}, \ldots\ldots x_n^{(p)}+dx_n^{(p)},\ y_1^{(p)}+dy_1^{(p)},\ y_2^{(p)}+dy_2^{(p)}, \ldots\ldots y_m^{(p)}+dy_m^{(p)} \end{cases}$$

e se si suppone che i cammini descritti dai punti $u_1\, u_2 \ldots u_k$ evitino quei sistemi di valori per cui alcune delle radici distinte del quadro (III) divengono fra loro eguali, è evidente, per la continuità, che ad ogni scambio di linee nel sistema (III) corrisponderà un eguale scambio di linee nel sistema (III').

« Ciò premesso, consideriamo la espressione differenziale

$$d\mathrm{F}^{(1)} + d\mathrm{F}^{(2)} + \cdots + d\mathrm{F}^{(p)} = \sum_1^p{}_i \sum_1^n{}_s f_s^{(i)} dx_s^{(i)}$$

la quale, quando si riguardino le

$$x_1^{(i)}, x_2^{(i)} \ldots x_n^{(i)}, y_1^{(i)}, y_2^{(i)} \ldots y_m^{(i)}$$

come funzioni di u_1, u_2, u_k, potrà scriversi sotto la forma

$$\sum_1^k{}_t \Phi_t(u_1, u_2, \ldots u_k)\, du_t .$$

« Se facciamo muovere le $u_1, u_2, \ldots u_k, u_1+du_1, u_2+du_2, \ldots u_k+du_k$ (ciascuna di esse nel suo piano) partendo da un sistema di valori arbitrario $u_1^0, u_2^0 \ldots u_k^0, u_1^0+du_1^0, u_2^0+du_2^0, \ldots u_k^0+du_k^0$ fino a ritornare ai valori stessi (ed evitando quei sistemi di valori per cui alcune delle radici distinte del quadro (III) divengono fra loro eguali), per ciò che si è detto, le $d\mathrm{F}^{(1)}$, $d\mathrm{F}^{(2)}, \ldots d\mathrm{F}^{(p)}$ non faranno altro che riprendere i loro valori iniziali o scambiarsi fra loro, lasciando quindi inalterata la loro somma.

« Ne segue che l'espressione differenziale

$$\sum_1^k{}_t \Phi_t(u_1, u_2, \ldots u_k)\, du_k$$

dovrà essere monodroma. Da questo resultato e da una semplice ispezione delle funzioni Φ_t resulta che l'espressione differenziale dovrà essere razionale in $u_1, u_2, \ldots u_k$, come appunto dovevasi dimostrare.

« Se F è tale che non diviene mai infinito per nessun sistema di valori di $x_1, x_2, \ldots x_n, y_1, y_2, \ldots y_m$, è evidente allora che

$$\mathrm{F}^{(1)} + \mathrm{F}^{(2)} + \cdots + \mathrm{F}^{(p)}$$

dovrà resultare costante e quindi dovremo avere

$$\Phi_t = 0 \quad (t = 1, 2, \ldots\ldots k).$$

« Supponiamo che $\theta_1, \theta_2 \ldots\ldots \theta_n$ siano funzioni razionali delle $x_1, x_2, \ldots\ldots x_n$, $y_1, y_2, \ldots\ldots y_m$ senza che

$$\theta_1\, dx_1 + \theta_2\, dx_2 + \cdots\cdots + \theta_n\, dx_n$$

sia un differenziale esatto. Potremo evidentemente applicare alle θ lo stesso ragionamento già applicato alle f, onde posto

$$\sum_1^p{}_i \sum_1^n{}_s \theta_s^{(i)}\, dx_s^{(i)} = \sum_1^k{}_t \Psi_t(u_1, u_2 \ldots\ldots u_k)\, du_t,$$

avremo che il secondo membro dovrà resultare razionale in $u_1, u_2, \ldots\ldots u_k$.

« Supponiamo di mantenere costanti le $u_1, u_2 \ldots\ldots u_{l-1}, u_{l+1}, \ldots\ldots u_k$ e di far variare la sola u_l. In questa ipotesi avremo che

$$\sum_1^p{}_i \sum_1^n{}_s \theta_s^{(i)}\, dx_s^{(i)} = \frac{d\,\mathrm{F}_l(u_1, u_2 \ldots\ldots u_k)}{du_l}\, du_l,$$

e per la F_l potremo prendere una funzione algebrica e logaritmica di $u_1, u_2 \ldots\ldots u_k$.

« Se quindi le θ_s sono tali che le F_l debbano conservarsi sempre finite, avremo che le Ψ_t dovranno esser nulle.

« Il teorema enunciato da principio può ritenersi come una estensione del teorema d'Abel.

« Dalle considerazioni svolte dopo, può dedursi come caso particolare un resultato enunciato da H. Poincaré in una Nota pubblicata nei « Comptes Rendus » nel gennaio 1885 ».

Matematica. — *Alcune osservazioni sui polinomî del prof. Appell.* Nota di S. Pincherle, presentata dal Socio Betti.

« Nel corso di alcune ricerche sopra gli sviluppi in serie e l'integrazione definita applicata a funzioni analitiche, mi si sono presentati di frequente i sistemi di polinomî studiati dal sig. Appell nella sua Memoria: « *Sur une classe de polynômes* », pubblicata nel 1880 negli Annali della Scuola Normale di Parigi. La presente Nota ha per oggetto di indicare un nuovo modo di generazione di questi sistemi, e di dimostrazione delle loro proprietà.

« 1. Sia $\mathrm{A}(z)$ una funzione definita da una serie di potenze intere negative della z, nulla per $z = \infty$:

$$\frac{a_0}{z} + \frac{a_1}{z^2} + \frac{a_2}{z^3} + \cdots + \frac{a_n}{z^{n+1}} + \cdots$$

e convergente in tutta la porzione del piano z esterna ad un cerchio di centro o e di raggio R. Pongasi $z = y - x$, talchè

$$(1) \qquad A(y-x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{(y-x)^{n+1}} .$$

« Questa, considerata come funzione di y, sarà regolare per tutti i valori tali che sia

$$|y - x| > R ;$$

ma questa condizione è certamente soddisfatta se è

$$|y| > R + |x| ,$$

onde, presi i valori di x entro un cerchio di centro o e di raggio ϱ, e quelli di y fuori di un cerchio di centro o e di raggio $R + \varrho$, la $A(y-x)$ sarà regolare e come tale si potrà sviluppare in serie di potenze di $\frac{1}{y}$. Si avrà pertanto:

$$(2) \qquad A(y-x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{A_n(x)}{y^{n+1}} .$$

« Ora qui si verifica senza difficoltà, eseguendo lo sviluppo mediante la serie binomiale, che il coefficiente $A_n(x)$ non è altro che l'$n+1^{mo}$ polinomio dell'Appell formato col sistema di coefficienti $a_0, a_1, a_2, \ldots a_n \ldots$; cioè

$$(3) \qquad A_n(x) = a_0 x^n + \binom{n}{1} a_1 x^{n-1} + \binom{n}{2} a_2 x^{n-2} + \cdots + a_n .$$

« 2. Dallo sviluppo (2) risultano per i polinomî in discorso le nuove seguenti espressioni:
dal teorema del Taylor, si ha

$$(4) \qquad A_n(x) = \frac{1}{n!} \left[\frac{\partial^n A\left(\frac{1}{y} - x\right)}{\partial y^n} \right]_{y=0} ,$$

e dal teorema di Cauchy:

$$(5) \qquad A_n(x) = \frac{1}{2\pi i} \int A(y-x)\, y^n\, dy ,$$

dove l'integrazione è estesa ad una circonferenza di centro o e di raggio r superiore ad $R + \varrho$ di tanto poco quanto si vuole.

« Dall'espressione (5) risulta

$$|A_n(x)| < M r^n ,$$

essendo M un numero finito positivo (limite superiore dei valori assoluti di $A(y-x)$ per $|y| = r$ ed $|x| < \varrho$); e poichè r è superiore ad $R + \varrho$ di tanto poco quanto si vuole, si può scrivere, secondo una notazione che ho già usata in altro lavoro [1]:

$$(6) \qquad A_n(x) \backsim (R + \varrho)^n .$$

[1] Annali di Matematica, S. II, T. XII, p. 22.

« 3. Il sig. Appell indica con F(A) lo sviluppo che si ottiene (astraendo dalla sua convergenza) sostituendo in una serie di potenze

$$F(z) = \Sigma c_n z^n$$

il polinomio $A_n(x)$ al posto di z^n. La proprietà (6) dei polinomî $A_n(x)$ dimostra che lo sviluppo

$$F(A) = \Sigma c_n A_n(x)$$

dove è $c_n \backsim \alpha^n$, converge sotto la condizione

$$\alpha(R + \varrho) < 1,$$

cioè entro un cerchio di raggio $\frac{1}{\alpha} - R$. Notisi che $\frac{1}{\alpha}$ è il raggio di convergenza della serie $\Sigma c_n z^n$.

« Se questa è una funzione trascendente intera, lo stesso sarà di F(A), purchè R sia finito.

« Se $F(z)$ converge entro un cerchio di raggio r superiore ad $R + \varrho$, si ha per $|x| < \varrho$:

$$F(A) = \frac{1}{2\pi i} \int_r A(y - x) F(y)\, dy. \tag{7}$$

« 4. Dato un sistema di polinomî $A_n(x)$, ed una funzione $f(x)$ regolare entro un cerchio di centro $x = 0$, si può proporsi di sviluppare la $f(x)$ in serie della forma $\Sigma c_n A_n(x)$. Il problema ha dunque per oggetto di determinare il sistema dei coefficienti c_n, o la funzione

$$F(y) = \Sigma c_n y^n.$$

« Ora suppongasi che esista una funzione

$$B(z - y) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{b_n}{(z - y)^{n+1}},$$

tale che estendendo l'integrazione ad una circonferenza compresa nel campo di convergenza di $f(z)$, si abbia

$$\frac{1}{2\pi i} \int B(z - y) f(z)\, dz = F(y); \tag{8}$$

ne verrà

$$\frac{1}{(2\pi i)^2} \iint A(x - y) B(y - z) f(z)\, dz\, dy = f(x),$$

la quale sarà soddisfatta se si può determinare B per modo che sia

$$\frac{1}{2\pi i} \int A(x - y) B(y - z)\, dy = \frac{1}{z - x}.$$

« Ma ponendo

$$A(x - y) = \sum \frac{x^n}{n!} A^{(n)}(y), \qquad B(y - z) = \sum \frac{B_n(y)}{z^{n+1}} \tag{9}$$

viene

$$\frac{1}{2\pi i} \int A^{(n)}(y) B_m(y)\, dy = \begin{cases} 0 & \text{per } m \gtrless n \\ 1 & \text{»} \quad m = n, \end{cases} \tag{10}$$

da cui fra i coefficienti a_n e b_n risultano le relazioni

$$(11) \qquad \begin{cases} a_0 b_n + \binom{n}{1} a_1 b_{n-1} + \binom{n}{2} a_2 b_{n-2} + \cdots + a_n b_0 = 0 \\ a_0 b_0 = 1 . \end{cases}$$

« Questo sistema di equazioni in $b_0, b_1, \ldots$ potendosi sempre risolvere, si potrà almeno *formalmente,* determinare la funzione $B(y-z)$, e quindi mediante la (8) trovare la funzione $F(y)$ richiesta; ma la validità di questa soluzione andrà verificata a posteriori. È condizione sufficiente per la validità degli sviluppi precedenti che si possa determinare una circonferenza di centro $y=0$ lungo la quale convergano insieme, in egual grado, i due sviluppi

$$\sum \frac{A_n(x)}{y^{n+1}} \quad \text{e} \quad \sum \frac{y^n}{n!} B^{(n)}(x);$$

ma non è però necessaria.

« Dalle relazioni (11) segue che

$$\sum \frac{b_n}{n!} z^n = \frac{1}{\sum \frac{a_n}{n!} z^n} .$$

e troviamo così per altra via che i polinomî $B_n(y)$ sono quelli chiamati dall'Appell *inversi* dei polinomî $A_n(x)$.

« 5. Con egual facilità otterremo una formola dovuta al sig. Halphen [1] e che si può riguardare come una notevole generalizzazione della serie di Taylor.

« Abbiamo infatti imparato a risolvere - almeno formalmente - l'equazione funzionale

$$\frac{1}{2\pi i} \int A(y-x) F(y)\, dy = f(x)$$

in cui $F(y)$ è la funzione incognita. Si ponga ora $x+t$, $y+t$ al posto di x ed y, e viene

$$f(x+t) = \frac{1}{2\pi i} \int A(y-x) F(y+t)\, dy ,$$

ma

$$A(y-x) = \sum \frac{A_n(x)}{y^{n+1}} , \qquad F(y+t) = \sum \frac{y^n}{n!} F^{(n)}(t) :$$

onde se queste due serie hanno una circonferenza di centro $y=0$ lungo la quale convergono ambedue in egual grado, si avrà

$$f(x+t) = \sum \frac{F^{(n)}(t)}{n!} A_n(x) ,$$

che è la formola del sig. Halphen ».

[1] Compté-Rendus des Séances de l'Académie des Sciences, T. 93, p. 833. Paris, 1881.

Matematica. — *Sulle soluzioni comuni a due equazioni a derivate parziali del 2° ordine con due variabili.* Nota I. di LUIGI BIANCHI, presentata dal Socio BETTI.

« In diverse ricerche si presenta talora la questione di riconoscere se due date equazioni a derivate parziali del 2° ordine, con due variabili indipendenti e colla medesima funzione incognita, hanno o no soluzioni comuni e, nel caso affermativo, occorre avere un metodo per trovarle.

« La prima parte della questione si risolve, come dimostrerò in questa Nota, con sole operazioni algebriche e di derivazione, la seconda si riduce all'integrazione di un' equazione differenziale ordinaria. Per quanto so, tale problema non era ancora stato trattato in modo generale e completo. Il metodo proposto da Vàlyi [1] non mi sembra applicabile in tutti i casi; esso richiede inoltre un processo d'integrazione più complicato di quello che qui esporrò.

« Alla trattazione del caso generale premetto quella di alcuni casi più semplici, la cui risoluzione preliminare è necessaria, onde il metodo riesca sempre applicabile.

« 1. Essendo $z = z(x, y)$ una funzione di due variabili indipendenti x, y, e denotando, come al solito con $p, q; r, s, t$ le sue derivate parziali di 1° o 2° ordine, proponiamoci di riconoscere se esistano soluzioni comuni alle due equazioni a derivate parziali:

$$(1) \qquad \begin{cases} F(x, y, z, p, q, r, s, t) = 0 \\ f(x, y, z, p, q) \qquad\quad = 0, \end{cases}$$

delle quali la prima è di 2°, la seconda di 1° ordine.

« Per ciò, immaginando la seconda equazione risoluta rispetto a p o q, p. e. rispetto a q, ne trarremo

$$q = \psi(x, y, z, p);$$

da questa seguono le altre

$$s = \frac{\partial \psi}{\partial x} + p \frac{\partial \psi}{\partial z} + r \frac{\partial \psi}{\partial p}$$

$$t = \frac{\partial \psi}{\partial y} + q \frac{\partial \psi}{\partial z} + s \frac{\partial \psi}{\partial p},$$

le quali, combinate colla prima delle (1), determineranno r, s, t in funzione di x, y, z, p [2], diciamo

$$r = \varphi_1(x, y, z, p), \qquad s = \varphi_2(x, y, z, p), \qquad t = \varphi_3(x, y, z, p).$$

[1] Journal von Crelle, Band 95, p. 99.

[2] Escludiamo naturalmente il caso che la prima delle (1) sia una conseguenza della seconda.

« Il nostro problema consiste allora nel determinare z, p in funzione di x, y, in guisa da soddisfare le due equazioni a differenziali totali:

$$\begin{cases} dz = p dx + \psi(x, y, z, p)\, dy \\ dp = \varphi_1(x, y, z, p)\, dx + \varphi_2(x, y, z, p)\, dy\,. \end{cases}$$

« Costruiamo per ciò con Mayer [1] il sistema di equazioni a derivate parziali, lineari e omogenee.

$$(2) \qquad \begin{cases} A(f) = \dfrac{\partial f}{\partial x} + p\dfrac{\partial f}{\partial z} + \varphi_1 \dfrac{\partial f}{\partial p} = 0 \\ B(f) = \dfrac{\partial f}{\partial y} + q\dfrac{\partial f}{\partial z} + \varphi_2 \dfrac{\partial f}{\partial p} = 0\,, \end{cases}$$

dove f è una funzione incognita delle 4 variabili x, y, z, p, riguardate attualmente come indipendenti. Tale sistema sarà Jacobiano se la relazione

$$(3) \qquad A(\varphi_2) = B(\varphi_1)$$

è identicamente soddisfatta, qualunque siano x, y, z, p. In tal caso le (2) avranno due soluzioni indipendenti f_1, f_2 ed eguagliandole a due costanti arbitrarie c_1, c_2 se ne trarrà

$$z = z(x, y, c_1, c_2)\,,$$

che sarà la soluzione più generale delle proposte (1) [3].

« Quando la (3) non sia un' identità, dovrà essere però verificata se per z, p si sostituiscano i valori z_1, p_1, corrispondenti ad una soluzione comune delle (1), perchè, dopo tale sostituzione, la (3) esprime l'identità

$$\frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial^2 z_1}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial^2 z_1}{\partial x\, \partial y}\,.$$

« Allora la (3), se contiene p, ci determinerà p in funzione di x, y, z, e similmente esprimeremo q per x, y, z, diciamo

$$p = \lambda(x, y, z) \qquad q = \mu(x, y, z)\,.$$

« Quando l'equazione a differenziali totali

$$dz = \lambda dx + \mu dy$$

soddisfi alla condizione d'integrabilità, ne trarremo z in funzione di x, y e di una costante arbitraria e resterà a verificare se tale valore di z soddisfa la (1).

« 2. Supponiamo date tre equazioni simultanee e distinte a derivate parziali del 2° ordine

$$\begin{cases} F_1(x, y, z, p, q, r, s, t) = 0 \\ F_2(x, y, z, p, q, r, s, t) = 0 \\ F_3(x, y, z, p, q, r, s, t) = 0 \end{cases}$$

[1] Mathematische Annalen, Band 5, p. 448.

[2] E infatti si vede subito che se in una soluzione qualunque $f(x, y, z, p)$ delle (2) si sostituiscono per z, p, i valori z_1, p_1, corrispondenti ad una soluzione comune delle (1), la f diventa una costante.

e cerchiamo se esistano soluzioni comuni [1]. Se fra di esse non si potranno eliminare r, s, t in guisa da ottenere una equazione del 1° ordine (il che ricondurrebbe al caso superiormente trattato), potremo trovare r, s, t in funzione di x, y, z, p, q, diciamo:

$$r = \varphi_1(x, y, z, p, q), \quad s = \varphi_2(x, y, z, p, q), \quad t = \varphi_3(x, y, z, p, q).$$

« Il nostro problema consiste allora nel determinare z, p, q in funzione di x, y in guisa da soddisfare alle tre equazioni a differenziali totali:

$$\begin{cases} dz = p\,dx + q\,dy \\ dp = \varphi_1\,dx + \varphi_2\,dy \\ dq = \varphi_2\,dx + \varphi_3\,dy. \end{cases}$$

« Perciò costruiremo, come sopra, il sistema corrispondente di equazioni del 1° ordine, lineari, omogenee:

$$(4) \qquad \begin{cases} A(f) = \dfrac{\partial f}{\partial x} + p\dfrac{\partial f}{\partial z} + \varphi_1\dfrac{\partial f}{\partial p} + \varphi_2\dfrac{\partial f}{\partial q} = 0 \\ B(f) = \dfrac{\partial f}{\partial y} + q\dfrac{\partial f}{\partial z} + \varphi_2\dfrac{\partial f}{\partial p} + \varphi_3\dfrac{\partial f}{\partial q} = 0, \end{cases}$$

dove f denota una funzione incognita delle 5 variabili x, y, z, p, q, attualmente riguardate come indipendenti.

« Se le condizioni

$$(5) \qquad A(\varphi_2) = B(\varphi_1), \quad A(\varphi_3) = B(\varphi_2)$$

sono identicamente soddisfatte in x, y, z, p, q, il sistema (4) sarà Jacobiano, ed eguagliando le sue tre soluzioni indipendenti f_1, f_2, f_3 a tre costanti arbitrarie c_1, c_2, c_3, ne trarremo

$$z = z(x, y, c_1, c_2, c_3),$$

che sarà la soluzione più generale delle equazioni proposte.

« Quando le (5) non siano identiche, dovranno però essere verificate da ogni soluzione comune z_1 delle proposte e dalle sue derivate parziali p_1, q_1, poichè, fatta tale sostituzione, esse stanno ad esprimere le identità

$$\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial^2 z_1}{\partial x\,\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial^2 z_1}{\partial x^2}, \quad \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial^2 z_1}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial^2 z_1}{\partial x\,\partial y}.$$

« In tal caso le (5) costituiranno *una* o *due* relazioni fra x, y, z, p, q e il problema si tratterrà ulteriormente come al n. precedente.

« 3. Siano ora date due equazioni simultanee a derivate parziali del 2° ordine.

$$(6) \qquad \begin{cases} F_1(x, y, z, p, q, r, s, t) = 0 \\ F_2(x, y, z, p, q, r, s, t) = 0 \end{cases}$$

[1] La risoluzione di questo problema è ben nota (cf. p. e. König, *Partielle Differentialgleichungen* 2er *Ordnung*. Math. Annalen, Band 24, p. 470). Qui la riproduco per completare la trattazione.

algebricamente compatibili e distinte e fra le quali non sia possibile eliminare simultaneamente r, s, t, per modo da dar luogo ad un' equazione del 1° ordine. In tale ipotesi esse potranno risolversi rispetto ad una delle seguenti coppie:

$$r, t;\ r, s;\ s, t.$$

« I due ultimi casi deducendosi l'uno dall'altro collo scambio di x, y; p, q; r, t, distingueremo due soli casi e cioè:

« *1° caso.* Le (6), risolute rispetto a r, t, danno:

$$(7)\qquad \begin{cases} r = \varphi_1(x, y, z, p, q, s) \\ t = \varphi_2(x, y, z, p, q, s). \end{cases}$$

« Se in generale, essendo φ una funzione qualunque delle variabili x, y, z, p, q, s, riguardate attualmente come indipendenti, denotiamo coi simboli $\lambda(\varphi), \mu(\varphi)$ i risultati delle operazioni

$$(8)\qquad \begin{cases} \lambda(\varphi) = \dfrac{\partial\varphi}{\partial x} + p\dfrac{\partial\varphi}{\partial z} + \varphi_1\dfrac{\partial\varphi}{\partial q} + s\dfrac{\partial\varphi}{\partial q} \\ \mu(\varphi) = \dfrac{\partial\varphi}{\partial y} + q\dfrac{\partial\varphi}{\partial z} + s\dfrac{\partial\varphi}{\partial p} + \varphi_2\dfrac{\partial\varphi}{\partial q}, \end{cases}$$

dalle (7), supposte coesistenti, derivandole rispettivamente rapporto ad y, x, otteniamo

$$\frac{\partial^3 z}{\partial x^2\,\partial y} = \mu(\varphi_1) + \frac{\partial\varphi_1}{\partial s}\cdot\frac{\partial^3 z}{\partial x\,\partial y^2}$$
$$\frac{\partial^3 z}{\partial x\,\partial y^2} = \lambda(\varphi_2) + \frac{\partial\varphi_2}{\partial s}\cdot\frac{\partial^3 z}{\partial x^2\,\partial y}.$$

e conseguentemente, supposto

$$\frac{\partial\varphi_1}{\partial s}\,\frac{\partial\varphi_2}{\partial s} \gtrless 1,$$

$$ds = \frac{\partial^3 z}{\partial x^2\,\partial y}dx + \frac{\partial^3 z}{\partial x\,\partial y^2}dy = \frac{\mu(\varphi_1) + \frac{\partial\varphi_1}{\partial s}\cdot\lambda(\varphi_2)}{1 - \frac{\partial\varphi_1}{\partial s}\,\frac{\partial\varphi_2}{\partial s}}dx + \frac{\lambda(\varphi_2) + \frac{\partial\varphi_2}{\partial s}\mu(\varphi_1)}{1 - \frac{\partial\varphi_1}{\partial s}\,\frac{\partial\varphi_2}{\partial s}}dy.$$

« Si vede quindi che il problema proposto equivale a determinare z, p, q, s in funzione di x, y, in guisa da soddisfare alla equazione superiore a differenziali totali e alle altre tre:

$$dz = pdx + qdy, \qquad dp = \varphi_1 dx + sdy, \qquad dq = sdx + \varphi_2 dy.$$

« Analogamente a quanto abbiamo fatto nei numeri precedenti, indicando

con f una funzione incognita delle 6 variabili x, y, z, p, q, s (riguardate come indipendenti) costruiremo il sistema corrispondente:

$$(9)\quad \begin{cases} A(f)=\dfrac{\partial f}{\partial x}+p\dfrac{\partial f}{\partial z}+\varphi_1\dfrac{\partial f}{\partial p}+s\dfrac{\partial f}{\partial q}=\dfrac{\mu(\varphi_1)+\dfrac{\partial\varphi_1}{\partial s}\lambda(\varphi_2)}{1-\dfrac{\partial\varphi_1}{\partial s}\dfrac{\partial\varphi_2}{\partial s}}\cdot\dfrac{\partial f}{\partial s}=0 \\[2ex] B(f)=\dfrac{\partial f}{\partial y}+q\dfrac{\partial f}{\partial z}+s\dfrac{\partial f}{\partial p}+\varphi_2\dfrac{\partial f}{\partial q}=\dfrac{\lambda(\varphi_2)+\dfrac{\partial\varphi_2}{\partial s}\mu(\varphi_1)}{1-\dfrac{\partial\varphi_1}{\partial s}\dfrac{\partial\varphi_2}{\partial s}}\cdot\dfrac{\partial f}{\partial s}=0. \end{cases}$$

« Si riscontra subito che si ha, qualunque sia f:

$$A\left[B(f)\right]-B\left[A(f)\right]=\left\{A\left(\frac{\lambda(\varphi_2)+\frac{\partial\varphi_2}{\partial s}\mu(\varphi_1)}{1-\frac{\partial\varphi_1}{\partial s}\frac{\partial\varphi_2}{\partial s}}\right)-B\left(\frac{\mu(\varphi_1)+\frac{\partial\varphi_1}{\partial s}\lambda(\varphi_2)}{1-\frac{\partial\varphi_1}{\partial s}\frac{\partial\varphi_2}{\partial s}}\right)\right\}\cdot\frac{\partial f}{\partial s}$$

e perciò il sistema costruito (9) sarà Jacobiano se la relazione

$$(10)\qquad A\left(\frac{\lambda(\varphi_2)+\frac{\partial\varphi_2}{\partial s}\mu(\varphi_1)}{1-\frac{\partial\varphi_1}{\partial s}\frac{\partial\varphi_2}{\partial s}}\right)=B\left(\frac{\mu(\varphi_1)+\frac{\partial\varphi_1}{\partial s}\lambda(\varphi_2)}{1-\frac{\partial\varphi_1}{\partial s}\frac{\partial\varphi_2}{\partial s}}\right).$$

è un' identità in x, y, z, p, q, s. Allora eguagliando le $6-2=4$ soluzioni indipendenti f_1, f_2, f_3, f_4 del sistema (9) a 4 costanti arbitrarie c_1, c_2, c_3, c_4 se ne trarrà la soluzione più generale

$$z=z(x, y, c_1, c_2, c_3, c_4)$$

delle proposte (7).

« Quando la (10) non sia identica in x, y, z, p, q, s, dovrà in ogni caso essere soddisfatta per ogni soluzione comune z_1 dalle (7) e pei valori corrispondenti p_1, q_1, s_1 di p, q, s. In tal caso essa determinerà s in funzione di x, y, z, p, q, o sarà per z un' equazione del 1° ordine: saremo cioè ricondotti al problema del n. 2 o a quello del n. 1.

« 2° *caso*. Le (6) risolute rispetto a s, t, danno:

$$(11)\qquad \begin{cases} s=\psi_1(x, y, z, p, q, r) \\ t=\psi_2(x, y, z, p, q, r). \end{cases}$$

« Essendo ψ una funzione qualunque di x, y, z, p, q, r, riguardate come variabili indipendenti, introduciamo qui le notazioni

$$\begin{cases} \tau(\psi)=\dfrac{\partial\psi}{\partial x}+p\dfrac{\partial\psi}{\partial z}+r\dfrac{\partial\psi}{\partial p}+\psi_1\dfrac{\partial\psi}{\partial q} \\[2ex] \varrho(\psi)=\dfrac{\partial\psi}{\partial y}+q\dfrac{\partial\psi}{\partial z}+\psi_1\dfrac{\partial\psi}{\partial p}+\psi_2\dfrac{\partial\psi}{\partial q}. \end{cases}$$

« Derivando la 1ª delle (11) (che supponiamo coesistenti) rapporto ad x, avremo:

$$\frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y} = \mathfrak{r}(\psi_1) + \frac{\partial \psi_1}{\partial r} \cdot \frac{\partial^3 z}{\partial x^3};$$

d'altra parte, derivando invece la 1ª rapporto ad y, la 2ª rapporto ad x e paragonando i risultati, otteniamo:

$$\varrho(\psi_1) + \frac{\partial \psi_1}{\partial r} \frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y} = \mathfrak{r}(\psi_2) + \frac{\partial \psi_2}{\partial r} \frac{\partial^3 z}{\partial x^3},$$

da cui

$$\frac{\partial^3 z}{\partial x^3} = \frac{\frac{\partial \psi_1}{\partial r} \mathfrak{r}(\psi_1) + \varrho(\psi_1) - \mathfrak{r}(\psi_2)}{\frac{\partial \psi_2}{\partial r} - \left(\frac{\partial \psi_1}{\partial r}\right)^2}$$

$$\frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y} = \frac{\frac{\partial \psi_2}{\partial r} \mathfrak{r}(\psi_1) + \frac{\partial \psi_1}{\partial r}\left\{\varrho(\psi_1) - \mathfrak{r}(\psi_2)\right\}}{\frac{\partial \psi_2}{\partial r} - \left(\frac{\partial \psi_1}{\partial r}\right)^2},$$

purchè non sia

$$\frac{\partial \psi_2}{\partial r} = \left(\frac{\partial \psi_1}{\partial r}\right)^2.$$

« Analogamente al 1° caso, costruiremo qui il sistema corrispondente di equazioni del 1° ordine, lineari e omogenee:

$$(12)\quad \begin{cases} A(f) = \frac{\partial f}{\partial x} + p\frac{\partial f}{\partial z} + r\frac{\partial f}{\partial p} + \psi_1 \frac{\partial f}{\partial q} + \frac{\frac{\partial \psi_1}{\partial r} \mathfrak{r}(\psi_1) + \varrho(\psi_1) - \mathfrak{r}(\psi_2)}{\frac{\partial \psi_2}{\partial r} - \left(\frac{\partial \psi_1}{\partial r}\right)^2} \cdot \frac{\partial f}{\partial r} = 0 \\ B(f) = \frac{\partial f}{\partial y} + q\frac{\partial f}{\partial z} + \psi_1 \frac{\partial f}{\partial p} + \psi_2 \frac{\partial f}{\partial q} + \frac{\frac{\partial \psi_2}{\partial r} \mathfrak{r}(\psi_1) + \frac{\partial \psi_1}{\partial r}\left\{\varrho(\psi_1) - \mathfrak{r}(\psi_2)\right\}}{\frac{\partial \psi_2}{\partial z} - \left(\frac{\partial \psi_1}{\partial r}\right)^2} \cdot \frac{\partial f}{\partial r} = 0. \end{cases}$$

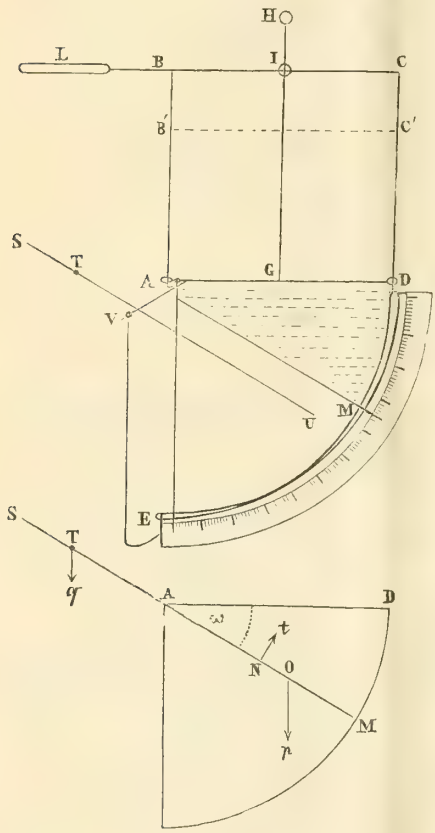
« Questo sistema sarà Jacobiano se la condizione

$$(13)\quad A\left(\frac{\frac{\partial \psi_2}{\partial r} \mathfrak{r}(\psi_1) + \frac{\partial \psi_1}{\partial r}\left\{\varrho(\psi_1) - \mathfrak{r}(\psi_2)\right\}}{\frac{\partial \psi_2}{\partial r} - \left(\frac{\partial \psi_1}{\partial r}\right)^2}\right) = B\left(\frac{\frac{\partial \psi_1}{\partial r} \mathfrak{r}(\psi_1) + \varrho(\psi_1) - \mathfrak{r}(\psi_2)}{\frac{\partial \psi_2}{\partial r} - \left(\frac{\partial \psi_1}{\partial r}\right)^2}\right)$$

è identicamente verificata in x, y, z, p, q, r e in tal caso, eguagliando le 4 soluzioni indipendenti $f_1 f_2 f_3 f_4$ del sistema (12) a 4 costanti arbitrarie, si avrà la soluzione più generale z delle proposte (11). Altrimenti la (13) darà una relazione fra x, y, z, p, q, r e saremo ricondotti ai casi dei n. 1 o 2 ».

Fisica. — *La staderina dei coseni e le variazioni della costante di capillarità.* Nota del prof. CARLO MARANGONI, presentata dal Socio BLASERNA.

« 1. In tre Memorie che pubblicai anni addietro (1) provai con numerose esperienze che la così detta *viscosità superficiale* deriva dalla tensione superficiale, e si verifica quando la superficie di un liquido è imbrattata. Mostrai che la viscosità superficiale non dipende da un attrito interno fra le molecole; anzi formulai il principio dell'*elasticità superficiale*, che cioè: *In una superficie liquida imbrattata, ogni aumento, o diminuzione di area produce rispettivamente aumento o diminuzione di tensione; e che tali variazioni sono temporanee.*



« Nel riprendere in esame questi studi ho immaginato un apparatino ancora più opportuno dei precedenti (2) sia per misurare la forza contrattile, che per dimostrare nella scuola il detto principio.

« 2. La mia *staderina dei coseni* è una modificazione del semplicissimo apparato di Dupré de Rennes (3). Essa è formata di un filo rigido di ottone nichelato A B C D (fig. 1) che si prolunga in un doppio filo D E ad arco di cerchio. Accanto al doppio filo è un quadrante graduato. Una forcella A E V regge un asse A V al quale sono fissati due soti tili fili paralleli uno dei qual A M, che chiamerò il raggio mobile, può scorrere fra i due fili ad arco; sull'altro filo S U si muove a sfregamento un peso T a

(1) *Sul principio della viscosità superficiale dei liquidi.* Nuovo Cimento. Aprile 1872. — *Difesa della teoria dell'elasticità superficiale.* N. Cimento. Gen.-apr. 1878. — *Errori prodotti dalla capillarità nelle misure cogli areometri.* Rivista scient. ind. dell'ing. G. Vimercati, 1880.

(2) Vedi la *bilancia capillare* nella mia *Difesa* O. C. e, *l'apparato* a *riversamento* nella suddetta Memoria: *Errori prodotti dalla capillarità* ecc.

(3) Dupré de Rennes, *Théorie mécanique de la chaleur.* Paris 1869, p. 226. Estratto dagli Annales de Chimie et de Physique. Mai, 1868 p. 72.

guisa d'un romano di stadera. Il peso T è tale che quando si trova in S il sistema dei due fili è in equilibrio indifferente. A D è un filo che forma il lato mobile; esso termina con due occhielli pei quali passano i lati paralleli A B e C D. Il filo A D si può alzare ed abbassare per mezzo del filo G H saldato al primo e scorrevole attraverso l'occhiello I. Finalmente un manico L serve a tenere l'apparato.

« 3. Si fissi la staderina in modo che i lati B A, C D sieno verticali, quindi, abbassando l'estremità S, si conduca il raggio mobile A M a combaciare con A D, poi si scorra lungo i due fili A D, e lungo l'arco D E un pennellino di vajo intinto nel liquido glicerico, o nella saponata mucillagginosa [1]. Così si forma una stretta lamina fra i due fili mobili e fra il doppio filo ad arco. Lasciando libero il raggio mobile, questo si abbassa sviluppando la lamina liquida A M D finchè non sia in equilibrio, per es. nella posizione A M.

« Alzando allora il lato mobile si vede il raggio A M sollevarsi rapidamente di 10° e anche di 20°; ma ben presto il raggio discende gradatamente al punto normale. Riconducendo il filo B′ C′ in A D, il raggio mobile si abbassa molto al di sotto del punto normale, per ritornarvi presto.

« Coll'alzare il filo mobile la lamina liquida aumenta di area di tanto quanto è quella del rettangolo A B′ C′ D, e coll'abbassare il filo l'area diminuisce di altrettanto; in pari tempo si vede nel primo caso crescere il momento statico del raggio mobile e nel secondo caso diminuire. Dunque è dimostrato il principio: che un aumento di area produce aumento di tensione. e viceversa; in oltre, che le variazioni di tensione sono temporanee; cessata la variazione di area, in pochi secondi il raggio mobile si riconduce alla posizione normale.

« Colla saponata mucillagginosa trovai per es.

Posizione di riposo del raggio	33°
Alzando il filo A D di 8 cent	0°
Abbassando	50°

« 4. Ed ora calcoliamo i valori estremi che può assumere la costante di capillarità. Il sistema dei fili S A M (fig. 2) è in equilibrio quando sono uguali i momenti del sistema dei pesi uniti al raggio mobile, e della tensione superficiale che agisce sul raggio A M, rispetto all'asse passante per A.

« Supponiamo in O il centro di gravità dei due fili (che nella fig. 2 sono sovrapposti secondo la S A M) quando sia tolto il romano T, e sia p il loro peso.

[1] Invece del liquido glicerico di Plateau, che è costoso e di lunga preparazione, ho trovata utile una soluzione fatta a caldo di 1 parte di sapone di Marsiglia, 2 parti di gomma arabica in polvere in 100 p. di acqua distillata, senza filtrare.

« In una data osservazione il romano trovisi nel punto T; si chiami q il peso del romano. Il momento risultante di queste due forze rispetto all'asse passante per A è:

$$(p \times AO - q \times AT) \cos \omega$$

Siccome si è detto che quando il romano è in S il sistema è in equilibrio indifferente, si ha pure:

$$p \times AO = q \times AS$$

e sostituendo questo valore nella precedente, chiamando con l la differenza AS — AT, si ha:

$$q \,.\, l \,.\, \cos \omega \,. \qquad [1]$$

« Ora la tensione t agisce egualmente sulle due faccie ed è applicata al punto N di mezzo del raggio mobile; chiamando α la costante di capillarità (cioè lo sforzo in mmg che si esercita perpendicolarmente al raggio mobile su di un mm di lunghezza) e chiamando r il raggio AM, il valore della tensione totale è, $2\alpha r$ ed il suo momento rispetto all'asse A è:

$$-2\alpha r \frac{r}{2} = -\alpha r^2 \qquad [2]$$

Siccome il sistema è in equilibrio, sommando i momenti [1] e [2] si ha zero:

$$q\, l \cos \omega - \alpha r^2 = 0$$

da cui

$$\alpha = \frac{q \,.\, l \,.\, \cos \omega}{r^2} \,. \qquad [3]$$

La formola mostra che rimanendo costanti le quantità q, l ed r il valore di α è proporzionale al coseno dell'angolo ω; di qui il nome dell'apparato.

« Se invece si variasse la distanza l del romano, in modo da mantenere costante l'angolo ω, si avrebbe α proporzionale alla distanza ST. La graduazione si farebbe nella seguente maniera: determinata per una volta α, si risolva rispetto ad l:

$$l = \frac{\alpha\, r^2}{q \cos \omega} \,. \qquad [4]$$

« Si divida la distanza ST in α parti a cominciare da S e si ripetano le parti fino in U. Dalla formola [4] si vede che la sensibilità della staderina aumenta col crescere del raggio mobile, e col diminuire il peso del romano e dell'angolo ω.

« 5. Ed ora veniamo ai calcoli delle osservazioni. Ponendo nella formola [3] i valori delle costanti dell'apparato e quelle degli angoli dati più sopra (§ 3) si ha:

	ω	α	diff.
Lamina stirata rapidamente	0°	3,1	+0,5
» in riposo, ovvero normale	33	2,6	
» contratta dopo essere stata stirata	50	2,0	—0,6

« Queste variazioni sorprendono, essendo l'aumento di tensione più di $^1/_5$, e la diminuzione più di $^1/_4$ del valore normale; perlochè la denominazione di *costante* di capillarità apparisce poco felice e proporrei sostituirla con: *coefficiente di capillarità.*

« 6 Potendo sorgere il dubbio che il raggio mobile si sposti seguendo il moto del lato A D, come se la lamina liquida godesse le proprietà di un solido, cercai di produrre l'aumento di area in direzione perpendicolare alla lamina liquida. Ciò ottenni soffiando l'aria con un tubo di vetro verso il punto D perpendicolarmente alla lamina liquida. Si forma così una bolla che si può staccare da sè, senza che la lamina A D M si rompa. Mentre la bolla si forma il raggio mobile si alza, cioè la tensione cresce; cessando di soffiare, il raggio ritorna al punto normale. Soffiando piano il raggio si portò da 30° a 20°; soffiando di più in più forte, si alzò fino a 10°; così che si ha:

per 30° $\alpha = 2^{mmg},7$

per 10° $\alpha = 3,0$ diff. 0,3.

Dunque pel formarsi di una bolla il coefficente di capillarità cresce di $^1/_9$ del valore normale.

« Se si soffia vicino all'angolo M il raggio mobile si abbassa, contrariamente all'aspettativa. La ragione dell'anomalia sta in ciò che, soffiando vicino al raggio mobile, la lamina si inclina ed esce dal piano di rotazione; per lo che la componente della tensione nel detto piano, è tanto più diminuita quanto più si soffia, e la diminuzione della componente maschera l'aumento di tensione.

« 7. Volli provare l'azione dei vapori sulle lamine saponate, e rimasi sorpreso nell'osservare che alcuni di essi ne facevano crescere la tensione anzichè scemarla.

« Il più attivo di tutti è il gas ammoniaco. Collocando sotto il raggio mobile del cotone inzuppato di ammoniaca il suo vapore sale ed investe la lamina, ed il raggio mobile tosto si alza: allontanando l'ammoniaca il raggio si abbassa e tende lentamente verso la posizione normale. Si può ripetere più volte l'osservazione sulla stessa lamina, perchè l'ammoniaca ne cresce la persistenza [1]. Ecco le osservazioni di una serie:

		mmg	
Lamina saponata nell'aria	32°	2,6	diff.
» nel vapore di ammoniaca	16	3,0	+ 0,4
» tolto il » »	28	2,7	+ 0,1
» rimesso » »	15	3,0	+ 0,4
» tolto il » »	25	2,8	+ 0,2
» rimesso » »	19	2,9	+ 0,3

[1] Vedi: *Monografia delle bolle liquide* (in collaborazione col prof. Stefanelli). Nuovo Cimento 1872-73.

« La variazione massima prodotta dal vapore di ammoniaca, che è 0, 4, è circa $^1/_7$ del valore normale.

« Coll'ammoniaca il raggio mobile sale o scende con lentezza, mentre per le variazioni di area il moto del raggio è rapido.

« Anche il fumo del tabacco influisce molto sulla tensione delle lamine. Dirigendo contro la lamina una boccata di fumo il raggio mobile si alza, indi lentamente tende a ritornare al punto normale. Il fumo del tabacco aumenta pure la persistenza delle lamine; ed ecco i dati di una osservazione:

		mmg	
Lamina saponata nell'aria	28°	2,73	
» in mezzo al fumo del sigaro	26	— 2,78	+ 0,05
» sparito il » »	27	2,76	+ 0,03
» in mezzo al » »	24	2,83	+ 0.10
» sparito il » »	27	2,76	+ 0,03
» in mezzo al » »	22	2,87	+ 0,14

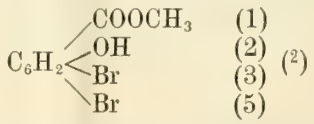
« La massima variazione, di mmg. 0, 14, rappresenta un aumento di $^1/_{20}$ della tensione normale.

« I vapori di etere, benzina, solfuro di carbonio, solfidrato ammonico, canfora non producono sensibile variazione nel coefficiente di capillarità.

« 8. Se sulla superficie fresca dell'acqua pura (posta nel mio apparato a riversamento sopra citato) si dirige un getto di vapore d'ammoniaca o il fumo del sigaro, l'areometro emerge tosto, mostrando che la superficie si imbratta e che la tensione scema, come di regola. Non si capisce adunque perchè l'ammoniaca e il fumo del tabacco aumentino la tensione dell'acqua saponata. Parrebbe che i detti vapori, in luogo d'imbrattare, puliscano la superficie dell'acqua saponata. Tale anomalia è interessante, e merita di essere studiata ».

Chimica.— *Sugli acidi mono- e bibromoalchilsalicilici.* Nota III. [1] del *dott.* Alberto Peratoner presentata dal Socio A. Cossa.

Bibromosalicilato di metile.



« Bromurando l'essenza di gaulteria, come dissi nella precedente Nota, Cahours [3] ottenne assieme a piccole quantità di etere monobromurato un etere bibromurato fusibile verso 145°.

(1) Vedi pag. 198.

(2) Vedi una Memoria precedente: *Sulla costituzione dell' acido bibromosalicilico.* Rendiconti della R. Accademia dei Lincei Vol. II (2° sem.), pag. 147.

(3) Ann. chim. et phys. 3] X 341, 342.

« Il bibromosalicilato di metile si ha facilmente saturando una soluzione di acido bibromosalicilico in alcool metilico con acido cloridrico gassoso, ma si prepara più comodamente versando sul monobromosalicilato metilico, contenuto in una capsula raffreddata con ghiaccio, tanto bromo da fare una densa poltiglia. Dopo alcune ore di riposo si scaccia a b. m. l'eccesso di bromo, si lava e si cristallizza l'etere dall'alcool concentrato.

gr. 0,4915 di sostanza diedero gr. 0,5607 di anidride carbonica e gr. 0.1051 di acqua.

gr. 0,4208 di sostanza fornirono gr. 0,5069 di bromuro d'argento.

« Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_8 H_6 O_3 Br$
Carbonio:	31,11	30,96
Idrogeno:	2,37	1,93
Bromo:	51,30	51,61

« Il bibromosalicilato di metile cristallizza in aghi lunghi splendenti ed incolori, fusibili a 148°-149°. E insolubile nell' acqua, poco solubile nell'alcool freddo, ma si scioglie meglio in quello caldo e nell' etere. Si saponifica facilmente con potassa acquosa, ma per sciogliere il sale formato vi occorre una soluzione di potassa alquanto allungata. Dal sale si ha l'acido fusibile a 218°-219°, identico con quello ottenuto direttamente dall' acido salicilico.

Acido bibromometilsalicilico.

$$C_6H_2 \begin{cases} COOH & (1) \\ OCH_3 & (2) \\ Br & (3) \\ Br & (5) \end{cases}$$

« Si ottiene il suo etere metilico scaldando per due ore a 110°-120° il bibromosalicilato di metile con idrato potassico, joduro di metile ed alcool metilico. Essendo però il bibromosalicilato metilico poco solubile e saponificandosi facilmente al contatto della potassa solida, è necessario aggiungere quest'ultima in soluzione di alcool metilico.

« Facendo agire in tubi chiusi, sull'acido bibromosalicilico joduro di metile e la quantità di idrato potassico equivalente a 2 molecole a 160°, come fece Ladenburg (1) per l'acido etilparaossibenzoico e Göttig (2) per l'acido etilsalicilico, si ebbe nell'aprire i tubi un veemente sviluppo di gas, proveniente probabilmente dall'azione della potassa sul joduro, ed il contenuto dei tubi non era altro che bibromosalicilato potassico.

« Per separare l'etere dell'acido bibromometilsalicilico dal bibromosalicilato metilico inalterato, si riscalda il loro miscuglio con molta soluzione

(1) Ann. 141, 241.
(2) Berichte 9, 1475.

acquosa di potassa al 5 % che saponifica soltanto il secondo. L'olio indisciolto lavato si solidifica per raffreddamento; da esso si ha per saponificazione l'acido bibromometilsalicilico che si cristallizza da un miscuglio di acqua ed alcool fatto a parti uguali, finchè la sua soluzione non dia più colorazione coi sali ferrici.

gr. 0,3602 di sostanza diedero gr. 0.4139 di anidride carbonica e gr. 0.0858 di acqua.

gr. 0,3923 di sostanza fornirono gr. 0,4749 di bromuro d'argento.

« Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_8 H_6 O_3 Br_2$
Carbonio:	31,33	30,96
Idrogeno:	2,64	1,93
Bromo :	51,49	51,61

« L'acido bibromometilsalicilico così preparato cristallizza in aghi lunghi, incolori, fusibili a 193°-194°. Si scioglie pochissimo nell'acqua e non si riesce a separarlo dall'acido bibromosalicilico per cristallizzazione dall'acqua. E solubile invece negli altri solventi. La sua soluzione non colora i sali ferrici.

« Da una preparazione nella quale non depurai prima l'etere corrispondente, ma saponificai senz'altro il prodotto della reazione in tubi chiusi e purificai per successive cristallizzazioni, l'acido si depositò in fiocchi composti da aghetti incolori fusibili a 183°-184°.

gr. 0,2893 di sostanza diedero gr. 0.3337 di anidride carbonica e gr. 0,0667 di acqua.

« Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_8 H_6 O_3 Br_2$
Carbonio:	31,45	30,96
Idrogeno:	2,56	1,93

« Cristallizzando questo acido anche da soluzioni allungate, non si riesce a farlo depositare in aghi lunghi e di elevare a 190° il suo punto di fusione. Questo cambiamento nell'aspetto e nel punto di fusione è forse dovuto a tracce di impurità che sfuggono all'analisi.

« Per eterificazione con alcool metilico questi acidi danno ambidue come unico prodotto l'etere metilico infradescritto.

« Il *sale di bario* ottenuto dall'acido ed il carbonato cristallizza dall'acqua in aghi sottili, raggruppati attorno a un punto. Questi aggruppamenti possono prendere consistenza di mammelloni a superficie perfettamente liscia, che arrivano ad una grossezza considerevole e sono composti da tanti aghi a disposizione raggiata. E abbastanza solubile nell'acqua calda. Contiene 2 $^1/_2$ molecole d'acqua.

gr, 0,5006 di sostanza disseccata all'aria diedero gr. 0,1458 di solfato baritico.

gr. 1,1057 di sale perdettero a 120° gr. 0,0596 di acqua.

« Cioè su cento parti:

	Trovato	Calcolato per $C_{16}H_{10}O_6Br_2Ba + 2\,^1/_2\,H_2O$
Bario:	17,11	17,12
Acqua:	5,39	5,62

Bibromometilsalicilato di metile.

$$C_6H_2 \begin{cases} COOCH_3 & (1) \\ OCH_3 & (2) \\ Br & (3) \\ Br & (5) \end{cases}$$

« Saturando con acido cloridrico gassoso una soluzione di acido bibromometilsalicilico nell' alcool metilico, si ottiene l'etere metilico che si cristallizza dall'alcool diluito.

I. gr. 0,3693 di sostanza diedero gr. 0,4552 di anidride carbonica e gr. 0,0983 di acqua.

II. gr. 0,3720 di sostanza diedero gr. 0,4578 di anidride carbonica e gr. 0,0940 di acqua.

gr. 0,4165 di sostanza fornirono gr. 0,4843 di bromuro d'argento.

« Cioè su cento parti:

	trovato		calcolato per $C_9H_8O_3Br_2$
	I	II	
Carbonio:	33,86	33,56	33,33
Idrogeno:	2,95	2,80	2,47
Bromo:	—	49,46	49,39

« Il bibromometilsalicilato di metile cristallizza in aghi lunghi incolori fusibili a 53°. È molto solubile nei solventi, e si può approfittare di questa proprietà per separarlo con cristallizzazioni frazionate dagli eteri dell' acido bibromosalicilico.

Acido bibromoetilsalicilico.

$$C_6H_2 \begin{cases} COOH & (1) \\ OC_2H_5 & (2) \\ Br & (3) \\ Br & (5) \end{cases}$$

« Si prepara in modo analogo al metilacido corrispondente, adoperando invece ioduro etilico. Il prodotto della reazione diventa pastoso al contatto della potassa diluita, cosa che rende più difficile la sua depurazione non essendovi un contatto molto intimo. Lo si fa perciò bollire prolungatamente con potassa acquosa al 5 %, dalla quale però oltre al bibromosalicilato di metile viene saponificata una parte dell'etere corrispondente all' acido cercato ottenendosene un rendimento minore.

« Il residuo indisciolto si saponifica poi con potassa alcoolica e si cristallizza l'acido ottenuto diverse volte da un miscuglio di acqua ed alcool fatto a parti uguali.

gr. 0,4246 di sostanza diedero gr. 0,5189 di anidride carbonica e gr. 0,1201 di acqua.

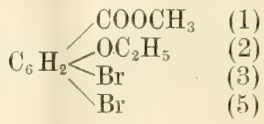
gr. 0,2448 di sostanza fornirono gr. 0,2833 di bromuro d'argento.

« Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_9 H_8 O_3 Br_2$
Carbonio:	33,32	33,33
Idrogeno:	3,14	2,47
Bromo:	49,22	49,39

« L'acido bibromoetilsalicilico è in aghetti incolori fusibili a 155°-156°. È poco solubile nell'acqua anche a caldo; si scioglie bene negli altri solventi ordinarî. La sua soluzione non è colorata dal percloruro di ferro.

Bibromoetilsalicilato di metile.



« Saturando una soluzione di acido bibromoetilsalicilico in alcool metilico con acido cloridrico gassoso, si forma l'etere metilico che si cristallizza dall'alcool diluito avendo cura di fare la soluzione saturà a 50°.

gr. 0,3483 di sostanza diedero gr. 0,3859 di bromuro di argento.

« Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_{10} H_{10} O_3 Br_2$
Bromo:	47,14	47,33

« Il bibromoetilsalicilato di metile si deposita dall'alcool diluito in aghetti intrecciati, incolori e fusibili a 43°-44°. È molto solubile nei solventi e la sua soluzione non è colorata dai sali ferrici ».

Chimica. — *Sull'ossidazione degli eteri metilici del mono- e del bibromoortoisopropilfenol.* Nota del dott. Alberto Peratoner, presentata dal Socio A. Cossa.

« In una sua Memoria sull'ortoisopropilfenol [1] il prof. Fileti accenna come per dimostrare in modo diretto la costituzione del mono- e del bibromo derivato del fenol, abbia cercato di ossidare i loro eteri metilici.

« Sul risultato di questo lavoro cedutomi gentilmente dal professore, riferisco brevemente nella presente Nota.

[1] Gazz. chim. it. XVI, pag. 118 e ss.

« Anzitutto avendo dovuto per lo scopo preparare dell'ortoisopropilfenol, osservai la formazione di un olio insolubile in potassa acquosa, che abbassava notevolmente il punto d' ebollizione del fenol. Trattai allora tutto il liquido con potassa, dalla quale venne asportato il solo fenol. La parte insolubile venne distillata e fu all'analisi riconosciuta per clorocumene.

gr. 0,3442 di sostanza dissecata nel vuoto sopra acido solforico diedero gr. 0,8794 di anidride carbonica e gr. 0,2305 di acqua.

gr. 0,3645 di sostanza fornirono g. 0,3383 di cloruro d'argento.

« E per cento parti:

	trovato	calcolato per $C_9H_{11}Cl$.
Carbonio	69,67	69,90
Idrogeno	7,44	7,12
Cloro	22,93	22,95
	100,04	99,97

« Da 100 gr. di cumidina ebbi gr. 15 di clorocumene e gr. 52 di isopropilfenol.

« L'ortoclorocumene è un liquido incoloro, più pesante dell'acqua, molto mobile e rifrangente, che ha un odore somigliante a quello degli idrocarburi, bolle alla temperatura di 191° (colonna nel vapore) alla pressione ridotta a 0° di 742^{mm},6. Alla temperatura ordinaria ha tensione di vapore molto grande e si evapora facilmente quando è lasciato esposto all'aria.

« Questo clorocumene proviene probabilmente dall'azione dell'acido cloridrico sul diazocomposto della cumidina, avendo io adoperato una soluzione contenente un grande eccesso di acido cloridrico.

Ossidazione dell'etere metilico del monobromoisopropilfenol.

« L' etere metilico del monobromoortoisopropilfenol perfettamente puro, preparato secondo Fileti [1], venne ossidato con acido nitrico D = 1,30 lasciando ricadere porzioni di 5 gr. di etere con 100 di acido per 2-3 giorni. La piccola quantità di fiocchi raccoltasi al fondo ed imbrattata da un olio giallo aumentò alquanto per aggiunta di acqua, venne raccolta e trattata separatamente dalle acque nitriche filtrate.

« *Parte solida.* Scaldandola con soluzione di carbonato sodico, restò indisciolto un olio fortemente colorato in giallo che venne asportato con etere. L'olio ha un odore soffocante che rammenta quello dei nitrofenoli, ma non lo ho ulteriormente esaminato contenendo probabilmente anche dell'etere metilico inalterato.

« Dalla soluzione di carbonato sodico l' acido cloridrico precipitò un acido fioccoso, che venne cristallizzato dall'acqua ed indi da un miscuglio di

[1] l. c. pag. 118.

acqua ed alcool fatto a parti uguali. Si depositò sempre in fiocchi composti da aghetti incolori, il cui punto di fusione variava fra 181° e 185°, ma era per molte porzioni 183°-184°. Il rendimento è piccolissimo (gr. 0,25 di acido in media per 5 gr. di etere), poichè la maggior parte dell' etere viene bruciata durante l'ossidazione.

« Le analisi fatte su diverse porzioni danno dei numeri vicini ad un acido bibromurato

$$C_6H_2 \begin{cases} COOH \\ OCH_3 \\ Br_2 \end{cases} ;$$

vi è però sempre un piccolo eccesso di bromo, anche operando su sostanza cristallizzata 5 e 6 volte dall'alcool diluito.

« Ciò non pertanto questo acido è identico coll' acido bibromometilsalicilico, da me preparato e descritto in una precedente Memoria [1].

« Infatti dissi allora che il punto di fusione dell'acido bibromometilsalicilico (193°-194°) può abbassarsi fino 184°-185°, qualora l' acido non si depositi in aghi lunghi ma in fiocchi composti di aghetti. Il punto di fusione basso (183°-184°) del mio prodotto di ossidazione è probabilmente dovuto alla presenza della piccola quantità di composto contenente più bromo che non si riesce ad eliminare per cristallizzazione.

« Per maggiore conferma di questa identità eterificai il prodotto di ossidazione fusibile a 183°-184° con alcool metilico ed acido cloridrico gassoso. Scacciato indi il solvente ed aggiunta dell'acqua, ebbi un olio che per molto tempo non si solidificò da solo, ma completamente e subito appena aggiunto un cristallino di bibrometilsalicilato di metile (p. f. 53°); cristallizzato frazionatamente dall'alcool diluito diede, oltre piccola quantità di un corpo fusibile a temperatura più elevata, l' etere metilico dell' acido bibromometilsalicilico fusibile a 51°-52° ed avente tutte le proprietà di quello preparato dall'acido fusibile a 193°-194°.

« *Acque nitriche.* Dalle acque madri ricavai una minima quantità di un acido, che cristallizzato alcune volte da poca acqua bollente e decolorato con carbone animale si fuse costantemente a 153°-154°.

« L'analisi fatta dà numeri molto vicini a un mononitro-bromoacido.

$$C_6H_2 \begin{cases} COOH \\ OCH_3 \\ Br \\ NO_2 \end{cases}$$

però con eccesso di bromo, proveniente probabilmente da piccole quantità di acido bibromurato fusibile a 183°-184° che difatti riscontrai.

[1] *Sugli acidi mono- e bibromoalchilsalicilici.* Rendiconti della R. Accad. dei Lincei, vol. II, 2° sem., pag. 150, 198, 228.

« Dai prodotti di ossidazione ho potuto dunque separare due corpi, l'acido bibromometilsalicilico ed un acido nitrobromometilsalicilico. Non potei invece constatare un acido monobromometilsalicilico.

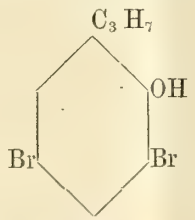
« Essendo io partito dall'etere del monobromoisopropilfenol perfettamente puro, e tenendo conto che nell'ossidazione si brucia la massima parte del composto formandosi conseguentemente acido bromidrico, io credo potersi asserire che il prodotto bibromurato provenga dal monobromurato per azione del bromo svoltosi in presenza di acido nitrico. Per dimostrare ciò, misi a ricadere per 5-6 ore l'acido monobromometilsalicilico p. f. 119° (1) con acido nitrico D = 1,30 addizzionato di alcune gocce di acido bromidrico. Depurai convenientemente i fiocchi ottenuti, ed ebbi infatti l'acido bibromometilsalicilico in aghi lunghi fusibili a 193°-194°.

« Paternò e Canzoneri (2) ossidando con acido nitrico diluito l'etere metilico del timol bromurato ottennero anch'essi un bibromoacido, e ne spiegarono la formazione ammettendo che una parte della sostanza da loro sottoposta all'ossidazione contenesse del bromo nel propile e che, bruciandosi questa catena laterale, il bromo andasse a formare il bibromocomposto. Ora, dopo le mie esperienze sopra riferite, parmi che potrebbe spiegarsi la formazione del bibromoacido senza essere obbligati ad ammettere che una parte del bromo sia nella catena laterale: difatti l'etere del monobromoisopropilfenol da me adoperato era perfettamente puro e conteneva perciò tutto il bromo nel nucleo.

Ossidazione dell'etere metilico del bibromoisopropilfenol.

« Ossidando l'etere metilico del bibromoortoisopropilfenol nel modo identico che è detto per il monobromoetere e trattando separatamente la parte solubile ed insolubile nelle acque nitriche, non trovai il nitrobromoacidò fusibile a 153°-154°, ma solo, — assieme a piccola quantità di prodotto fondente a 206°-208 non contenente azoto e che non ho oltre esaminato, — l'acido bibromometilsalicilico avente tutte le proprietà ed il punto di fusione, 191°-194°, dell'acido preparato dall'acido bibromosalicilico, identico anche a quello ottenuto nella ossidazione dell'etere del monobromoisopropilfenol.

« È così provata direttamente la costituzione del bibromoortoisopropilfenol:



alla quale si era arrivato indirettamente per altre vie (3).

(1) *Sugli acidi mono- e bibromoalchilsalicici.* Rendiconti della R. Acc. dei Lincei, l. c.
(2) Gazz. chim. ital. X, pag. 239.
(3) Fileti, l. c. pag. 120 e 125, 126.

« In quanto alla posizione del bromo nel monobromofenolo nulla si può arguire da queste esperienze, poichè, come ho detto, non si è ottenuto per ossidazione nessun acido monobromurato e la formazione del bibromoacido potrebbe egualmente spiegarsi, ammettendo che nel monobromofenol il bromo sia al posto *para* o al posto *orto* relativamente all'ossidrile: però la prima di queste due ipotesi è la più probabile, perchè trova una conferma nelle analogie e nella trasformazione del bromofenol nel nitrocomposto fusibile a 33° » (1).

MEMORIE
DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

U. Mosso. *Sull'azione fisiologica della cocaina.* Presentata dal Socio A. Mosso.

A. Ciolfi. *Sul microbo colerigeno.* Presentata dal Segretario.

G. Bordiga. *La superficie del 6° ordine, con 10 rette, nello spazio* R_4; *e le sue proiezioni nello spazio ordinario.* Presentata dal Socio Cremona.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Furono inviate in dono all'Accademia le seguenti pubblicazioni di Socî:

K. Fischer. *Festrede zur fünfhundertjährigen Jubelfeier der Ruprecht-Karls-Hochschule zu Heidelberg gehalten in der Heiliggeistkirche den 4 August 1886.*

L. Kronecker. *Ueber einigen Anwendungen der Modulsysteme auf elementare algebraische Fragen.* — *Ein Satz über Discriminanten-Formen.* — *Zur Theorie der elliptischen Functionen.*

CORRISPONDENZA

Ringraziarono per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia di scienze, lettere e belle arti di Palermo; la Società di scienze naturali di Danzica; la Società filosofica di Cambridge; la Società geografica di Parigi; la Società geologica di Edimburgo; la R. Biblioteca palatina di Parma; la civica Biblioteca di Vercelli; la Commissione per la carta geologica del Belgio, di Bruxelles.

Annunciarono l'invio delle loro pubblicazioni:

La Società letteraria e filosofica di Manchester e le Università di Utrecht e di Kiel.

Pervenne alla Segreteria un piego suggellato del dott. G. Guccia, trasmesso dal Socio Cremona il 9 corr., per esser conservato negli archivi accademici.

D. C.
P. B.

(1) Fileti l. c. pag. 123.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 14 novembre 1886

F. Brioschi Presidente.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Matematica.— *Sulle soluzioni comuni a due equazioni a derivate parziali del 2° ordine con due variabili.* Nota II. (1) di Luigi Bianchi, presentata dal Socio Betti.

« 4. Il metodo esposto al n. precedente trovasi in difetto quando

nel 1° caso $$a)\quad \frac{\partial \varphi_1}{\partial s}\,\frac{\partial \varphi_2}{\partial s}=1$$

nel 2° caso $$b)\quad \frac{\partial \psi_2}{\partial r}=\left(\frac{\partial \psi_1}{\partial r}\right)^2 \text{ (2).}$$

« Ma nel caso a) si vede facilmente che le proposte sono anche risolvibili rispetto ad s, t e conducono ad un sistema

$$(11')\qquad \begin{cases} s=\psi_1(x,y,z,p,q,r) \\ t=\psi_2(x,y,z,p,q,r)\,, \end{cases}$$

che rientra nel caso b), per cui di questo solo dovremo occuparci.

(1) Vedi p. 218.

(2) Noi ora supponiamo che queste relazioni siano identicamente verificate. Se non lo fossero potrebbe nonostante darsi che avessero soluzioni comuni colle proposte, del che potremo ogni volta accertarci col metodo del n. 2.

« I calcoli del n. 3 provano allora che, essendo identicamente

$$\frac{\partial \psi_2}{\partial r} = \left(\frac{\partial \psi_1}{\partial r}\right)^2 . \tag{14}$$

dovrà aversi

$$\frac{\partial \psi_1}{\partial r} \cdot \mathfrak{r}(\psi_1) = \mathfrak{r}(\psi_2) - \varrho(\psi_1) . \tag{15}$$

« Se tale relazione non è identica in x, y, z, p, q, r, ci troveremo nei casi dei numeri 1 o 2.

« Quando invece anche la (15), come la (14), è un' identità, possiamo dimostrare:

« Le equazioni proposte (11′) ammettono una soluzione z comune, contenente una funzione arbitraria.

« E infatti cerchiamo di determinare r in funzione di x, y, z, p, q in guisa che questo valore $r = r(x, y, z, p, q)$ sia compatibile colle (11′); sarà per ciò necessario e sufficiente che si abbia (cf. n. 2):

$$\varrho(r) = \mathfrak{r}(s) , \quad \varrho(s) = \mathfrak{r}(t)$$

ovvero

$$\varrho(r) = \mathfrak{r}(\psi_1) + \frac{\partial \psi_1}{\partial r} \mathfrak{r}(r)$$

$$\varrho(\psi_1) + \frac{\partial \psi_1}{\partial r} \cdot \varrho(r) = \mathfrak{r}(\psi_2) + \frac{\partial \psi_2}{\partial r} \mathfrak{r}(r) .$$

« Ma di queste due equazioni la 2ª è conseguenza della 1ª, a causa delle identità (14) (15) e però basta che r soddisfi all' equazione a derivate parziali del 1° ordine:

$$\varrho(r) - \frac{\partial \psi_1}{\partial r} \mathfrak{r}(r) = \mathfrak{r}(\psi_1) . \tag{16}$$

« Ad ogni valore di r che soddisfi questa equazione corrisponde una soluzione z delle (11′), contenente tre costanti arbitrarie (n. 2). E poichè nell'integrale generale della (16) entra una funzione arbitraria, lo stesso dovrà accadere nella soluzione più generale z delle proposte.

« In un caso particolare, quando cioè nelle (11′) le funzioni ψ_1, ψ_2 non contengono r, possiamo constatare questo fatto in modo più semplice e diretto. Allora l'identità (15) si muta nell'altra

$$\mathfrak{r}(\psi_2) = \varrho(\psi_1) \tag{15′}$$

e questa, per essere verificata, esige anzi tutto che si abbia $\frac{\partial \psi_2}{\partial p} = 0$. Per ciò la 2ª delle (11′) assume la forma

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \psi_2 \left(x, y, z, \frac{\partial z}{\partial y}\right)$$

e può integrarsi come equazione differenziale ordinaria, riguardandovi x come costante. Il suo integrale generale avrà la forma

$$z_1 = f\left(x, y, \theta_1(x), \theta_2(x)\right),$$

ove $\theta_1(x)$, $\theta_2(x)$ sono due funzioni arbitrarie di x. Sostituiamo questo valore di z nella 1ª delle (11′) e cerchiamo di determinare $\theta_1(x)$, $\theta_2(x)$ in guisa da soddisfarvi. Indicando per brevità

$$\frac{\partial^2 z_1}{\partial x\,\partial y} - \psi_1\left(x, y, z_1, \frac{\partial z_1}{\partial x}, \frac{\partial z_1}{\partial y}\right)$$

con

$$s_1 - [\psi_1],$$

osservando l'identità (15′), troviamo subito

$$(\alpha) \qquad \frac{\partial}{\partial y}\left\{s_1 - [\psi_1]\right\} = \left(\frac{\partial \psi_2}{\partial q} - \frac{\partial \psi_1}{\partial p}\right)\cdot\left\{s_1 - [\psi_1]\right\}.$$

« Ora supponendo che $s_1 - [\psi_1]$ sia funzione analitica di y, sviluppabile cioè in serie di Taylor per le potenze di $y - a$ (a costante), la (α), derivata successivamente rispetto ad y, dimostra che se si ha

$$s_1 = [\psi_1] \quad \text{per} \quad y = a$$

sarà anche

$$\frac{\partial s_1}{\partial y} = \frac{\partial [\psi_1]}{\partial y} \quad \text{per} \quad y = a$$

$$\frac{\partial^2 s_1}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 [\psi_1]}{\partial y^2} \quad \text{per} \quad y = a$$

ecc. ecc.

« Basterà dunque rendere

$$(\beta) \qquad \left\{s_1 - [\psi_1]\right\}_{y=a} = 0$$

perchè ne risulti

$$s_1 = [\psi_1] \text{ per } y \text{ qualunque,}$$

nel qual caso anche la 1ª delle (11′) sarà soddisfatta. Ma la (β) è evidentemente una relazione della forma

$$F\left(x, \theta_1(x), \theta_2(x), \theta'_1(x), \theta'_2(x)\right) = 0\,;$$

possiamo quindi assumere ad arbitrio una delle due funzioni $\theta_1(x)$, $\theta_2(x)$, risultandone l'altra determinata a meno di una costante arbitraria.

« 5. Il sistema (11′), considerato al numero precedente, e pel quale le relazioni (14) (15) sono due identità, può dar luogo ad un ulteriore caso speciale, che merita di essere considerato a parte. Può darsi che le proposte (11′) ammettano a comune un integrale primo della forma

$$(18) \qquad F(x, y, z, p, q) = \text{cost.}^{\text{te}};$$

allora l'integrale generale della (18) dà la soluzione più generale comune delle (11′) ed in questa è palese la presenza di una funzione arbitraria.

« Per trovare le condizioni affinchè tale integrale primo (18) esista, osserviamo in primo luogo che, in questa ipotesi, le funzioni ψ_1, ψ_2 dovranno contenere r linearmente e l'essere la (14) identicamente soddisfatta porta che esse abbiano la forma:

$$\psi_1 = \theta_1 + \alpha r, \quad \psi_2 = \theta_2 + \alpha^2 r,$$

dove θ_1, θ_2, α sono funzioni di x, y, z, p, q. Ora, se f denota una funzione qualunque di x, y, z, p, q, introducendo i simboli:

$$(19)\qquad \begin{cases} A(f) = \dfrac{\partial f}{\partial x} + p\dfrac{\partial f}{\partial z} + \theta_1 \dfrac{\partial f}{\partial q} \\ B(f) = \dfrac{\partial f}{\partial y} + q\dfrac{\partial f}{\partial z} + \theta_1 \dfrac{\partial f}{\partial p} + \theta_2 \dfrac{\partial f}{\partial q} \\ C(f) = \dfrac{\partial f}{\partial p} + \alpha \dfrac{\partial f}{\partial q}, \end{cases}$$

potremo scrivere, essendo $\mathfrak{r}(f)$, $\varrho(f)$ i simboli del n. 3;

$$\mathfrak{r}(f) = A(f) + r\,C(f)$$
$$\varrho(f) = B(f) + \alpha r\,C(f).$$

« Per tal modo la (15) diventa:

$$\alpha\left\{A(\theta_1) + rC(\theta_1) + rA(\alpha) + r^2 C(\alpha)\right\} + B(\theta_1) + \alpha r C(\theta_1) + r\left\{B(\alpha) + \alpha r C(\alpha)\right\}$$
$$- A(\theta_2) - rC(\theta_2) - 2\alpha r\left\{A(\alpha) + rC(\alpha)\right\} = 0$$

e, per essere identica, si scinderà nelle due:

$$(20)\qquad \begin{cases} B(\alpha) - C(\theta_2) = \alpha\left\{A(\alpha) - 2C(\theta_1)\right\} \\ A(\theta_2) - B(\theta_1) = \alpha A(\theta_1). \end{cases}$$

« Ma perchè l'integrale supposto (18) esista, le tre funzioni θ_1, θ_2, α dovranno soddisfare, oltre che alle (20), ad altre ulteriori condizioni. E infatti, derivando parzialmente la (18) rispetto ad x, y e confrontando le equazioni risultanti colle proposte

$$s = \theta_1 + \alpha r, \qquad t = \theta_2 + \alpha^2 r,$$

si vede subito che la F deve soddisfare le tre equazioni simultanee:

$$A(F) = 0, \qquad B(F) = 0, \qquad C(F) = 0.$$

« Ora, a causa della 2ª delle (20), abbiamo, qualunque sia F:

$$A[B(F)] - B[A(F)] = A(\theta_1).C(F)$$

e, se poniamo

$$(19')\qquad D(F) = A[C(F)] - C[A(F)] = -\frac{\partial F}{\partial z} + \left\{A(\alpha) - C(\theta_1)\right\}\frac{\partial F}{\partial q},$$

troviamo anche, a causa della 1ª delle (20):

$$B[C(F)] - C[B(F)] = \alpha D(F) - C(\theta_1).C(F).$$

« Ma l'equazione $D(F) = 0$, che è una conseguenza delle tre

$$A(F) = 0, \qquad B(F) = 0 \qquad C(F) = 0,$$

non ne è certo una combinazione lineare e perciò, nell'ipotesi fatta, il sistema delle quattro equazioni simultanee

$$(21)\qquad A(F) = 0, \qquad B(F) = 0, \qquad C(F) = 0, \qquad D(F) = 0$$

dovrà essere completo, cioè anche le espressioni:

$$A[D(F)] - D[A(F)], \quad B[D(F)] - D[B(F)], \quad C[D(F)] - D[C(F)]$$

dovranno risultare da combinazioni lineari di

$$A(F), \quad B(F), \quad C(F), \quad D(F).$$

« Ora si trova:

$$A[D(F)] - D[A(F)] = \left\{ A[A(\alpha) - C(\theta_1)] - D(\theta_1) \right\} \frac{\partial F}{\partial q}$$

$$C[D(F)] - D[C(F)] = \left\{ C[A(\alpha) - C(\theta_1)] - D(\alpha) \right\} \frac{\partial F}{\partial q}$$

$$B[D(F)] - D[B(F)] = \left\{ C(\theta_1) - A(\alpha) \right\} \frac{\partial F}{\partial z} - D(\theta_1) \frac{\partial F}{\partial p} +$$

$$+ \left\{ B[A(\alpha) - C(\theta_1)] - D(\theta_2) \right\} \frac{\partial F}{\partial q};$$

perciò dovremo avere:

$$(20') \quad \begin{cases} D(\theta_1) = A[A(\alpha) - C(\theta_1)] \\ D(\alpha) = C[A(\alpha) - C(\theta_1)] \\ D(\theta_2) = B[A(\alpha) - C(\theta_1)] - \alpha A[A(\alpha) - C(\theta_1)] - \{A(\alpha) - C(\theta_1)\}^2. \end{cases}$$

« Queste, unite alle (20) (di cui non sono conseguenze), danno le condizioni necessarie e sufficienti affinchè le proposte

$$s = \theta_1 + \alpha r$$
$$t = \theta_2 + \alpha^2 r$$

ammettano l'integrale primo (18) a comune. Quando siano soddisfatte, la determinazione della funzione $F(x, y, z, p, q)$ si fa integrando il sistema completo (21), indi si ottiene la soluzione più generale delle equazioni proposte integrando l'equazione a derivate parziali del 1° ordine

$$F(x, y, z, p, q) = \text{cost}^{\text{te}}.$$

Chimica. — *Sintesi degli eteri trimesitici.* Nota di Arnaldo Piutti, presentata dal Socio G. Körner.

« Onde risolvere mediante la sintesi il problema della costituzione delle asparagine, voleva preparare l'etere della semialdeide dell'acido malonico o l'*etere formilacetico*:

$$CHO.CH^2.COOC^2H^5$$

facendo agire l'acido formico sull'etere sodio-acetico.

« Quantunque per ciò che sappiamo dai numerosi lavori di Geuther, Wancklyn, Oppenheim e Precht, Frankland e Duppa e più recentemente di Baeyer riguardo l'azione del sodio sugli eteri, non mi sembrasse probabile la formazione dell'etere formilico in tale reazione, pure, non avendo trovato nella bibliografia dell'argomento nessun cenno di questa esperienza, la volli fare

seguendo le indicazioni che Wislicenus dà per la preparazione dell'etere acetil-acetico (Liebig's Ann. 186. 161).

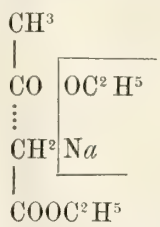
« Perciò feci agire gr. 30 di sodio tagliato in pezzetti sopra gr. 300 di etere acetico ed al prodotto ancora caldo, aggiunsi a poco per volta 60 gr. di acido formico anidro diluiti coll'egual peso di acqua.

« Dopo aggiunta di altri 150 gr. di acqua ottenni il liquido diviso in due strati: l'inferiore, acquoso, contenente formiato sodico, alcool etilico ed etere acetilacetico disciolti; il superiore risultante da una mescolanza di acetato etilico inalterato, alcool etilico ed etere acetilacetico che separai mediante ripetute distillazioni frazionate. Quest'ultimo venne purificato con cura e ottenuto col punto di ebollizione costante 180°-181°, presentava l'odore di fragola caratteristico e le note reazioni col cloruro ferrico e coi bisolfiti.

« Dubitando che in una frazione bollente a temperatura più bassa (165°) vi potesse essere il composto formilico, ne trattai una parte con resorcina ed acido solforico. Secondo la reazione di Baeyer avrebbe dovuto formarsi umbelliferone fus. 225°; mentre invece ottenni il β-metilumbelliferone di Pechmann e Duisberg fus. verso 185° (Be. XVI. 2119) ciò che dimostra la presenza dell'etere acetil-acetico anche in quella porzione.

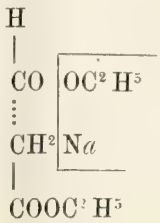
« Nè ottenni risultati diversi dagli indicati anche facendo agire il sodio sull'etere acetico alla temperatura più bassa possibile e aggiungendo l'acido formico nel prodotto raffreddato con ghiaccio.

« Queste esperienze servono se non altro a confermare che nella reazione del sodio sull'etere acetico si forma il derivato sodico dell'etere acetilacetico che viene scomposto dall'acido formico in formiato ed etere libero. La sintesi dell'etere acetilacetico avviene perciò mediante la concatenazione di due molecole di acetato di etile secondo lo schema:



e nella questione così discussa della formazione di questo composto tutti sono fin qui d'accordo.

« Se ciò è, l'etere formilacetico si dovrebbe formare impiegando molecole uguali degli eteri formico e acetico, secondo lo schema:



« Guidato da questo concetto ho fatto perciò agire 16 gr. di sodio, tagliato in piccole striscioline, sopra 72 gr. di formiato etilico e 86 gr. di acetato di etile, corrispondenti ai pesi molecolari delle due sostanze.

« La reazione, da principio assai energica, si compie con sviluppo di idrogeno e ossido di carbonio; bisogna perciò raffreddare immergendo il pallone nel ghiaccio pestato e non scaldare a b. m. che dopo aver aggiunto a poco a poco tutto il sodio. Il metallo si scioglie dando un derivato sodico gelatinoso il quale scompare col successivo riscaldamento. Dopo 4 ore si ottiene un liquido colorato in giallo-bruno, denso, fluorescente, al quale, mentre è ancora caldo, si aggiungono gr. 42 di acido acetico glaciale diluiti collo stesso peso di acqua. La reazione che avviene è assai viva; bisogna versare l'acido a poco a poco e agitare continuamente per evitare la formazione di grumi cristallini, indi, perchè tutto si sciolga, aggiungere altri 80 gr. di acqua.

« Il liquido così ottenuto si distilla a b. m. per separare gli eteri inalterati, poscia, ancora caldo, si allunga con acqua bollente sino a che comincia a intorbidarsi; l'olio che si separa si ridiscioglie mediante aggiunta di alcool.

« Col riposo si depongono lunghi aghi di una sostanza talvolta mescolata coll'olio, da cui si libera filtrando alla pompa, lavando con acqua alcoolica e comprimendo fra carta da filtro.

« Basta cristallizzare questa sostanza una o due volte dall'acool allungato per ottenerla perfettamente pura e in lunghi aghi prismatici, splendenti, che fondono verso 133°. Non contiene acqua di cristallizzazione.

« Nella combustione si ottennero i seguenti risultati:
gr. 0,2414 di sostanza dettero gr. 0,135 di acqua e gr. 0,5425 di CO^2, ossia in cento parti:

$$C = 61.29$$
$$H = 6.21$$

« Questi valori corrispondono alla formola dell'etere formilacetico meno una molecola di acqua;

$$\overset{\|}{CH}.\overset{\|}{C}.COOC^2H^5$$

per cui si calcola:

$$C = 61.22$$
$$H = 6.12$$

« Questa sostanza però ha il comportamento di un etere aromatico, poichè bollita con potassa acquosa concentrata svolge alcool e il residuo secco scaldato fortemente dà benzina.

« Il punto di fusione, che corrisponde a quello indicato nella letteratura [1]

[1] Fittig e Furtenbach (Ann. Chem. Pharm. 147. 301) danno 129°, H. Ost. (Journ. für prakt. Ch. 15. 314) dà 133°.

e le reazioni che seguono mostrano che la sostanza è l'etere trietilico dell'acido trimesitico:

$$C^6H^3(COOC^2H^5)^3.$$

« *Azione della potassa alcoolica.* Gr. 0,596 di sostanza con 5 cc. di alcool e 5 cc. di una soluzione di potassa contenente gr. 0,560 di KOH, si fanno bollire a ricadere per mezz'ora, indi si distilla la maggior parte dell'alcool, si diluisce con acqua, si aggiunge qualche goccia di tornasole e si determina coll'acido solforico normale la potassa rimasta inalterata. Per la saturazione occorrono cc. 1,95 di H^2SO^4 norm. corrispondenti a gr. 0,2184 di potassa: nella saponificazione si consumarono dunque gr. 0,3416 di questo alcali.

« La quantità calcolata (1 mol. di etere per 3 di KOH) è di gr. 0,3405.

« *Trimesitato d'argento.* La soluzione neutra precedente di trimesitato potassico si rende leggermente alcalina con ammoniaca, indi si precipita con nitrato di argento, si lava il precipitato molte volte con acqua tiepida, si secca e si analizza:

gr. 0,366 di sale seccato a 100° dettero gr. 0,2235 di argento, ossia in cento parti:

trovato	calcolato per $C^6H^3(COOAg)^3$
61.06	61.02

« Saponificando con potassa l'etere trimesitico ed aggiungendo alla soluzione acquosa concentrata acido cloridrico, si ottiene un precipitato che cristallizzato dall'acqua bollente fornisce due sali potassici dell'acido trimesitico, probabilmente il mono e il bipotassico; l'uno cristallizzato in tavolette quadrate, l'altro in aghi leggieri di splendore sericeo. Per ottenere l'acido trimesitico libero bisogna perciò preparare un sale metallico e scomporlo coll'idrogeno solforato. Col sale di rame ottenni in questo modo una bella preparazione di acido trimesitico, colla quale ne riscontrai i principali caratteri.

« La sintesi del trimesitato trietilico nella reazione del sodio sulla mescolanza di formiato e acetato etilico non può spiegarsi che colla formazione intermedia dell'etere formilacetico, del quale tre molecole si concatenano con eliminazione di tre molecole di acqua. Questa reazione viene espressa dalle seguenti equazioni:

$$\text{I.}\quad \begin{array}{l} CH^2Na \\ | \\ COOC^2H^5 \end{array} + \begin{array}{l} H \\ | \\ COOC^2H^5 \end{array} = \begin{array}{l} CHO \\ | \\ CH^2 \\ | \\ COOC^2H^5 \end{array} + C^2H^5.ONa$$

$$\text{II.}\quad \begin{array}{l} \qquad\quad CHO \\ \qquad\quad / \\ H^5C^2OOC\,CH^2 \\ \qquad\quad CHO \\ \qquad\quad \backslash \\ \qquad\quad CH^2 \\ \qquad\quad | \\ \qquad\quad COOC^2H^5 \end{array} \quad \begin{array}{l} CH^2.COOC^2H^5 \\ | \\ CHO \end{array} = \begin{array}{l} \qquad\quad CH \\ \qquad\quad / \quad \backslash\backslash \\ H^5C^2OOC.C \qquad C.COOC^2H^5 \\ \qquad\quad \| \qquad\quad | \\ \qquad\quad CH \qquad CH \\ \qquad\quad \backslash \quad // \\ \qquad\quad C \\ \qquad\quad | \\ \qquad\quad COOC^2H^5 \end{array} + 3H^2O.$$

« Secondo queste equazioni facendo reagire il sodio sopra altri eteri degli acidi formico e acetico, si dovrebbe ottenere sempre l'etere trimesitico dello stesso radicale alcoolico unito all'acido acetico, mentre che il radicale alcoolico dell'acido formico si dovrebbe eliminare sotto forma di alcoolato.

« Sperava di poter confermare sperimentalmente l'asserto facendo agire il sodio sopra molecole uguali.

1° di formiato metilico e acetato etilico.

2° di formiato etilico e acetato metilico.

dovendosi avere nel 1° caso trimesitato trietilico, nel 2° trimesitato trimetilico. Ma il prodotto della reazione è in tutti due i casi una mescolanza dei due trimesitati metilico ed etilico, poichè sin da principio avviene fra gli eteri acetico e formico una mutua doppia decomposizione per cui si trovano contemporaneamente presenti nella reazione tutti e quattro gli eteri.

« L'azione del sodio sugli eteri misti è più energica che sugli eteri dello stesso radicale alcoolico e i trimesitati si separano anche meno bene. Il punto di fusione del prodotto cristallizzato una volta è compreso fra 105° e 110°. Con successive cristallizzazioni frazionate dall'alcool non si riesce ad una completa separazione dei due eteri.

« Ho ottenuto facilmente l'etere trimetilico dell'acido trimesitico facendo agire il joduro di metile sul trimesitato d' argento. Questo etere cristallizza dall'alcool acquoso in piccoli aghi setacei e fonde a 143°, cioè 10 gradi al disopra del corrispondente etere etilico. Una mescolanza di parti uguali dei due eteri fonde precisamente dai 105° ai 110° come nel caso del prodotto avuto nell'azione del sodio sugli eteri misti.

« Se il sodio si scioglie nell'acetato di etile e si aggiunge il formiato etilico a poco per volta si ottiene una reazione assai energica. L'etere formico si scompone interamente in alcolato e ossido di carbonio; e dal prodotto, col metodo già indicato, non si ricava che etere acetilacetico.

« Questa esperienza parla in favore delle equazioni date, per le quali è necessaria la simultanea presenza dei due eteri formico ed acetico onde avvenga mediante il sodio la formazione dell'etere trimesitico.

« Il metodo di preparazione che forma argomento di questa Nota si raccomanda non solo per la speditezza e semplicità dell' esecuzione ma anche per il rendimento. Da 100 gr. di etere formico si possono ottenere 6-7 gr. di trimesitato puro. Inoltre dalle acque madri acquoso-alcooliche da cui venne separato l'etere trimesitico si ricava una buona quantità di etere acetilacetico, distillando l'alcool, estraendo con etere la parte acquosa, e rettificando il residuo della soluzione eterea dopo eliminato questo solvente a b. m.

« Lo studio dell'azione del sodio sopra molecole uguali di etere formico e acetilacetico viene continuata.

« Non posso finire questa nota senza ringraziare il prof. G. Körner per l'ospitalità accordatami nel suo laboratorio e per i consigli di cui mi fu largo nell'esecuzione di questo lavoro ».

Patologia. — *Sul microparassita del vaiuolo.* Nota del dott. A. Marotta, presentata dal Socio Trinchese.

« 1° Secondo le mie ricerche esiste costantemente nella linfa delle vescicole vajuolose, che non contengono ancora del pus, una sola specie di microrganismi, ed è uno speciale micrococco: il micrococco tetragono. Nelle pustole invece si trovano degli altri micrococchi, per lo più il *micrococcus albus*, che somiglia moltissimo a quello descritto dagli altri autori e che è ritenuto come il microparassita specifico del vajuolo.

« 2° Alcuni degli osservatori (Klebs, Cohn, Bareggi) hanno già intraveduto l'esistenza di un micrococco tetragono nel pus vajuoloso; però non l'hanno isolato, nè hanno dato ad esso l'importanza che merita, ritenendolo, o come un fatto accidentale (Cohn), o come un rallentamento del processo di riproduzione per scissione (Bareggi).

« 3° I micrococchi assai più rilevanti in grandezza, descritti da qualche autore (Bareggi) e ritenuti come impurità nelle colture senza averli isolati, e quelli stessi che io avevo notato per l'innanzi seguendo metodi meno propri di colorazione, sono dovuti probabilmente al coloramento della sostanza unitiva intermediaria, che non lascia vedere i quattro micrococchi che involge.

« 4° Il micrococco tetragono da me studiato si coltiva molto bene nella gelatina nutritiva e nell'agar-agar, rese molto alcaline; nel siero di bue coagulato; sulle uova cotte; non si sviluppa invece sulle patate, anche se l'innesto provenga da una colonia artificiale di micrococchi tetragoni.

« 5° Il micrococco tetragono del vaiuolo vive meglio in un mezzo poco alcalino dopo le sue prime colture artificiali in sostanze rese gradatamente meno alcaline.

« 6° Le colonie che si ottengono con la sua coltura, sono di un bel colore giallo-arancio, lucide, spesse e rilevate sulla superficie di coltura. Il massimo spessore l'acquistano sulle uova cotte, potendo arrivare a quattro millimetri.

« 7° Lo sviluppo delle colonie è lento nella gelatina nutritiva (occorre poco più di un mese perchè s' abbia il massimo sviluppo); è rapido invece nel siero di sangue coagulato alla temperatura di 37 Cg.

« 8° Il micrococco tetragono fonde la gelatina nutritiva e il siero di sangue coagulato: la prima comincia a fondersi dopo un mese alla temperatura di 21 Cg. e gradatamente si fonde tutta dopo altri venti giorni; il secondo comincia a fondersi dopo due giorni, o cinque, secondo che la provetta si trova alla temperatura di 37 o 21 Cg., e si ha, dopo un mese, la completa fusione del siero contenuto nella provetta.

« 9° La gelatina ed il siero di sangue dopo la fusione hanno una reazione intensamente alcalina.

« 10° Lo sviluppo del micrococco tetragono oscilla tra i 16 e i 43 Cg.; il suo massimo sviluppo s'avvera a 39 Cg.

« 11° Gl'innesti praticati anche con la settima generazione di coltura ne' vitelli, producono in questi delle pustole identiche perfettamente alle vacciniche; e perciò il micrococco tetragono, che si trova nelle pustole vajuolose, è il micrococco specifico del vajuolo.

« 12° Gl'innesti fatti ai cani sono negativi, anche se si vuol produrre artificialmente più alcalino il loro sangue.

« 13° Le inoculazioni nel connettivo sottocutaneo de' cani e delle cavie nella dose di due grammi di coltura per i primi, di mezzo grammo per le seconde, non producono alcuna lesione specifica: ciò vuol dire che il micrococco tetragono non ha nulla di comune neppure co' micrococchi piogeni.

« 14° Dalla facilità di sviluppo ne' mezzi alcalini si trova indicata la cura degli acidi ».

Fisica. — *Sulla variazione di volume che si avvera nell'atto della mescolanza di sostanze organiche.* Nota di A. Battelli e M. Martinetti, presentata dal Socio Blaserna.

« In una Nota precedente (1) abbiamo dimostrato che i miscugli di alcune sostanze organiche (paraffina, naftalina, nitronaftalina, difenilamina, naftilamina, stearina e canfora monobromata) si comportano quanto ai calori specifici e ai calori di fusione conformemente a ciò che si riscontra nelle leghe metalliche; cioè, il calore specifico allo stato solido e allo stato liquido di un miscuglio è prossimamente uguale a quello, che si deduce dai calori specifici delle sostanze componenti colla regola della media aritmetica; mentre invece il suo calore di fusione ha un valore sempre inferiore a quello, che si ottiene dai calori di fusione dei componenti colla stessa regola; e partendo dal valore appartenente ad una delle sostanze si va abbassando sino a raggiungere un minimo, e s'innalza poi sino ad avvicinarsi a quello dell'altra sostanza componente.

« In un' altra Nota pubblicata in seguito da uno di noi (2) si è dimostrato, che nella formazione di tali miscugli si ha sempre un assorbimento di calore; e che se si pongono in confronto i valori delle calorie di assorbimento con quelli che esprimono le calorie di fusione per una data specie di miscugli, si ha per i primi un andamento opposto a quello dei secondi, cioè, le calorie di assorbimento vanno crescendo man mano che si aumentano le proporzioni di una delle sostanze componenti, raggiungono un massimo, e poi diminuiscono,

(1) A. Battelli e M. Martinetti, *Sui calori specifici e di fusione dei miscugli di sostanze non metalliche.* Atti dell'Acc. dei Lincei, serie 4ª, vol. I, pag. 621 (1885).

(2) A. Battelli, *Sui fenomeni termici che accompagnano la formazione dei miscugli di sostanze non metalliche.* Atti dell'Acc. dei Lincei, serie 4ª, vol. I, pag. 646 (1885).

se si seguita ad aumentare le proporzioni della stessa sostanza. E precisamente dove le calorie di fusione hanno un minimo, quelle di formazione hanno un massimo.

« Ci è sembrato quindi interessante lo studiare, se corrispondentemente a questi fenomeni avvenga un aumento o una diminuzione nel volume, quando due di queste sostanze vengano insieme mescolate.

« E per questo abbiamo determinato le densità dei varî miscugli.

« Credemmo utile di fare le determinazioni alla temperatura dello zero, a quella dell'ambiente e alla temperatura, in cui i miscugli fossero liquidi, per avere nell'istesso tempo la variazione delle densità colle temperature.

« I miscugli li formammo con le identiche sostanze adoperate prima; e il metodo scelto per le determinazioni allo stato solido fu quello della boccetta.

« Dopo di aver formato e fuso un miscuglio, lo versavamo in una vaschetta di porcellana per modo che tornasse sul fondo uno strato di pochi millimetri.

« Così il miscuglio si raffreddava regolarmente, e ne risultava una piastra omogenea e compatta, priva di quei piccoli vuoti che si formano nella massa interna di queste sostanze e miscugli, quando vengano lasciati solidificare liberamente in un tubo da saggio. Da questa piastra toglievamo delle piccole laminette, che ci servivano poi allo studio delle densità del miscuglio.

« La difficoltà più grande da superare era quella di estrarre le bolle d'aria dalla boccetta, quando v'era immersa la sostanza; perchè esse aderivano tenacemente a questi miscugli. Perciò ponevamo la boccetta sotto la campana della macchina pneumatica, e seguitavamo ad estrarre l'aria per varie ore di seguito, aiutando il distacco delle bolle con colpi dati sul piatto della macchina.

« Allo stato liquido abbiamo usato dei dilatometri a corto collo, dai quali coll'aspirazione toglievamo le bolle d'aria.

« I risultati sono riportati nelle seguenti tabelle, nelle quali in prima linea si trovano le proporzioni delle sostanze componenti. In esse abbiamo segnati i valori delle densità a 18° (che è media fra le temperature possedute dall'ambiente nelle varie determinazioni) deducendole dai valori delle densità determinate alla temperatura di 0° e dell'ambiente. Nelle stesse tabelle sotto i valori delle densità d_0, d_{18}, d_{60} e d_{91} ottenuti coll'esperienza alle temperature di 0°, 18°, 60° e 91°, vi sono quelli che si ottengono dal calcolo mediante la formola

$$D = \frac{p_1 d_1 + p_2 d_2}{p_1 + p_2},$$

dove D è la densità del miscuglio, p_1 e d_1 il peso e la densità di una sostanza componente, p_2 e d_2 il peso e la densità dell'altra, presa alla stessa temperatura a cui si considera il miscuglio.

« Nelle linee poi controsegnate con δ_0, δ_{18}, δ_{60} e δ_{91} si trovano le differenze che si hanno rispettivamente alle temperature di 0°, di 18°, di 60° e di 91° tra i valori dati dall'esperienza e dal calcolo. Finalmente nella linea

controsegnata con L sono riportate le calorie, che vengono assorbite nella formazione di ciascun miscuglio.

Miscugli di naftalina e paraffina.

Nella presente tabella la lettera *N* indica naftalina, e la lettera *P* paraffina.

Proporzioni in peso	1N + 0P	1N + 0,25P	1N + 0,50P	1N + 1P	1N + 2P	1N + 3P	1N + 4P	0N + 1P
d_0	1,1787	1,0756	1,0170	0,9425	0,8973	0,9083	0,9070	0,9181
D_0	—	1,1353	1,0918	1,0484	1,0050	0,98325	0,9702	—
δ_0	—	0,0597	0,0748	0,1059	0,1077	0,07495	0,0632	—
d_{18}	1,1748	1,0651	1,0102	0,9352	0,8875	0,8981	0,9001	0,9054
D_{18}	—	1,1299	1,0850	1,0401	0,9952	0,9730	0,9593	—
δ_{18}	—	0,0648	0,0748	0,1049	0,1077	0,0749	0,0592	—
d_{91}	0,9712	0,9322	0,8894	0,8438	0,8068	0,7925	0,7880	0,7590
D_{91}	—	0,9358	0,9005	0,8651	0,8297	0,81205	0,8009	—
δ_{91}	—	0,0036	0,0111	0,0213	0,0229	0,01955	0,0129	—
L	—	0,0648	0,0963	0,1125	0,1142	0,0900	0,0732	—

« Si vede che i valori delle densità dati dall'esperienza sono sempre minori di quelli che si ottengono dal calcolo; e si osserva che all'innalzarsi della temperatura cresce la differenza δ allo stato solido; tale differenza invece è più piccola allo stato liquido. Inoltre il comportamento di tali differenze al variare i componenti dei miscugli è uguale a quello di L; e precisamente dove si ha per δ il massimo, lo si ha pure per L.

Miscugli di nitronaftalina e difenilamina.

Nella presente tabella la lettera *N* indica nitronaftalina e la lettera *D* difenilamina.

Proporzioni in peso	1N + 0D	1N + 0,10D	1N + 0,50D	1N + 1D	1N + 2D	1N + 4D	1N + 10D	0N + 1D
d_0	1,3748	1,3480	1,2782	1,2401	1,2109	1,1903	1,1750	1,1561
D_0	—	1,3549	1,3019	1,26545	1,2290	1,1998	1,1760	—
δ_0	—	0,0069	0,0237	0,0253	0,0181	0,0095	0,0010	—
d_{18}	1,3680	1,3414	1,2721	1,2337	1,2053	1,1851	1,1707	1,1520
D_{18}	—	1,3484	1,2960	1,2600	1,2240	1,1952	1,1716	—
δ_{18}	—	0,0070	0,0239	0,0263	0,0187	0,0101	0,0009	—
d_{60}	1,2234	1,2023	1,1573	1,13904	1,1047	1,0840	1,0712	1,0571
D_{60}	—	1,2083	1,1680	1,14025	1,1125	1,0904	1,0722	—
δ_{60}	—	0,0060	0,0107	0,0121	0,0078	0,064	0,0010	—
L	—	0	1,37	1,56	0	0	0	—

« Anche qui i valori delle densità dati dall'esperienza sono minori di quelli dati dal calcolo, e, tranne nel miscuglio 1 N + 10 D, al crescere della temperatura cresce allo stato solido il valore di δ; mentre è più piccolo allo stato liquido. Si può anche dire di avere lo stesso comportamento nei valori di δ e di L, al variare le proporzioni delle sostanze componenti i miscugli.

Miscugli di difenilamina e paraffina.

Nella presente tabella la lettera *D* indica difenilamina, la lettera *P* paraffina.

Proporzioni in peso	1D + 0P	1D + 0,33P	1D + 1P	1D + 3P	1D + 5P	1D + 8P	1D + 16P	0D + 1P
d_0	1,1561	1,0468	0,9576	0,9139	0,8992	0,8934	0,9060	0,9181
D_0	—	1,0966	1,0371	0,9776	0,9578	0,9445	0,9321	—
δ_0	—	0,0498	0,0795	0,0637	0,0586	0,0511	0,0261	—
d_{18}	1,1520	1,04035	0,9480	0,9031	0,8878	0,8910	0,9019	0,9054
D_{18}	—	1,09035	1,0287	0,96705	0,9465	0,9328	0,9199	—
δ_{18}	—	1,0500	0,0807	0,06395	0,0587	0,0418	0,0180	—
d_{60}	1,0571	0,9842	0,9024	0,8369	0,82249	0,8007	0,7850	0,7766
D_{60}	—	0,9870	0,91685	0,4867	0,82335	0,8078	0,7884	—
δ_{60}	—	0,0028	0,01445	0,0098	0,0086	0,0071	0,0034	—
L	—	33,50	40,48	35,98	32,12	16,58	7,81	—

Miscugli di naftalina e naftilamina.

Nella presente tabella la lettera *N* indica naftalina e la lettera *n* naftilamina.

Proporzioni in peso	1N + 0*n*	1N + 0,125*n*	1N + 1*n*	1N + 2*n*	1N + 3*n*	1N + 8*n*	1N + 16*n*	0N + 1*n*
d_0	1,1787	1,1609	1,1508	1,1541	1,1563	1,1601	1,1704	1,1894
D_0	—	1,1799	1,18405	1,1868	1,18695	1,1882	1,1888	—
δ_0	—	0,0190	0,0297	0,0317	0,0306	0,0281	0,0184	—
d_{18}	1,1748	1,1560	1,1458	1,1447	1,1459	1,1481	1,1586	1,1771
D_{18}	—	1,1751	1,17595	1,1763	1,1765	1,1768	1,770	—
δ_{18}	—	0,0191	0,0301	0,0316	0,0306	0,0287	0,0184	—
d_{91}	0,9712	0,9800	1,0174	1,0280	1,0382	1,0530	1,0623	1,0712
D_{91}	—	0,9812	1,0212	1,0379	1,0462	1,0601	1,0653	—
δ_{91}	—	0,0012	0,0038	0,0099	0,0080	0,0071	0,0030	—
L	—	7,53	16,60	20,63	19,16	14,11	2,72	—

« In questa specie di miscugli le differenze δ seguono l'andamento solito

al variare delle proporzioni delle sostanze componenti; ma invece è poco distinto il crescere di δ al crescere della temperatura nello stato solido.

Miscugli di canfora monobromata e stearina.

Nella presente tabella la lettera *C* indica canfora monobromata, e la lettera *S* stearina.

Proporzioni in peso	1C + 0S	1C + 0,125S	1C + 0,50S	1C + 1S	1C + 2S	1C + 4S	0C + 1S
d_0	1,5198	1,4593	1,3354	1,2397	1,1556	1,0898	0,99485
D_0	—	1,4615	1,3448	1,2573	1,1698	1,0998	—
δ_0	—	0,0022	0,0094	0,0176	0,0142	0,0100	—
d_{18}	1,5156	1,4529	1,3252	1,2283	1,1447	1,0759	0,9817
D_{18}	—	1,4563	1,3376	1,24865	1,1597	1,0885	—
δ_{18}	—	0,0034	0,0124	0,02035	0,0150	0,0126	—
d_{91}	1,2722	1,2218	1,1229	1,0435	0,9738	0,9157	0,8292
D_{91}	—	1,2230	1,1245	1,0507	0,9769	0,9178	—
δ_{91}	—	0,0012	0,0016	0,0072	0,0031	0,0021	—
L	—	9,40	16,34	25,49	20,46	15,44	—

CONCLUSIONI

« Si deduce dalle esperienze descritte, che nella formazione di questi miscugli si produce sempre una diminuzione di volume o contrazione, la quale in ogni serie va crescendo di miscuglio in miscuglio, man mano che si aumentano le proporzioni d'una delle sostanze componenti, raggiunge un massimo, poi comincia a diminuire.

« È utile notare che corrispondentemente a tali diminuzioni di volume si ha nell'atto della formazione un assorbimento di calore, e che, in una data serie, in quei miscugli, ov' è maggiore la contrazione, è anche maggiore l'assorbimento del calore.

« Nell'istesso tempo [1] il calore di fusione d'ogni miscuglio è minore di quello che si ottiene come medio dei calori di fusione de' suoi componenti; e tanto più piccolo è il calore di fusione d'un miscuglio d' una data serie, quanto più grande è la diminuzione di volume subita nella sua formazione ».

[1] A. Battelli e M. Martinetti, loc. cit.

Chimica. — *Sul tetrajodopirrolo (Jodolo) e sulle sue proprietà terapeutiche.* Nota del dott. GIACOMO CIAMICIAN, presentata dal Socio CANNIZZARO.

« In una Nota presentata a quest'Accademia il 6 settembre 1885, io ho pubblicato assieme al dott. Paolo Silber [1] la descrizione di un nuovo metodo per ottenere il tetrajodopirrolo, sostanza scoperta da uno di noi assieme al dott. M. Dennstedt [2] alcuni anni prima. La nuova reazione si fonda, come è noto, sull'azione del jodio sul pirrolo in presenza di potassa, ed in questo modo è possibile di ottenere facilmente il tetrajodopirrolo in grandi quantità.

« La poca stabilità di questo composto e la sua proprietà di sviluppare jodio per azione del calore, anche se moderato, m'indussero nel marzo dell'anno 1885 a rivolgermi al dott. Gaetano Mazzoni, assistente nella R. Clinica chirurgica di Roma, pregandolo di voler esperimentare l'azione del nuovo prodotto in quei casi in cui è indicata l'applicazione del jodoformio.

« Le mie previsioni sono state confermate dall'esperienza ed il tetrajodopirrolo si è dimostrato realmente in molti casi un farmaco molto efficace. Sul jodoformio, a cui somiglia nei suoi effetti, esso ha il grande vantaggio d'essere del tutto privo di odore e di non avere prodotto mai finora nell'uomo dei fenomeni di avvelenamento, anche se adoperato su larga scala.

« Sono lieto perciò di poter comunicare all'Accademia un breve sunto delle esperienze fatte finora con questo composto, perchè considero come grata ricompensa ai miei studî sul pirrolo, l'aver trovato fra i suoi derivati una sostanza che può figurare nel numero di quei prodotti di cui la medicina va debitrice alla chimica organica moderna.

« Fino dal dicembre scorso il tetrajodopirrolo trovasi in commercio sotto il nome di « *Jodolo* » avendo la ditta Kalle & C.° a Biebrich sul Reno intrapresa la fabbricazione in grande di questo prodotto, di cui ne possiede la privativa.

« In questi ultimi tempi il jodolo è stato largamente sperimentato tanto qui che in Germania, per cui sono ora in grado di riferire sulle proprietà fisiologiche e terapeutiche di questo composto.

« Prima di trattare di queste ultime, voglio accennare al fatto che il tetrajodopirrolo si forma sempre per azione del jodio sul pirrolo, secondo l'equazione:

$$C_4H_4NH + I_8 = C_4I_4NH + IH_4,$$

quando si trovino presenti delle sostanze atte a fissare l'acido jodidrico, ed inoltre credo utile di dare una più dettagliata descrizione delle proprietà

(1) *Sull'azione degli alogeni sul pirrolo in presenza di idrati alcalini.*
(2) *Studi sui composti della serie del pirrolo;* Parte terza, 1882.

fisiche del tetrajodopirrolo per completare le comunicazioni precedenti suaccennate. Questo composto si presenta sotto aspetti diversi a seconda del suo stato di purezza; anche piccole tracce di impurità che non hanno influenza sui dati dell'analisi ne alterano notevolmente il colore e la stabilità. Quando è perfettamente puro ed in cristalli minuti, come il prodotto che ora trovasi in commercio, ha un colore giallo chiaro con lieve tendenza al bruno ed è abbastanza stabile all'azione della luce e dell'aria, altrimenti ha un colore più o meno bruno e si altera con grande facilità. Preso fra le dita esso produce la sensazione del talco e ricopre per sfregamento la cute di una pellicola sottilissima. Esso è quasi insolubile nell'acqua, perchè questa non ne scioglie che uno per 5000, è insipido e privo di odore. Nell'alcool si scioglie abbastanza facilmente ed una soluzione satura a 15° nell'alcool a 90 % ne contiene 5,8 parti in 100 di soluzione. La soluzione alcoolica è leggermente colorata in giallo; stando esposta per qualche giorno alla luce essa si fa sempre più scura, mentre si separa una sostanza nerastra, la stessa parziale decomposizione avviene riscaldando per qualche tempo la soluzione fino al punto di ebollizione dell'alcool. Per aggiunta di acqua alla soluzione alcoolica, il jodolo si separa in cristalli più o meno grandi a seconda della quantità di acqua impiegata; molta acqua produce un precipitato pulverulento. La glicerina non precipita la soluzione di jodol. Il jodol si scioglie inoltre in due parti di etere, l'olio caldo ne scioglie il 15 %. Riscaldando il tetrajodopirrolo in piccole quantità con precauzione sulla lamina di platino, esso da principio si volatilizza in parte senza fondere ed il suo vapore ha un odore particolare, proprio a tutti i derivati polialogenati del pirrolo, che ricorda un poco quello del tribromofenolo; sempre però col riscaldamento prolungato la maggior parte del prodotto si decompone emettendo vapori di jodio e lasciando indietro una materia carboniosa difficilmente combustibile.

« Il tetrajodopirrolo può essere riconosciuto anche in piccole quantità mediante la seguente reazione: riscaldandolo lievemente con acido solforico concentrato si ha una colorazione verde intensa, che dopo qualche tempo sparisce dando luogo ad una colorazione d'un violetto sporco. La sua soluzione alcoolica inoltre si colora intensamente in rosso per azione dell'acido nitrico (Vulpius).

« Le proprietà terapeutiche e fisiologiche del jodolo sono state studiate già da diversi autori fra cui citerò oltre al Mazzoni (1), il dott. Vulpius di Heidelberg (2), il dott. Wolff, il dott. G. Benno Schmidt (3), che fece le sue esperienze nella clinica del prof. Czerny di Heidelberg, il prof. Bardeleben

(1) Bollettino della Società lancisiana degli ospedali di Roma, V, fasc. 3, 1885; e Berl. Klinische Wochenschrift, 1885, n. 43; inoltre, Resoconto dell'Istituto chirurgico della R. Università di Roma.

(2) Chemiker Zeitung, 1885, n. 81.

(3) Berliner Klinische Wochenschrift, n. 4, 1886.

di Berlino, il dott. Glässner ([1]) di Cassel, il dott. P. Piermarini ([2]) di qui, il dott. Carreras-Aragó ([3]), il dott. Marcus ([4]), il dott. Faravelli ([5]) e finalmente il prof. F. I. Pick ([6]) di Praga. A questi posso aggiungere anche il prof. I. Moleschott il quale ebbe la gentilezza di farmi sapere che egli adopera già da qualche tempo il jodolo con buon successo.

« L'azione fisiologica del jodolo è molto simile a quella del jodoformio, con la differenza che il tetrajodopirrolo è molto meno velenoso di quest'ultimo ed agisce in modo più mite (G. B. Schmidt). Esperimentando il jodolo sull'uomo, applicandolo esternamente sulle ferite anche molto estese e con forti perdite di sostanza, non si osservarono mai finora sintomi di avvelenamento, impiegandolo anche in grandi quantità, che frequentemente si manifestano con l'uso del jodoformio. Il jodolo si scioglie in parte nelle secrezioni ([7]), sembra però che agisca localmente e che venga poco assorbito, perchè di rado si riscontra la presenza di jodio nelle urine ed anche nei casi di una applicazione esterna molto abbondante, soltanto in piccole quantità.

« Anche dagli animali, secondo le esperienze di Mazzoni e di Marcus, il jodolo viene tollerato, introducendolo nell'organismo in forma di injezioni sottocutanee od iniettandolo direttamente nel sangue oppure introducendolo nel peritoneo, abbenchè in questi casi si osservi nell'urina la presenza di jodio e di albumina.

« Adoperando il jodolo per uso interno in forti dosi, non mancano di manifestarsi dei fenomeni d'intossicamento, ma anche usato in questo modo il jodolo si mostra meno venefico del jodoformio. Così p. es. secondo le esperienze di Marcus le dosi letali nei conigli sono:

pel jodolo 1,097 — 1,666 gr. per chilogramma del peso dell'animale.
pel jodoformio 0,835 — 1,013 » » » » .

I fenomeni prodotti dal jodolo sono in genere eguali a quelli osservati negli avvelenamenti jodoformici; secondo il dott. Marcus c'è una differenza nella presenza di albumina nell'urina, che viene prodotta soltanto dal jodolo.

« Nell'uomo il jodolo è stato adoperato per uso interno recentemente dal prof. F. J. Pick di Praga, in quantità di un grammo fino a tre al giorno. Il rimedio viene bene tollerato dallo stomaco e dall'intestino senza produrre fenomeni d'intossicamento. L'eliminazione del jodio mediante l'urina e la saliva avviene più lentamente che pel joduro di potassio, per cui nei casi in

([1]) Centralblatt für praktische Augenheilkunde von prof. Hirschberg, 1886, Januar Heft.

([2]) Comunicazioni presentate alla R. Accademia medica di Roma, nella seduta del 28 marzo 1886.

([3]) Revista de ciencias médicas de Barcelona, 1886, n. 6.

([4]) Berliner Klinische Wochenschrift XXIII n. 21, 1886.

([5]) Bollettino della R. Accademia medica di Genova, II.

([6]) Vierteljahresschrift für Dermatologie und Syphilis, 1886, 583.

([7]) È da notarsi che il jodolo è solubile nei liquidi alcalini.

cui si desidera un'azione lenta e di lunga durata, il jodolo è da preferirsi a quest'ultimo rimedio.

« Le proprietà antisettiche del jodolo sono naturalmente limitate dalla sua poca solubilità nell'acqua, e nessuno certo penserà ad usarlo per preservare dalla decomposizione quei liquidi putrescibili in cui il jodolo è insolubile. Che del resto il jodolo possegga in certe condizioni proprietà antisettiche, lo provano una serie di osservazioni fatte da diversi autori. Già il Mazzoni ebbe a notare che il tetrajodopirrolo in certi casi servì a combattere gli essudati difterici, che toglie sempre il cattivo odore alle secrezioni delle piaghe e che facilita la guarigione per prima intenzione nei traumatismi accidentali e chirurgici, scongiurando il pericolo di infezioni locali. Questi ultimi fatti vennero ripetutamente confermati da tutti quelli che ebbero a scrivere sugli effetti terapeutici del jodolo, e specialmente dal dottor Marcus nelle sue esperienze sugli animali, e dal prof. Pick nelle sue numerose esperienze sull'uomo. Quest'ultimo fece inoltre l'interessante osservazione che nei processi catarrali e blennorragici il jodolo fa diminuire e finalmente scomparire i microrganismi nelle secrezioni e specialmente i gonococchi negli ascessi della glandola del Bartolini. Che questi effetti siano principalmente dovuti ad un lento sviluppo di jodio per una decomposizione del jodol sulle piaghe, credo nessuno vorrà mettere in dubbio, o almeno pochi potranno essere del parere del dott. Faravelli [1], il quale crede che il jodolo agisca soltanto meccanimente come il sottonitrato di bismuto. Credo anzi utile di citare qui il lavoro del dott. G. B. Schmidt [2], il quale attribuisce l'azione del tetrajodopirrolo al jodio nascente, che si sviluppa per azione del calore dell'organismo e forse anche per l'azione di certi fermenti speciali contenuti nelle secrezioni delle piaghe. È facile del resto provare che alle volte basti un lieve calore a decomporre il jodolo; riscaldando la garza preparata al jodolo per 24 ore a 39° in un tubo d'assaggio, si osserva un lento sviluppo di jodio.

« Il jodolo viene adoperato in terapia nei seguenti modi:

« Direttamente in polvere, cospargendo la superficie delle ferite; in soluzioni alcooliche composte di 1 p. di jodolo, 16 p. di alcool e 34 p. di glicerina (Mazzoni); di 2-3 p. di jodolo e 35 p. di alcool, diluendo la soluzione con glicerina fino ad ottenere 100 p. di liquido (Vulpius); in soluzioni nell'olio al 10 % (Wolff); in forma di garza impregnata di jodolo (mediante la soluzione alcoolica) (Schmidt); in forma di pomata con vasellina o lanolina; in forma di collodio (1 p. di jodolo, 5 d'etere e 10 di collodio); e finalmente in soluzione eterea (10-20 %) per lo Spray (Pick).

« L'azione terapeutica del jodolo somiglia come si è già detto a quella

(1) L. c.
(2) L. c.

del jodoformio. Esso eccita lo sviluppo di buone granulazioni, toglie alle secrezioni il cattivo odore modificandone la natura, non forma con queste delle croste come il jodoformio, ma lascia pulita la superficie della piaga. Oltre a queste azioni antisettiche il jodolo non possiede effetti specifici contro i processi scrofolosi o luposi (Mazzoni, Pick).

« Qui non è naturalmente il luogo di riportare nè per esteso e nemmeno in forma di sunti, le diverse pubblicazioni d'interesse del tutto clinico, che sono state fatte dagli autori sopracitati intorno ai risultati ottenuti col jodolo nelle diverse malattie; mi limiterò quindi soltanto a citare quelle in cui questo rimedio è stato finora più largamente sperimentato.

« Il jodolo venne adoperato con buon successo nelle affezioni veneree; nei processi catarrali e blennorragici, nelle ulceri semplici, nei processi condilomatosi, nelle ulceri gommose, nelle adeniti subacute e suppurative. Inoltre nelle malattie fungose delle capsule articolari, negli idroceli e nelle sinoviti sierose del ginocchio (soluzione alcoolica).

« L'uso del jodolo diede pure buoni risultati nelle ulceri e nell'intorbidamento della cornea, nel panno flittenulare e tracomatoso, ed anche nella blefarite ciliare e nelle forme croniche di cheratite vasculare ».

Chimica. — *Sull'azione della luce sopra il nitrobenzolo in soluzione alcoolica.* Nota di G. Ciamician e P. Silber, presentata dal Socio Cannizzaro.

« Nella seduta del 3 gennaio 1886, uno di noi presentò a questa Accademia una Nota intorno ad una trasformazione del chinone in idrochinone, avvenuta per azione dell'alcool durante un'insolazione di parecchi mesi. In seguito si è potuto stabilire che realmente la radiazione solare aveva determinata la riduzione del chinone e l'ossidazione dell'alcool, perchè conservando anche per lungo tempo all'oscuro una soluzione alcoolica di chinone non ha luogo una simile trasformazione.

« Quest'azione riduttrice dell'alcool per influenza della luce solare fece nascere in noi il desiderio di istituire una serie di esperienze simili a quella già descritta, per stabilire se anche altre sostanze facilmente riducibili avessero un comportamento analogo a quello del chinone. Noi abbiamo perciò sul principio della primavera decorsa proseguito i nostri studî esperimentando sopra una serie di corpi, i quali in soluzione alcoolica, rimasero esposti alla radiazione solare durante i mesi d'estate.

« Durante questo tempo però comparve nei rendiconti della Società chimica tedesca [1] una pubblicazione del sig. H. Klinger, il quale ci risparmiò un ulteriore proseguimento dei nostri studî. Le sue osservazioni stanno in

[1] Berl. Ber. XIX, 1864.

perfetto accordo con le nostre e dimostrano che la reazione da noi studiata è realmente applicabile a molte sostanze.

« Senza voler fare una questione di priorità, noi pubblichiamo in questa Nota una osservazione sul comportamento del nitrobenzolo. Siccome il sig. Klinger dichiara di voler estendere i suoi studî anche sui composti contenenti residui nitrici, noi ci asterremo da un ulteriore studio di queste reazioni e ci limitiamo ad esporre brevemente i fatti da noi trovati finora. Esponendo per alcuni mesi alla radiazione solare una soluzione alcoolica di nitrobenzolo, il liquido diventa bruno ed acquista una reazione debolmente acida. Svaporandone un saggio resta indietro un residuo, che specialmente per aggiunta di potassa emana un odore che ricorda quello dell'anilina e della chinolina. Tutto il liquido venne perciò acidificato e svaporato. Nelle prime porzioni del distillato si può riconoscere la presenza di *aldeide acetica*, mentre dalle susseguenti si può riottenere in gran parte il nitrobenzolo impiegato. La riduzione non avviene perciò che molto incompletamente.

« Il liquido liberato dal nitrobenzolo venne soprasaturato con potassa e distillato con vapore acqueo. Il liquido acquoso che distilla, ha reazione marcatamente alcalina, contiene alcune goccie oleose pesanti e dà le reazioni *dell'anilina*. Oltre a questa però deve esservi contenuta qualche altra base, di odore simile alla chinolina, che noi non abbiamo potuto determinare, perchè la quantità del prodotto formatosi era insufficiente.

« La formazione di una base chinolica in questo caso può spiegarsi facilmente dalla presenza di anilina ed aldeide, del resto potrebbe prodursi della chinaldina anche direttamente dal nitrobenzolo secondo l'equazione seguente:

$$C_6 H_5 NO_2 + 2 C_2 H_6 O = C_{10} H_9 N + 4 OH_2.$$

« La riduzione del nitrobenzolo si spiega facilmente con la formazione di aldeide e forse anche di acido acetico ».

MEMORIE
DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

A. Righi. *Ricerche sperimentali intorno alla riflessione della luce polarizzata sulla superficie equatoriale d'una calamita.* Presentata dal Socio Blaserna.

RELAZIONI DI COMMISSIONI

Il Segretario Blaserna, a nome dei Socî Bizzozero, relatore, e Tommasi-Crudeli, legge una relazione sulla Memoria del dott. Ugolino Mosso, intitolata: *Sull'azione fisiologica della Cocaina.* La relazione conclude coll'approvare la stampa della Memoria negli Atti accademici.

Lo stesso Segretario, a nome dei Socî Battaglini, relatore, e De Paolis, dà comunicazione di un'altra relazione, la quale approva la stampa della Memoria del prof. Pietro Visalli, avente per titolo: *Sulle correlazioni in due spazi a tre dimensioni.*

Le conclusioni delle Commissioni suddette, messe partitamente ai voti dal Presidente, sono approvate dalla Classe.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario Blaserna presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando le seguenti di Socî e di estranei:

G. Seguenza. *Esame di una sezione naturale nel giurassico di Taormina. — Il Lias superiore nel territorio di Taormina. — Il Retico di Taormina. — Qualche considerazione sulla Nota del prof. G. Gemmellaro: « Sugli strati con Leptaena nel Lias superiore di Sicilia ».*

L. Cocco. *Risposta alle osservazioni di L. F. Schopen fatte circa le opinioni del prof. Seguenza sul Lias superiore dei dintorni di Taormina.*

V. Masini. *Fisiologia della infanzia e della fanciullezza.*

A. Garbini. *Manuale per la tecnica moderna del microscopio.*

H. Conwentz. *Die Flora des Bernsteins.* Vol. II. (In continuazione dell'opera dei signori Goeppert e Menge).

Il Segretario Blaserna richiama anche l'attenzione dei Socî su di una pregevole raccolta di pubblicazioni inviata dalla Società di storia naturale di Copenaghen, e sul volume contenente le *Observations of the international polar expeditions 1882-83. Fort Rae.*

Il Presidente presenta una pubblicazione del prof. Mantegazza, pronunciando le seguenti parole:

« Presento all' Accademia a nome del prof. Mantegazza il suo libro: *Studî sulla etnologia dell'India*, illustrato da fotografie originali prese da lui nel suo viaggio nell'India.

« Scopo principale di quest'opera, scrive l'egregio autore, è la illustrazione di alcune razze meno note, e quello altresì di distruggere alcuni errori intorno la etnologia delle razze *Dravidiane* ».

Il Socio Govi offre all'Accademia una copia dei discorsi pronunciati a Parigi il 31 di agosto, pel centenario dell'illustre chimico Chevreul, e pubblicati dall'Accademia delle Scienze in appendice ai suoi *Comptes rendus.*

Fra questi discorsi trovasi pur quello detto da lui in nome dell'Accademia dei Lincei.

Il Socio Govi soggiunge che lo Chevreul, commosso per tale dimostrazione di stima e di affetto, lo ha incaricato d'esprimere all'Accademia la sua più viva gratitudine.

Lo stesso Socio Govi presenta inoltre all'Accademia un suo scritto intorno a una lente per cannocchiale lavorata da Evangelista Torricelli e conservata nel Gabinetto di Fisica della Università di Napoli.

Codesta lente di 111 millimetri di diametro e di $5^{mm},36$ circa di grossezza al centro, è fatta di un vetro il cui indice è 1,513. Essa è piano-convessa, colla convessità di 3 metri di raggio. Il suo fôco principale, misurato dal vertice della faccia curva è di $5^{m},923$, cioè di circa dieci *braccia da panno* di Firenze ($5^{m},8363$).

CONCORSI A PREMIO

Il Segretario Blaserna dà comunicazione dei seguenti temi dei concorsi a premio del Reale Istituto veneto di scienze, lettere ed arti.

— *Si domanda un manuale di chimica, il quale abbia in mira di guidare gli studiosi nella pratica del laboratorio e dell'analisi, con particolare riguardo alla farmacia ed alla medicina.* — Tempo utile 31 dicembre 1887. Il premio è d'ital. lire 1500.

— *Storia ragionata delle opere e delle dottrine idrauliche nella regione Veneta, con particolare riguardo all'influenza esercitata dallo Studio di Padova.* — Tempo utile 31 dicembre 1887. Il premio è d'ital. lire 3000.

— *Si esponga la storia del diritto di famiglia nella Venezia, e con principale riguardo a Venezia, dal secolo decimoterzo al decimonono.* — Tempo utile 31 dicembre 1887. Il premio è d'ital. lire 3000.

— *Storia documentata del conte Francesco di Carmagnola, dall'epoca in cui prese a militare sotto le bandiere di Filippo Maria Visconti, sino a quella della sua morte; discutendo i racconti e gli apprezzamenti dei cronisti editi ed inediti; degli storici e pubblicisti italiani e stranieri, e indagando, possibilmente, i giudizî, che, sui fatti del conte, portarono i condottieri ad esso contemporanei.* — Tempo utile 31 dicembre 1887. Il premio è d'ital. lire 3000.

— *La fognatura delle città, in rapporto alle malattie endemiche ed epidemiche, con speciale riferimento al sistema di fognatura esistente nella città di Venezia, ed alle modificazioni da apportarvisi, nei limiti concessi dalla condizione topografica affatto speciale della città stessa, e ciò allo scopo ch'esso meglio risponda ai bisogni della igiene cittadina.* — Tempo utile 31 dicembre 1887. Il premio è d'ital. lire 3000.

— Un premio d'ital. lire 5000 *a chi detterà meglio la storia del metodo sperimentale in Italia.* — Tempo utile 31 marzo 1889.

— Sarà conferito fuori di concorso un premio d'ital. lire 6000 all'italiano *che avesse fatto progredire nel biennio 1886-87 le scienze mediche e chirurgiche, sia colla invenzione di qualche istrumento o di qualche ritrovato, che servisse a lenire le umane sofferenze, sia pubblicando qualche opera di sommo pregio.*

CORRISPONDENZA

Il Presidente presenta un esemplare della medaglia commemorativa dell'ultimo Congresso penitenziario internazionale tenuto a Roma, e dà comunicazione della seguente lettera colla quale di questo esemplare veniva fatto omaggio all'Accademia.

Roma, 20 settembre 1886.

Illustrissimo Signore,

Allo scopo di rendere più durevole la memoria del terzo Congresso Penitenziario internazionale riunitosi in Roma nel novembre ora scorso, e di dare un segno di gratitudine a coloro i quali portarono in quelle adunanze largo contributo della loro dottrina e della loro esperienza, od altrimenti concorsero al successo dell'opera, è stata coniata un'apposita medaglia commemorativa della quale ho l'onore di rimettere a cotesta Onorevole Accademia il qui unito esemplare.

Nella lusinga che questo particolare attestato di soddisfazione del Governo sarà per riuscire gradito alla Onorevole Accademia presieduta dalla S. V. Illma, colgo l'occasione per esprimerle i sensi della mia distinta osservanza.

Per il Presidente del Congresso
Mancini.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

L'Accademia di scienze fisiche e matematiche di Napoli; la Società Reale di Londra; l'Accademia delle scienze di Barcellona; la Società di scienze naturali di Berlino; la R. Società zoologica di Amsterdam; le Società filosofiche di Cambridge, di Birmingham, di Filadelfia; la R. Biblioteca palatina di Parma; la Biblioteca nazionale V. E. di Roma; la civica Biblioteca di Reykjavik; il Museo di storia naturale di Bruxelles.

Annunciano l'invio delle loro pubblicazioni:

La Società delle scienze naturali di Marburgo; le Università di Halle, di Jena, di Rostock e di Basilea.

Ringraziano ed annunciano l'invio delle loro pubblicazioni:

L'Accademia Leopoldina di Halle; la Società di agricoltura, scienze, lettere ed arti di Orleans.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

Seduta del 21 novembre 1886.

G. Fiorelli Vice-Presidente

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Giurisprudenza. — *Il diritto romano nell'Italia meridionale durante i secoli di mezzo.* A proposito di uno studio del prof. F. Brandileone. Cenni critici del Socio Francesco Schupfer.

« Il lavoro del dotto prof. Brandileone, che ci suggerisce le presenti considerazioni (1), può dirsi la continuazione di un altro sul diritto romano nelle leggi normanne e sveve, che l'autore ha pubblicato due anni sono. Ricordiamo di averne detto allora molto bene, pure avvertendo quei punti in cui ci era parso deficiente (2). Il diritto romano ha influito davvero su molta parte della legislazione dei Normanni e degli Svevi; e l'autore è riuscito a dimostrarlo completamente. Sia che si studino i rapporti di diritto costituzionale, sia che si abbia riguardo al diritto penale, o agli ordinamenti processuali, e in parte anche al diritto privato, dappertutto se ne scorgono le traccie. E a volte ne sono riprodotte soltanto le disposizioni, a volte perfino le parole: che

(1) F. Brandileone, *Il diritto bizantino nell'Italia meridionale dall'VIII al IX secolo.* Bologna, Fava e Garagnani 1886 (Estr. dall'*Arch. giur. XXXVI* fascicoli 3-4).

(2) Ne abbiamo parlato nella nostra *Rivista critica per le scienze giuridiche e sociali* II. 9, p. 271 e nella *Nuova Antologia* 1884 fascicolo del 16 settembre. Il libro porta il titolo: *Il diritto romano nelle leggi normanne e sveve del regno di Sicilia.* Torino 1884.

se pure la pretta disposizione del diritto romano è stata alterata qua e là per adattarla alle mutate condizioni dei tempi e all'ambiente nuovo, la influenza però non è meno spiccata, e l'autore non ha mancato di avvertirla. Aggiungo che essa cresce anche più col tempo. Durante la dominazione dei Normanni essa può trovarsi nella costituzione dello Stato e nel diritto punitivo; mentre i giudizî sono ancora ispirati a concetti germanici: invece sotto Federigo II anche il procedimento nei giudizî viene atteggiandosi alla romana. Così il diritto romano si allarga, determinando sempre più il concetto dello Stato e del diritto in tutte le sue manifestazioni, battendo in breccia i principî germanici, che se non scompaiono affatto, cedono però il campo.

« L'autore ha chiarito tutto ciò, attingendo direttamente alle fonti, con molta accuratezza di ricerche e fine criterio; nè la prova avrebbe potuto riescire più completa. Soltanto non potevamo convenire con le cause che avrebbero determinato cotesto fenomeno. Per spiegarlo l'autore era ricorso al fatto delle immigrazioni. Sarebbero state singole famiglie o individui, che, dall'Alta Italia, avrebbero portato con se la nuova legge al tempo dei Normanni; ma se pur ciò fosse vero, resterebbe da provare come singoli individui abbiano potuto imporsi talmente a tutto un popolo da indurre un mutamento così radicale della sua legislazione. E d'altra parte, dicevamo, che bisogno c'era di coteste emigrazioni per diffondere la conoscenza e la pratica della legge romana, se questa era già conosciuta e praticata nell'Italia meridionale? Ancora, notavamo, deplorando, che l'autore, pieno la mente di quelle immigrazioni, non si fosse curato di studiare le relazioni che il nuovo diritto delle costituzioni sicule poteva avere col diritto bizantino; ed esprimevamo l'idea che questo diritto dovesse aver esercitato una grande influenza. L'autore aveva ricordato appena una disposizione concernente gli adulterî; ma avrebbe potuto notarne anche altre.

« Ora il Brandileone si è accinto a colmare tale lacuna, e ha fatto opera saggia: soggette all'impero greco c'erano più contrade nella bassa Italia, che dovettero per più secoli sottostare alle leggi bizantine e sentire tutta la influenza della giurisprudenza elaborata intorno ad esse. Aggiungo, che l'autore studia la questione con molto amore. In generale le doti, che si son riscontrate nel primo libro, si rivelano anche in questo; ma anche i difetti sono gli stessi. O c'inganniamo, o anche qui vi è una certa tendenza ad esagerare la propria tesi; perchè crediamo che sia un po' arrischiato il dire che il diritto bizantino abbia soppiantato completamente le compilazioni giustinianee; e quantunque l'autore cerchi di darne la prova, dubitiamo che essa gli sia riuscita.

*
* *

« Certo, egli si spiccia un po' alle leste colla Sicilia. Ciò che gli riesce di provare è, che una legge di Leone Isaurico, relativa al ratto delle religiose,

vi possa essere stata applicata [1]; ma osserviamo che, anche con questa legge, restava tuttavia un largo campo al diritto e alle fonti giustinianee, per non dire che la legislazione isaurica, che fu quella che si discostò maggiormente dal diritto giustinianeo, non ebbe lunga vita.

« Quant'è al continente, certo non possiamo ammettere, così senz'altro, che i molti documenti, che accennano alla legge romana o alla pratica romana, contengano sempre una allusione al diritto bizantino. Per arrivare a cotesto risultato l'autore suppone che la *fedeltà* all'imperatore potesse ostare all'uso delle compilazioni giustinianee; ma ci pare che una cosa non faccia proprio ostacolo all'altra, tanto più che il nuovo diritto bizantino non era poi molto disforme da quello di Giustiniano. Aggiungo che neppure tutti i ricordi di leggi o consuetudini romane appartengono alle regioni sottoposte a Costantinopoli.

« Alcuni documenti salernitani dei secoli X e XI, dove è menzione della legge romana, possono anche riferirsi a persone provenienti da paesi soggetti all'impero greco, ma altri non vi si riferiscono. Certo non è provato che i contraenti menzionati nel Cod. Cav. III. 491. a. 996, IV. 657. a. 1012, V. 787. a. 1026, V. 831. a. 1030, V. 944. a. 1039, fossero Amalfitani o provenienti dal ducato di Amalfi, come l'autore suppone. Un documento salernitano del 1089, pubblicato dal Perla [2], e sul quale torneremo, accenna addirittura a una *diuturna consuetudo civitatis.*

« Il Brandileone continua dicendo, che il diritto langobardo doveva necessariamente soprafare il diritto dei vinti, e aggiunge: la legge romana continuò a menare vita stentata tra le infime classi del popolo, che si trovavano nella impossibilità di conoscere da se le fonti del diritto; nè queste avrebbero potuto mantenersi in vigore se non ci fossero stati tribunali con giudici di legge romana. Ma anche tutto ciò non è pienamente esatto.

« L'intelletto e la pratica latina hanno reagito sempre potentemente, e sappiamo di positivo che il diritto romano finì con lo imporsi sempre più. Lo stesso autore ne ha somministrato una splendida prova nel suo libro, dimostrando la grande influenza, che esso esercitò sulle leggi normanne. Nè so persuadermi che ciò si debba all'arbitrio del legislatore: certamente, prima che nelle leggi, la cosa dev'essere stata nella vita. Neppure credo, che le infime classi soltanto abbiano conservato l'uso del diritto romano. A tacere d'altri, c'era la Chiesa che viveva con esso. Nè mi capacita che non ci fossero tribunali con giudici di gente romana, come c'erano anche altrove, dovunque la legge romana era applicata. Il Codice Cavense ricorda molti giudizî tenuti da abati e chierici nel sacratissimo palazzo salernitano, ed è

(1) Cfr. Zachariae, *Geschichte des byzant. Rechts,* 2 ed., Berlino 1877, p. 321.

(2) Perla, *Del diritto romano giustinianeo nelle provincie meridionali d'Italia prima delle assise normanne.* Napoli 1885, p. 31 segg. Anche di questo libro abbiamo discorso nella *Nuova Antologia* 1885, fascicolo del 16 agosto.

presumibile che essi, che generalmente vivevano a legge romana, conoscessero la legge con cui vivevano. Ricordo un giudizio tenuto nell'anno 902 da *Andreas abbas et electus ad singulis audiendum vel diffiniendum causas:* si trattava di una lite tra l'abate Angelo di S. Massimo e certo Giovanni di Atrani (Cod. Cav. I. 116, p. 146). Lo stesso Andrea *abbas et electus* giudicò di un'altra causa tra Echino figlio di Eginardo e Angelo abate di S. Massimo e il suo tutore o avvocato (Cod. Cav. I. 115, p. 144 a. 902). Un Pietro *chierico e giudice* nel palazzo di Salerno decise nel 918 una causa tra la chiesa di S. Massimo e certo Ado, detto Tina (Cod. Cav. I. 135, p. 173). Un'altra lite tra certi Aghenardo e Arechi fu decisa pure da un Pietro *diacono e giudice* (Cod. Cav. I. 155, p. 198, a. 934). Molte volte poi, insieme col giudice, si trovano ricordate anche altre persone. Citiamo soltanto, a mo' d'esempio, un giudicato del principe Gisolfo dell'anno 947. Egli risiedeva nel suo palazzo di Salerno e con lui stavano Lando *gastaldo* e Moncola *giudice* e altri nobili: si trattava di una lite tra certo Pietro e l'abate della chiesa di S. Massimo per alcune terre di Nocera, che erano state di Ioannelgario monaco (Cod. Cav. I. 174, p. 225). Un'altra volta sedevano Giovanni e Pietro *giudici*, e insieme con essi erano alcuni *idonei homines ad singulorum causatores causas audiendas et difiniendas:* la lite era tra l'abate della chiesa di S. Maria e Radoaldo abate della chiesa di S. Maria e S. Benedetto (Cod. Cav. II. 422, p. 289 a. 990). Ancora, è osservabile che tanto i giudici quanto le parti si richiamano continuamente alle leggi, che certamente dovevano aver presenti. Ricordiamo: Cod. Cav. I. 153 a. 918: *Genetrice mea vera fuit soror ipsius Pepini, unde per ratione* IUSTA LEGEM *ei ereditare non deberet;* Cod. Cav. I. 148, a. 928: *Ante os tempore ... inter se fuerunt guadiati ... cum suis rationibus et* SECUNDUM LEGEM *inter se exinde finem facere*, e anche: *Iudicabimus ... ut ipsi nominati ...* SECUNDUM LEGEM *iurare ut per triginta annos rebus ipsa ... dominasset et possedisset;* Cod. Cav. I. 177, a. 949: *Inter nos iudicatum est per partes nos wadiare fecit, ut ego nominata mulier* SECUNDUM LEGEM *eorum iurare ut ipsa rebus de ipsa nostra monimes esset pertinentem et* LEGIBUS *nobis rebus ipsa pertinente est;* Cod. Cav. I. 180, a. 952: *Inter eis iudicavimus ut pariter super eadem rebus pergere et ipsi germani ... quia ipsa rebus possessuri sunt per finis eidem germani monstrare et iurare eorum, ut sicuti eos monstraberit, sic fuisset abii et genitores illorum et* LEGIBUS *eorum esse pertinentem;* Cod. Cav. II. 211, a. 960: *Inter eis iudicabimus ut pars ipsius ecclesie* IUXTA LEGEM *iurare, ut de monimina ipsa, que ante nos ostendit, inde esset pertinentes, et per expleta possessione pars iamdicte ecclesie illut tenuisse et dominasse, et* LEGIBUS *esset pertinentes ad pars iamdicte ecclesie.* Che poi la legge romana venisse veramente applicata nei giudizî, risulta da altre fonti. Leone Ostiense nel *Chron. Cass.* II, 34, dice, che nel 1017 fu giudicata una lite in Montecassino *tam ex romanis legibus quam ex langobardis.* Parimenti ricordo la concessione,

che Giordano II principe di Capua fece nel 1117 agli uomini di S. Pietro di Scafati, vassalli del monastero di S. Angelo in Formis, di godere *medietatem romane legis in iudicio* (1). Medesimamente, ancora Federico II nelle sue Costituzioni accenna a certa *distinctio*, che si faceva tra Franchi, Romani e Langobardi nei giudizî.

« Quant'è allo studio del diritto romano, può vedersi ciò che Alfano I, arcivescovo di Salerno, dice di certo Romualdo causidico salernitano in una delle sue odi, che fu già avvertita dal Perla (2):

Dulcis orator vehemens gravisque
Inter omnes causidicos perennem
Gloriam *iuris* tibi, Romualde,
Prestitit *usus*.

« È un curioso documento, che l'egregio nostro amico Brandileone ricorda con una cert'aria canzonatoria, ma che nondimeno ha la sua importanza. A nostro avviso, esso prova veramente che a Salerno, già nel secolo XI, c'era un collegio di avvocati, e una giurisprudenza colta, la quale non poteva riferirsi che al diritto romano. Perchè, a non ripetere ciò che ha detto il Perla, che gli Editti langobardi non ammettono procuratori se non per le chiese, per le vedove, pei pupilli e per le persone semplici, e dunque doveano prestarsi male al sorgere di un' intera classe di causidici di professione, quale esisteva a Salerno; la parola *ius* nella bocca dell'arcivescovo Alfano, così tenero delle glorie antiche, che nella Roma pontificia voleva ristaurato l'impero del mondo *ut stringat solitis legibus orbem*, non poteva assolutamente avere altro senso che di legge romana. Che se c'erano de' causidici, i quali si occupavano dello studio del diritto, poco importa che coloro, i quali vivevano colla legge e consuetudine romana, non ne conoscessero tutte le finezze, se sapevano a chi ricorrere per istruirsi. Ciò valeva specialmente delle classi basse; e anche ciò può dedursi dall'ode summentovata di Alfano. Romualdo, dopo essersi acquistato una bella fama tra tutti i causidici de' suoi tempi, finì, come avean finito tanti altri, col farsi frate; e fu appunto in questa occasione che l'arcivescovo compose la sua ode. A questo proposito egli non manca di osservare che il popolo deplorò *amaramente*, che Romualdo avesse abbandonato la professione di causidico (3).

« Ma anche un' altra argomentazione del Brandileone non regge. Egli riferisce un passo di Carlo di Tocco in cui è detto che secondo le leggi langobarde, la madre avrebbe dovuto escludersi dalla successione, perchè quelle leggi la riservavano ai soli agnati, come da principio si era praticato anche in Roma prima del SC. Tertulliano, e quindi sarebbe stato bisogno di una

(1) Gattola, *Accessiones*, p. 234.

(2) Perla, op. cit. p. 38.

(3) L'ode in questione può vedersi nello Schipa, *Alfano I arcivescovo di Salerno*, Salerno 1880.

nuova legge per ammetterla. « Ma acchè — dice il Brandileone — questa legge nuova richiesta da Carlo, *se si fosse potuto applicare il SC. Tertulliano* che pur era contenuto nelle Istituzioni giustinianee? ». Qui però ci son due cose che zoppicano. Intanto, se si avesse dovuto applicare una legge romana, non sarebbe stato più il SC. Tertulliano, ma la Novella 118. Inoltre c' è questo. Quando Carlo di Tocco asserisce: *Et esset opus nova lege,* è certo ch' egli non allude a una legge romana, ma ad una nuova legge langobarda. Il SC. Tertulliano, o meglio la Novella 118, non si avrebbero potuto applicare ai Langobardi; e già Liutprando 91 aveva detto che in materia di successioni, non si doveano confondere le due leggi.

« Aggiungiamo ed esaminiamo due altre citazioni del dotto scrittore: una di Andrea Bonello, che il diritto langobardo *per quandam inveteratam consuetudinem in regno isto Siciliae derogat ipsi iuri romano;* l'altra di Andrea d'Isernia: *In una terra sunt multi, ut est Salerni, viventes iure longobardo et multi iure romano ex consuetudine.* Il Brandileone ne deduce, che il diritto romano giustinianeo si mantenne in vita fino ad un certo punto, in talune contrade meridionali *per consuetudine*, e non per diretta conoscenza delle fonti. Noi completeremo la citazione di Andrea Bonello: *Vidi saepe magnos advocatos in iure romano valde expertos verecundatos a minimis advocatis, ius Longobardorum scientibus.* E riferisce anche l'esempio di un *optimus advocatus*, il quale aveva allegato molte cose *de iure romano,* e nondimeno dovè cedere davanti ad un avvocatuzzo, il quale aveva mostrato al giudice il diritto langobardo, che disponeva diversamente. Andrea Bonello fa fede veramente della diretta conoscenza delle fonti. Le altre parole di Andrea d' Isernia dicono, nè più nè meno, che per consuetudine c'erano molti in Salerno che vivevano col diritto langobardo e molti col diritto romano, e non già che il diritto romano fosse affatto consuetudinario e non se ne conoscessero le fonti. Parecchi documenti che citiamo più sotto ricordano tanto la *consuetudine* quanto la *legge*: *iuxta legem et consuetudinem romanorum.*

***

« Dopo tutto, vi hanno veramente alcune positive testimonianze, non solo dell'uso e della notizia del diritto romano in generale, ma dei libri giustinianei nei territori della bassa Italia, sulle quali l'autore passa un po' troppo frettolosamente. Vogliamo alludere al placito teramano del 1108 notato già dal Savigny (1), e ad una sentenza del 1089 pronunziata in Salerno nella curia arcivescovile (2), che contengono testuali citazioni delle fonti giustinianee.

(1) Savigny, *Gesch. des röm Rechts im M. A.* II, p. 231. Il Placito può vedersi in Ughelli *I. S.* I, p. 354. segg.

(2) Fu pubblicata dal Perla, op. cit. p. 31 segg.

« Il placito tenuto in Teramo ricorda varie azioni che una chiesa sperimenta per ottenere la restituzione di alcune cose di sua pertinenza. Alcune le erano state tolte violentemente, e per queste si giova dell'*actio in rem*, della *condictio ex lege* e dell'*interdictum de vi;* per altre esperisce un' azione personale e l'*actio hypothecaria*. L'avvocato della chiesa aveva già chiesto *fieri satisdationes iudicio sisti et iudicatum solvi*. Quant' è poi alla sentenza salernitana, essa r porta un testamento in cui si parla dell' *ius utendi fruendi*, e insieme cita testualmente un passo delle Istituzioni giustinianee: ... *Et ipsum scriptum eorum irritum esse secundum romanam legem, qua ipsum monasterium et suprascripti fratres vivunt. Et quoniam in* LIBRO INSTITUTIONUM *divus Iustinianus ita censuit, masculo igitur usque ad quatuordecim annum substitui potest, femine usque ad duodecim annum, et si hoc tempus excesserit substitutio evanescit*. Infine la sentenza si richiama alla *legge romana* e alla *consuetudine del luogo* diuturnamente osservata: *tam secundum eandem legem quam et secundum diuturnam consuetudinem huius civitatis*.

« Il Brandileone stesso riferisce queste testimonianze a p. 30 in nota; ma non ne vorrebbe tener conto perchè provengono da curie ecclesiastiche, e perchè appartengono ad un periodo piuttosto avanzato. A noi pare però che non importi proprio affatto che provengano da una curia piuttosto che dall'altra, mentre la questione è di sapere se le fonti del diritto giustinianeo fossero tuttora conosciute e adoprate. Nè giova il dire che appartengono ad un periodo piuttosto avanzato, se ambedue sono anteriori allo stabilimento della monarchia siciliana, e il secondo anche ad Irnerio; laonde ne verrebbe assolutamente escluso che ci fosse bisogno di una importazione dall'alta Italia, per diffonderne la conoscenza tra i Normanni.

« Noi poi siamo in grado di aggiungere un nuovo documento, che ci venne comunicato dal valente nostro amico prof. Gaudenzi, che avevamo pregato di una simile ricerca nella badia di Cava de' Tirreni. Esso contiene una vendita di beni, e fu rogato nell'anno 1063, *vigesimo secundo anno principatus domni nostri Gisolfi gloriosi principis* (1). Crediamo prezzo d'opera di indicarne brevemente il contenuto. Certa Grusa maggiore di 25 anni vedova di Sergio di Atrani e tre pupilli figliuoli del detto Sergio maggiori di 7 anni ma minori di 14, di cui Grusa loro madre amministrava LEGITTIMAMENTE la tutela, si presentano davanti a Pietro giudice, dichiarando di vivere a legge romana: *romane legis viventes*. Il documento nota: *Et ipsi pupilli proclamavant se fame et nuditate mori propter nefandam gentem Normannorum qui nostram provinciam depredaverunt, et non haberent ipsi pupilli res moviles tam animalia quam his que anima carent, de quibus se de ipsis fame et nuditate possunt eripere, nisi solummodo venundare ex eis que solo*

(1) Si trova nella Capsula XI, n. 101.

continentur. Il giudice interrogò che cosa volessero vendere; e la madre e i pupilli indicarono una certa terra fuori di Salerno in Trasboneia. Presentarono anche una carta, da cui risulta, che il fondo apparteneva veramente ad essi a porzioni uguali. Poi segue il documento: *Et quoniam* INSTITUTIONE ROMANE LEGIS *quod* DIVUS IUSTINIANUS *instituit preceptum est, ut in venditione pupilli auctoritas tutoris necessaria esse* (1), *ideo ipsi pupilli supra scriptas tres partes quas eis de suprascripta terra habere pertinet, cum auctoritate ipsius Gruse genitrix ac tutricem illorum vendere volevant.* La vendita è fatta per 40 soldi d'oro a Giovanni figlio di Mastalo; e tanto la madre quanto i figli, *tamen ipsi pupilli cum auctoritate suprascripte Gruse,* danno la guadia e pongono a fideiussore certo Sergio, promettendo di difendere la terra contro chiunque. Il doc. termina: *Suprascripta fecerunt ipsi pupilli* SECUNDUM LEGEM ET CONSUETUDINEM GENTIS ROMANORUM *et cum auctoritate ipsarum genitricis earum. Et ipsa Grusa suprascripta fecit per semetipsam eo quod illius etatis esse eam agnovi cui tutoris aut curatoris auxilium non indiget.*

« Questo diploma è anche più concludente dei precedenti, non solo pel tempo, a cui appartiene, che è anteriore, ma anche per le persone che vi figurano, e le cose che contiene.

« Non si tratta più di curie ecclesiastiche come nei precedenti; e resta assodato, che anche nei tribunali civili, non altrimenti che in quelli della chiesa, continuava tuttavia la pratica del diritto giustinianeo senza bisogno di altre importazioni. Le cose poi, che vi si contengono, richiamano anche più la nostra attenzione, perchè, oltre all'essere attinte al diritto giustinianeo (il diploma stesso rammenta le Istituzioni), sono anche affatto peculiari di esso ed assolutamente opposte a ciò che si contiene nelle fonti bizantine.

« Noi non facciamo che accennare ad alcuni punti più importanti.

« Uno è: che la tutela, secondo il documento in questione, è ancora dipendente dalla *pubertà,* come per diritto romano: i figliuoli di Sergio, che vi sono soggetti, sono pupilli, cioè dire maggiori di 7 anni ma minori di 14; e invece già il diritto dell'Ecloga facea dipendere il termine della tutela non più dalla *pubertas,* ma dal conseguimento di una indipendenza di fatto, come dice lo Zachariä (2), o almeno da quella età in cui prima si soleva domandare la *venia.*

« Inoltre il diploma conosce ancora una tutela *legittima:* essa era amministrata da Grusa madre dei tre pupilli, figliuoli di Sergio, *legittimamente*; e invece la vera *tutela legittima* sparisce nel diritto bizantino. Che se i parenti del pupillo, in ispecie la madre, erano ancora preferiti, non lo erano *per legge,* ma perchè la magistratura soleva avervi riguardo nel nominare il tutore (3).

(1) Si veda § 2 pr. *Instit.* 2, 8.

(2) Zachariae, *Gesch. des griech.-röm. Rechts,* 2ª ed., Berlino 1877, p. 101.

(3) Anche su ciò può vedersi lo Zachariae, p. 103.

« Insieme è osservabile che il documento distingue tuttavia la *tutela* dalla *cura*, dicendo che Grusa era maggiore di 25 anni, e quindi si trovava in quell'età, *cui tutoris aut curatoris auxilium non indiget;* ma già l'Ecloga non contiene traccia di questa differenza (1).

« Se anche il documento non avesse ricordato le Istituzioni di Giustiniano, il suo contenuto sarebbe stato più che sufficiente a mostrarci che la legge romana professata da Grusa e dai figliuoli era veramente la legge romana giustinianea.

« Crediamo poi che tanto questa carta del 1063 quanto quella del 1089 ci diano la giusta misura per interpretarne altre anche più antiche. Sono le carte salernitane a cui abbiamo accennato più sopra; che rammentano ora la *consuetudo romanorum* (2), ora la *lex romanorum* (3), e ora la consuetudine e la legge insieme: *iuxta legem et consuetudinem nostram romanorum* (4), o anche: *iusta consuetudo legis nostre romanorum* (5).

« Si tratta di permute, di vendite, di costituzioni di dote, di donazioni per causa di nozze, di beni lasciati in usofrutto, del diritto di abitazione ecc.; e se qua e là vediamo i principî romani alterarsi sotto la influenza del diritto langobardo (6), altrove la fisonomia romana è conservata pura (7); e anzi qualche carta distingue nettamente la legge romana dalla langobarda (8).

« Ora, tanto il diploma del 1063 quanto quello del 1089 contengono precisamente la medesima frase che abbiamo trovato nelle altre carte salernitane: *Secundum legem et consuetudinem gentis romanorum; — Secundum romanam legem qua ipsum monasterium et suprascripti fratres vivunt... et secundum diuturnam consuetudinem huius civitatis.* Ma se la legge in questione nei documenti del 1063 e 1089 è quella romana giustinianea, a cui espressamente si richiamano, è ovvio supporre che questa medesima legge giustinianea sia sottintesa anche negli altri diplomi, dove quel richiamo manca, tanto più che essa ci è presentata non già come la legge di un individuo, ma come quella di tutta la *gente* dei Romani e come la consuetudine diuturna della *città*.

« Che se qualche istituzione langobarda è stata accettata dai Romani, ciò non fa meraviglia. La stessa carta del 1063 ricorda la *guadia* e i fideiussori dati da Grusa e dai figli a maggiore validità dell'atto, promettendo di difendere la terra, che vendevano, contro chiunque, come usavano anche altri,

(1) Cfr. Zachariae, op. cit. p. 101. 103.

(2) Cod. Cav. II. 418 a. 990.

(3) Cod. Cav. III. 474 a. 994; 491 a. 996; IV. 657 a. 1012; V. 831 a. 1030.

(4) Cod. Cav. III. 494 a. 996; 501 a. 997; III. 516 a. 998; IV. 685 a. 1015; V. 787 a. 1026; V. 828 a. 1030; VI 951 a. 1039; VI. 1027 a. 1043.

(5) Cod. Cav. VI. 944 a. 1039.

(6) Cod. Cav. III. 516; IV. 657. 685; V. 787. 828. 831; VI. 944. 951. 1027.

(7) Cod. Cav. II. 418. 474. 491. 501.

(8) Cod. Cav. III. 474,

che pur dichiaravano di vivere *secundum legem et consuetudinem romanorum* (1).

« Ma che perciò? La fusione degli interessi dei vincitori e dei vinti doveva presto o tardi generare anche una fusione, o per lo meno un avvicinamento, dei loro rispettivi diritti. Anche nell'Italia settentrionale le cose non eran procedute diversamente, e ci avrebbe fatto meraviglia che non lo fossero nell'Italia meridionale. Una nuova consuetudine era venuta alterando a poco a poco tanto il diritto romano quanto il langobardo; e forse gli stessi documenti salernitani alludono a cotesto fenomeno, distinguendo, come fanno, la *consuetudo romanorum* dalla *lex romanorum*.

« Ancora, avremmo desiderato che l'autore tenesse conto della tradizione, che vuole attribuito il risorgimento del diritto romano a un esemplare delle Pandette che i Pisani avrebbero predato in Amalfi. Lo Zachariä ha perfino dubitato che questo fosse un accenno alla via per cui le Pandette divennero note a Irnerio; ma pur non ammettendo codesto, non credo che la cosa possa trattarsi con indifferenza. Appunto sulle Pandette amalfitane può vedersi ora ciò che ne dice il Pernice nella *Zeitschrift der Savigny-Stiftung*, VI, 1, p. 300. Le notizie relative alle Pandette amalfitane, che si conoscevano finora, appartengono al secolo XIV. L'Hartwig ha per il primo ricordato un'altra notizia del secolo XIII (2) e il Pernice ne ha reso conto nella *Zeitschr. der Savigny-Stiftung*, VI, 1 (1885) p. 300. Essa si trova in un volumetto di notizie che un mercante di Pisa cominciò a scrivere: *anno millesimo ducentesimo settuagesimo nono, indictione septima, decimo septimo kalendas januarii*, che il Piccolomini pubblicò nel 1877. L'ultima parte del volumetto contiene una *cronichetta Pisana* dal 1006 fino al 1276, in cui si legge tra le altre: *Malfi e lo suo docato, unde li Pisani anno le Pandecta, pigliarno ne' MC.XL.* Veramente la conquista di Amalfi cade nell'anno 1135; ma ciò che importa è di vedere che la tradizione era diffusa in Pisa fin dal secolo XIII (3).

« Ad ogni modo, di fronte alle compilazioni di diritto bizantino, appartenenti alla bassa Italia, bisogna collocare la parafrasi, i compendî e i manoscritti di diritto giustinianeo provenienti pure dall'Italia meridionale.

« Intanto merita osservazione la notizia dataci da Pietro Diacono nel *Chronicon Casinense*, che cioè l'abate Desiderio di Montecassino, che fu poi papa Vittore III, abbia, insieme ad altri codici, fatto trascrivere anche le Istituzioni di Giustiniano e le Novelle: *Codices namque nonnullos in hoc loco*

(1) Cod. Cav. III. 494; IV. 657. 685; V. 787. 828. 831; VI. 944. 951. 1027. Vedi le nostre osservazioni sul *Codex Cavensis* nella *Nuova Antologia* 1886, fasc. del 16 novembre.

(2) *N. Archiv d. Gesellschaft für ä. deutsche Geschichtskunde*, IV (1879), p. 416.

(3) Contro la tradizione sta la notizia di Odofredo che il ms. delle Pandette fiorentine sia venuto direttamente da Costantinopoli a Pisa; i moderni la respingono senza più. Vedi Savigny, *Storia*, III, 92 s. e Mommsen, *Praef.*, p. XII².

describi praecepit, quorum nomina haec sunt... Instituta Iustiniani, Novellam eius etc. L'abate Desiderio viveva nel secolo XI.

« Insieme ricordiamo:

1° Il manoscritto messinese delle Istituzioni greche comunemente attribuite a Teofilo, su cui può vedersi il Blume nella *Zeitschrift für gesch. R. W.*, VII, 370 s.

2° Il manoscritto delle Istituzioni stesse, che, secondo il Montfaucon (*Bibliotheca Bibliothecarum*, p. 236), doveva trovarsi nella Biblioteca di Monteoliveto a Napoli, ma di cui si son perdute le traccie.

3° Il manoscritto veneto delle Novelle, che si fa derivare dalla Calabria.

4° Un compendio delle Istituzioni scoperto recentemente dal Gaudenzi, che, a giudicarne da una indicazione dell'ultimo foglio, deve aver appartenuto a S. Maria di Ravello, città posta nel principato citeriore a tre leghe da Salerno (1).

« Infine crediamo che un fatto degno di molta attenzione per la questione della persistenza del diritto giustinianeo sia anche questo: che la compilazione bizantina del Codice Parigino 1384, già appartenente alla bassa Italia, cita alle rubriche e ai singoli paragrafi regolarmente le Istituzioni, i Digesti, il Codice e le Novelle, da cui il titolo o i paragrafi sono stati presi (2).

***

« Si badi però: tutte le osservazioni, che abbiamo fatto, non mirano nè punto nè poco ad escludere che il diritto bizantino abbia avuto una influenza nella bassa Italia. Noi stessi abbiamo richiamato l'attenzione del Brandileone su questo fatto, e siamo lieti della dimostrazione che ne ha dato. Soltanto abbiamo voluto ridurre la cosa nei giusti limiti; perchè non crediamo che le influenze bizantine abbiano potuto far dimenticare il diritto giustinianeo. L'autore stesso accenna ai manoscritti contenenti leggi e compilazione di giurisprudenza costantinopolitana, che certamente hanno appartenuto alla bassa Italia. Adduce anche qualche prova speciale e diretta dell'uso di queste leggi, e termina rilevando le traccie di diritto bizantino che si trovano nelle Assise normanne. In tutto ciò egli è nel vero.

« Soltanto si potrebbe osservare che le compilazioni di diritto bizantino non sono anteriori alla fine del secolo XI o alla metà del XII, e alcune appartengono a un tempo anche più tardo.

« L'autore cita le seguenti:

1° L'Epitome al Prochiron mutata.

(1) Il Gaudenzi stesso ne rende conto in un suo dottissimo studio intitolato: *Un'antica compilazione di diritto romano e visigoto con alcuni frammenti delle leggi di Eurico*, Bologna 1886. Su di esso vedi la nostra recensione nella *Nuova Antologia* di questo anno, fasc. XIX, 1 ottobre.

(2) V. Zachariae, *Leges Roth.*, p. 8.

2° L' Epitome dei Codici Basiliani 114, 115 e dell'Ambrosiano Q. 25.

3° L' Ecloga al Prochiron mutata.

4° Il Prochiron legum del Cod. Vat. 845.

5° La compilazione del Cod. Par. 1384.

6° L' Epitome Marciana.

« Senonchè l'*Epitome al Prochiron mutata* è della fine del secolo XI o del principio del XII.

« Anche il ms. della *Epitome* dei Codici Basiliani e dell'Ambrosiano appartengono allo stesso tempo. Danno l' Epitome con alcune aggiunte, che allo Zachariä paiono d' origine normanna.

« L' *Ecloga al Prochiron mutata* non può essere stata compilata prima del 1140, perchè contiene una massima, che sta nelle Assise del regno di Sicilia c. 34, emanata da Ruggero II in quell' anno.

« Il *Prochiron* del Codice Vaticano appartiene pure alla seconda metà del secolo XII. Veramente il Brandileone dice che fu compilato verso la fine del secolo X e i principî dell' XI; ma già nella Notizia inserita in questi medesimi Rendiconti dell'Accademia dei Lincei aveva osservato che vi era un cenno alle crociate e ai re normanni, e che una sua disposizione ne ricorda un' altra di Guglielmo II (1169-84); con che si arriverebbe agli ultimi anni del secolo XII.

« La *compilazione del Cod. Par.* appartiene a un dipresso al 1166.

« Infine l' *Epitome Marciana* fu composta o trascritta dal notaro Giovanni nel 1175.

« Il Brandileone insiste anche molto sulla diffusione che l'*Ecloga Isaurica* avrebbe avuto sì in Sicilia e sì nel continente. E certo vi fu ricevuta e applicata. Notiamo eziandio che la legislazione isaurica è quella che si scosta maggiormente dal diritto giustinianeo; e nondimeno non conviene dimenticare, che questo medesimo diritto giustinianeo fu ripristinato in buona parte per opera della dinastia macedone.

« Anche le traccie dell' uso di queste leggi non sono molte. L' autore cita per la Sicilia un passo del *Theophanes continuatus*, ove è detto che l' imperatore ordinò allo stratego, che governava la Sicilia, di far tagliare, *giusta il rigor della legge*, il naso a quell' Eufemio che aveva osato di rapire e corrompere una religiosa; e la legge, a cui si allude, è certamente una legge bizantina, che può vedersi nell' Ecloga Isaurica XVII, 24. Per l' Italia continentale l' autore ricorda un diploma dell' a. 952, riportato dal Capasso nei *Mon. ad Neap. hist. pert.* II, 49, p. 64, in cui è riprodotta un' altra disposizione dell' Ecloga Isaurica (II, 3) riguardante gli strumenti nuziali; e così pure una carta amalfitana dell' a. 1007, che, a detta dell' autore, accenna all' Ecloga stessa sotto il nome di *Lex imperialis*, a proposito degli stessi strumenti nuziali.

« Se vogliamo è poco; ma è già qualche cosa.

« Quant' è alle traccie di diritto bizantino, che si trovano nelle leggi normanne, l' autore ricorda particolarmente le disposizioni di politica ecclesiastica, e crede a ragione che il diritto dei bizantini possa aver determinato quello dei Normanni. Questa parte è svolta molto bene. Altre reminiscenze del diritto bizantino si troverebbero nel diritto di famiglia e nel diritto successorio. Una sarebbe l' obbligo della benedizione nuziale, imposta da una legge normanna; ma non possiamo ammettere che la formula: *in Dei omnipotentis nomine* o *in Dei omnipotentis misericordia,* che ricorre in due carte di Lucera e di Melfi, accenni a codesta benedizione. Nè convien dimenticare che la benedizione *ad valvas Ecclesiae* era penetrata per consuetudine anche nella chiesa occidentale, e le Assise avrebbero potuto ripetere la pratica di questa chiesa senza ispirarsi a quella d' Oriente. Anzi le parole, che adoperano: *limen petant ecclesiae et sacerdotum benedictionem*, parrebbero accennare più ad essa che ad una pratica bizantina. Lo stesso Brandileone ammette che la benedizione secondo la pratica bizantina non si faceva *ad valvas Ecclesiae.* Nondimeno è vero, che qui si tratta di un precetto, il quale era stato emanato da Leone il filosofo nell' anno 893.

« Un' altra prova della influenza bizantina si avrebbe nella pena per l' adulterio; e quanto ad essa conveniamo perfettamente con l' autore. Certo, il taglio del naso è cosa tutta bizantina. Nondimeno qualche disposizione è stata presa anche dal diritto langobardo; e l' autore non trascura di accennarvi. Ciò che non possiamo passar buono all' autore è che il diritto romano non conoscesse nel marito la potestà incondizionata di uccidere sì l' adultero che la moglie colta in adulterio. Può vedersi la L. 3, § 3, D. 29, 5, e anche Plaut. *Bacch.* IV. 3, 75 segg., IV. 8, 18 segg. e Horat. *Sat.* II, 7, 61 segg.

« Anche certa specie di successione parziale in favore dei poveri, che si trova nelle leggi normanne, esisteva prima nelle leggi bizantine.

« Altra volta, parlando dell'opera del Brandileone sul diritto romano nelle leggi normanne (Riv. Crit. II, 9, 1884, p. 271) abbiamo notato come l'autore avrebbe potuto avvertire una influenza bizantina anche nel modo di concepire lo Stato e la potestà pubblica e il procedimento nei giudizî. Noi ricordavamo particolarmente il processo inquisitorio che il diritto bizantino conosce perfettamente, sia sopra denuncia di un giudice subalterno e sia per comando dell'imperatore; ma l'autore non ha creduto di tenerne conto.

« Invece ricorda un'altra influenza che per parte nostra dobbiamo respingere. Egli cita una legge con cui Federigo II proibisce a tutti i suoi sudditi di vendere e donare le loro possessioni ad alcun luogo religioso *de quo nostre curie certum servitium minime debeatur*, e solo lascia libere le permute. Nel caso che uno dei detti luoghi fosse stato istituito erede o legatario di un immobile, Federigo vuole che lo venda entro un anno: altrimenti l'immobile cedeva al fisco. Invece le donazioni e lasciti di cose mobili erano

permesse. Ora l'autore pensa, che Federigo II siasi ispirato ad una costituzione bizantina dell'anno 964, con cui Niceforo Foca, visto che molti monasteri minacciavano rovina, e gran parte delle loro terre *restavano incolte* per deficienza di lavoratori e di armenti, proibì a ciascuno di trasferire ad essi alcuna terra: piuttosto dovevano venderla, e col prezzo ritrattone rifornire i monasteri di servi e di greggi, che potessero servire a *metterne in coltura* i beni che già possedevano.

« Tale è la legge di Niceforo Foca; ma è da osservare primamente che essa fu abolita pochi anni dopo (a. 988) da Costantino Porfirogenito, e non fu richiamata in vita se non da Emanuele Comneno nel 1176, quando la bassa Italia era oggimai andata perduta per Costantinopoli, e la legislazione bizantina non poteva più esercitarvi alcuna influenza. Inoltre l'egregio autore non ha avvertito che lo scopo della legge di Niceforo Foca e quello della costituzione di Federigo II sono affatto diversi. La legge di Niceforo Foca tendeva a *rialzare la coltura delle terre dei monasteri*, già molto depressa per mancanza di lavoratori e di armenti; invece quella di Federigo II mirava ad *assicurare il servizio feudale allo Stato*. C'erano monasteri e luoghi pii che ne andavano esenti, e una terra che si fosse aggiunta al loro patrimonio, avrebbe insieme pregiudicato i diritti della corona. Perciò il divieto di Federigo II è più ristretto di quello di Niceforo Foca, in quanto s'indirizza solo a quei luoghi religiosi che, per una speciale immunità, non doveano *alcun servizio* allo Stato; ma non tocca degli altri.

« L'autore istituisce un'ultima ricerca: se cioè riguardo agli istituti, che il diritto bizantino aveva comuni col diritto romano, i compilatori delle Assise siensi giovati del primo o del secondo.

« Egli osserva, che sarebbe riuscito sommamente difficile ad essi di ricorrere ai materiali giustinianei *sparpagliati* in varî libri del Codice e del Digesto.

« Ma cotesti libri non sono molti: sono i libri I e XLVIII del Digesto e i libri I, IX e X del Codice; e neppure si tratta di tutti i titoli. D'altronde l'autore stesso ammette, che il compilatore delle leggi normanne, pur servendosi delle fonti bizantine, doveva aver conoscenza delle pure fonti romane. La coincidenza di certe frasi è tale da escludere ogni dubbio in proposito.

« Ma come l'avrebbe acquistata?

« Il Brandileone premette, che la conoscenza del diritto giustinianeo a quel tempo nell'Italia meridionale era scarsa, e dunque era impossibile che uno, senz'altro aiuto, potesse padroneggiare le fonti. Così, non potendo negare l'uso del diritto giustinianeo, suppone che i compilatori delle Assise, oltre ai libri di Giustiniano, avessero presenti i compendi giuridici bizantini, e da questi fossero condotti a rintracciare le varie disposizioni del Codice e del Digesto. Insieme tien ferma l'ipotesi, messa innanzi altra volta, della influenza della contemporanea scuola bolognese; e altrimenti - dice egli - non saprebbe

spiegarsi come uno potesse adoperare le fonti giustinianee *con tanta notizia* quanto si rivela nei compilatori delle Assisie.

« Noi però, che ammettiamo la non interrotta continuazione del diritto giustinianeo nella bassa Italia, sia continentale sia insulare, possiamo fare a meno di tutto ciò; e ripetiamo le osservazioni che abbiamo scritto altra volta, negando che ci fosse bisogno di una importazione per diffondere la conoscenza e la pratica della legge romana.

« C'erano interi territori nella bassa Italia, dove essa dominava, ed erano i territori rimasti soggetti all'impero bizantino; e anche nelle terre venute in potere dei Langobardi, le famiglie romane continuavano tuttavia a vivere colla legge romana, giusta quel principio della personalità della legge che era uno dei cardini delle società germaniche. Il diritto, cioè, si credeva essere qualcosa di così inerente alla personalità umana, che l'individuo non potesse assolutamente spogliarsene. Nè queste sono mere ipotesi! Perchè le carte dei tempi ne fanno fede, ricordando come nello stesso paese vi fossero uomini, che vivevano, quali a legge langobarda quali a legge romana, e probabilmente i giudizî stessi venissero messi assieme parte con giudici langobardi e parte con giudici romani, quando la nazionalità, e quindi la legge, delle parti era diversa. Aggiungo, che la legge romana, di cui è cenno, se qua e là era la legge bizantina, altrove era certamente la legge giustinianea. Data poi questa condizione di cose, che in sostanza non era molto diversa da quella dell'alta Italia, si capisce che le cause generali, che hanno potuto rialzar qui, così repentinamente, il prestigio del diritto romano debbano aver influito anche nell'Italia meridionale.

« Dopo tutto desidereremmo sinceramente che si scrivessero parecchie di queste opere, quali l'ha scritta il Brandileone. Pur non dividendone in tutto le idee, amiamo di notare che l'autore è un ricercatore paziente, accurato e sobrio delle fonti, e che il metodo che adopera corrisponde pienamente alle esigenze critiche. Tutto sommato, abbiamo a che fare con un'opera a cui la scienza giuridica italiana dee fare buon viso, tanto più che cotesti studî bizantini sono appena sul nascere. Lo stesso difetto, che abbiamo riscontrato nel lavoro, è di quelli che si correggono cogli anni: è difficile che un giovane serbi sempre la giusta misura; ma quanto più s'innamora della sua tesi, tanto più tira ad esagerare. Il tempo corregge questo e altro.

*
* *

« Aggiungiamo il documento dell'anno 1063.

✠ In nomine Domini vicesimo secundo anno principatus domni nostri Gisulfi gloriosi Principis, mense Aprelis, prima indictione. Ante me Petrum iudicem venerunt mulier quedam nomine Grusa major viginti quinque annorum filia quondam Iohannis relicta quondam Sergii Atrianensis, qui cognominatus est Braczaauria, et tres pupilli, nomina eorum Iohannes et Gemma et Maria, filii ipsorum Sergi et Gruse, majores septem annorum, attamen infra quattuordecim annos, quorum tutela ipsa Grusa genitrix eorum legitime administrat Romane

legis viventes. Et ipsi Pupilli proclamavant se fame et nuditate mori propter nephandam gentem Normannorum qui nostram Provinciam depredaverunt et non haberent ipsi Pupilli res moviles, tam animalia, quam his que anima carent, de quibus se de ipsis fame et nuditate possent cripere, nisi solummodo venundare ex eis que solo continentur. Quo audito interrogavi eos quit de ipsis vendere vellent. At ipsi Pupilli, et jam dicta Mater eorum dixerunt se velle vendere tota terra cum arbusto, et insitetum uno teniente, quam sivi clarificaverunt pertinere foris hanc Salernitanam civitatem, in loco Transboneja, de qua ostenderunt una Cartula que continebat. In nomine Domini nono anno principatus domni nostri Guaimari, et primo anno principatus domne Gaitelgrime Matri ejus gloriosis principibus mense Iunius decima indictione. Ideoque: Ego Leo filius Roderici clarefacio habere rebus in locum Transboneia Mitilianensibus finibus, quod michi pertinet per successionem meorum parentum, etiam et a jam preteritis temporibus per firmum brebem illud divisum habemus cum Roderisi, et Alferii germanis meis et congruum est, michi exinde vindere una clusuria de terra cum vinea et arbusto et insitetum uno teniente per has fines et mensuras. A parte Orientis finis via sunt inde passus quinquaginta duo. A septentrione finis ipsa via que inde rebolvit, abet inde passus triginta duo, et ibique da inde revolvente ipsa via paucum hoc sunt passus quattuor usque unum terminum, et ab ipso termine saliendo in pars Occidentis, passus vigintinobem. A parte Occidentis sunt inde passus septuaginta unum. A parte meridiei habet passus triginta quattuor et medium; totum ad justo passu hominis mensuratum. Interea Ego jam dictus Leo sicut michi congruum est mea bona boluntate ante presentiam Rajemprandi Judici per hanc Cartam venumdedimus vobis Gemma filia quondam Ciciri que fuit uxor Leoni Atrianensi qui cognominavit Braczaauria, et Iohanni, et Ursi, et Sergi qui sitis Mater et filii, ipsa clusuria de terra cum vinea et Arbusto et insitetum uno teniente per jam dictos fines, et mensuras cum omnia intro se habentibus, omnibusque suis pertinentiis et cum vice de ipse vie. Ad securiter, et firmiter amodo, et semper vos predicti Mater, et filii, et vestris heredibus illud avendum, dominandum, possidendum, omnia exinde faciendum quod volueritis. Et pro confirmandam, et staviliscendam hanc nostram vinditionem a presenti recepimus inde a vos statutum pretium, hi sunt auri solidi tari viginti sex ana quatuor auri tari boni per solidum, sicut inter nos conbenit in omnes deliverationes finitoque pretium ipsum aput nos. Ea ratione per convenientiam Ego jam dictus Leo vinditor guadiam vobis nominati emptori Gemma, et Iohanni, et Ursi, et Sergi, qui sitis Mater et filii dedimus, et mediatorem vobis posuimus Raccu filium quondam Sassi, et Iohannis filius Ursi qui cognominatur Piczulatu, et per ipsam Guadiam obligo me, et meos filios, et heredes amodo, et semper defensandum vobis vestrisque heredibus per equaliter inter vos tota, et inclita supradicta nostra vinditione, qualiter superius diximus a pars Uxori mee, et ab omnibus hominibus omnique partibus, etiam, et venundedimus vobis nominatis Mater, et filiis vicem, et pertinentiam habendam in Silvis nostris de ipso locum ad taglandum inde justa ratione omni tempore ligna pro palos, et clusamen ad ipsa Curte, et pro incendere ad focum justa ratione Cortesanum vestrum quam in ipsa Curta ad residendum posueritis. Tantum castanee virdes non inde abscidatis nec vos, nec Cortesanum vestrum, et ista vice de ipse silvis nostris qualiter prediximus defensemus similiter vobis ex dictis Mater et Filii et ad vestris heredibus semper a pars Uxoris mee et da omnes homines. Et quando per vos ipsis volueritis inde esse auctores vice nostra licentiam, et potestatem habeatis qualiter volueritis cum omni monimine et ratione quam inde habere potueritis; Nam quando nos inde quesieritis habere auctores, Ego autem, et meis heredibus illud vobis, vestrisque heredibus nominatis Mater, et Filii semper defensemus, et omnia vobis adimpleamus, quantum, et quomodo superius legitur per jam dictam guadiam, et obligata pena. Quod si taliter omnia suprascripta Ego, et meis heredibus vobis nominatis mater, et Filii, et ad vestris heredibus non adimpleverimus, et quesierimus aliquit inde removere, aut contrare seu retornare, vel si

quodcumque causationem vobis ex inde emiserimus, aut preposuerimus, ante omnia questio, et causatio nostra, et de nostris heredibus adversus Vos, et vestris heredibus sit exinde tacita, et vacua per jam dicta guadia componere obligo me Ego predictus Leo vinditor, et meis filiis, et heredibus Vobis praedictis Gemma, Iohanni, et Ursi, et Sergii Mater, et Filii, quam et ad vestris Filiis, et heredibus quinquaginta auri solidos Costantinos; Et omnia suprascripta, et quemadmodum superius legitur vobis adimpleamus. Tantum hoc stetit ut tu nominata mulier nomine Gemma ipsa sortione tua de ipsa rebus per supradictas fines, et mensuras habeatis solummodo diebus vite vestre ad frud(ian)dum, et de ipso frudium faciendum quod volueritis; et post hovitum tuum ipsa sortione tua integra de ipsa rebus quod est quarta pars trasactive perbeniat ad potestatem de toti ipsi filii vestri, et de illorum heredes per equaliter inter se faciendum omnia quod volueritis. Etiam stetit inter Nobis, ut omnia vinum, quod de ipsa rebus hoc anno exierit, medietatem tollatis illud vos, et vestris heredibus, et medietatem ego, vel meis heredibus, pro qua Nos illud lavoravimus, et tollamus nos inde hoc anno omnes lavores, quod ibi seminatum habemus; Et liceat nos inde excutere ipsa Casella minore, quod ibi intus ipsa Curte habemus, et una tractora nostra, et portare illud ubi voluerimus absque omni vestra Matre, et Filii, vel de vestris heredibus contrarietate, vel requisitione. Et ut carta ista in aliis modis non fiat transmutata due carte per uno tinore inde scribere rogavimus; Ista quod vobis nominati Mater, et Filii emisimus ad avendum, et alia tale nobis inde retinemus; Et taliter scribere rogavimus te Mirandus Notarius. Actum Salerno. Verumtamen hoc memoramus, ut via, que per ipsa rebus andare debet, ipse Roderisi germanus meus, et suos heredes omni tempore per ipsa divisionem, que utrunque inter nos factam habemus, non illam eorum contretis aliquando, set abeat ipsa via ipse Roderisi, et suos heredes sicut ipsa divisione continet. Et taliter subjungere rogavimus te praedictus Mirandus Notarius. Ego qui supra Raiemprandus Iudex. Ego Iohannes Notarius me subscripsi. — Cum autem ipsa cartula ostensa fuit et lecta, ipsa Grusa, et predicti pupilli clarificaverunt sivi pertinere tota, et integra suprascripta terra cum vinea, et arbusto, et insiteto per suprascriptas fines, et mensuras; Et ex ea unoquoque eorum dixerunt pertinere quartam partem. Et quoniam institutione Romane legis, quod divus Justinianus instituit preceptum est, ut in venditione pupilli auctoritas Tutoris necessaria esse, ideo ipsi Pupilli suprascriptas tres partes, quas eis de suprascripta terra habere pertinet, cum auctoritate ipsius Gruse Genitrix, ac Tutricem illorum, vendere volevant. Et ipsa Grusa, et praedicti Pupilli, tamen ipsi Pupilli cum auctoritate ipsius tutricis eorum per hanc Cartulam venundederunt Iohanni Atrianensi filio quondam Mastali, qui cognominatus et Spiczacanzone integram suprascriptam terram cum vinea, et arbusto, et insitetum per suprascriptas fines, et mensuras iusto passu hominis mensurata, et integram ipsam vicem, et pertinenciam de predictis silvis de eodem loco, qui, et qualiter ipsis Mater, et Filiis, Gemme, et Iohanni, et Ursi, et Sergii per suprascripta Cartula venumdatum fuit, sicut in ipsa Cartula legitur, eo quod ipsi Iohannes, et Ursus intestati absque liveris defuncti fuerunt ipse Sergius Germanus eorum genitor, ac virum ipsorum Gruse, et Iohanni, et Gemme, et Marie eis in omnibus rebus eorum heres existit cum omnibus intro illud habentibus, omnibusque suis pertinentibus, et cum vice de ipsis viis, et cum suprascripta Cartula. Ea ratione ut integra suprascripta venditio qualiter prelegitur sit semper in potestate ipsorum Iohannis filii suprascripti Mastali, et heredum eius; et liceat illum, et ejus heredes ex ea facere quod voluerint. Et propter confirmationem hujus venditionis, ipsa Grusa, et predicti Pupilli susceperunt ab ipso Iohanne filio Mastali statutum pretium auri solidos Sexaginta, quorum quisque habebat auri tarenos quattuor in omni deliveratione. Et ipsa Grusa, et predicti Pupilli, tamen ipsi Pupilli cum auctoritate suprascripte Gruse Tutricis eorum guadiam ipsi Iohanni filio Mastali dederunt, et fidejussorem ei posuerunt Sergium, qui cognominatur Manganaru filium quondam Petri Atrianensis, et per ipsam guadiam obligaverunt se, et suos Eredes semper defendere ipsi

Iohanni filio Mastali, et ejus heredibus integram suprascriptam terram cum vinea, et arbusto, et insiteto per suprascriptas fines, et mensuras cum omnibus que intro eam sunt, cunctisque suis pertinentiis, et cum vice de ipsis viis ab omnibus hominibus; Sic tamen ut quanto ipse Iohannes filius Mastali, et ejus heredes ipsos Mater, et Filii, et eorum heredes defensores de suprascripta venditione habere quesierint, per omnes vices ille, et ejus heredes dent eis, et eorum heredibus suprascriptam Cartulam, justa rationem salbam abendam diebus sexaginta, et tunc illis, et eorum heredes per omnes vices integrum illud sicut suprascriptum est ipsi Iohanni filio Mastali, et illius heredibus defendant, et post completos ipsos dies per omnes vices cartulam ipsam salbam qualem eis data fuerit, ipsi Iohanni filio Mastali et illius heredibus retdant, et ipsam vicem et pertinentiam de ipsis silbis, quam eidem Iohanni sicut supra scriptum est venundederunt, semper ipsi Grusa, et predicti pupilli, et eorum heredes illud ipsi Iohanni filio Mastali, et illius heredibus defendant ab omnibus hominibus, quibus per ipsos Iohannem et Ursum patruos suos, et per eorum heredes illud, vel ex eo datum, vel obligatum seu manifestatum, aut quocumque modum alienatum paruerit, et quibus pro eorum parte, et dato, et de eorum heredes quascumque causationes ex eo ipsi Iohanni filio Mastali et illius heredibus preposuerint. Et tribuerunt ipsi Iohanni filio Mastali licentiam ut quando ille, et suos heredes voluerint, potestatem habeant integram suprascriptam venditionem per se defendere qualiter voluerint cum omnibus muniminibus, et rationibus quas ex eo ostenderint. Verumtamen ut heredes ipsius Roderisii omni tempore habeant ipsa via per suprascripta terra cum vinea, et arbusto, et insitetum quemadmodum suprascripta Cartula continet. Et si, sicut superius scriptum est, ipsa Grusa, et predicti pupilli Iohannes scilicet, et Gemma, et Maria, et eorum heredes ipsi Iohanni filio Mastali, et illius heredibus non adimpleverint, et suprascripta vel ex eis quicquam removere, aut contradicere presumpserint, per ipsam guadiam obligaverunt se, et suos heredes componere ipsi Iohanni filio Mastali, et eorum heredibus centum auri solidos Costantinos, et sicut superius scriptum est adimplere. Suprascripta fecerunt ipsi Pupilli secundum legem, et consuetudinem gentis Romanorum, et cum auctoritate ipsarum genitrici earum; Et ipsa Grusa suprascripta fecit per semetipsam eo quod illius etatis esse eam agnovi cui Tutoris aut Curatoris auxilium non indiget. Quod autem superius disturvatum paruerit in uno loco legitur decima, et in alia suprascripta Cartula. Et taliter tibi, Iohanne Notario scribere precepi.

✠ Ego qui supra Petrus Iudex.

Storia. — *Le vol des reliques.* Nota del Socio Edmondo Le Blant.

« Les théologiens s'accordent à condamner l'enlèvement fait par fraude ou par violence des reliques des Saints et des Martyrs; une juste exception, toutefois, existe pour le cas où il se peut agir de les arracher aux mains des infidèles. Ainsi firent de nombreux chrétiens et, comme je l'ai noté ailleurs, des chrétiennes plus nombreuses encore qui, au temps des grandes persécutions, sauvèrent, en bravant les supplices, les restes de leurs frères martyrisés (1). D'un pareil dévouement que tous admirent, je n'ai point à parler ici, et je m'occuperai seulement de ceux qui, par dévotion et quelquefois aussi par un esprit cupide, s'emparèrent de reliques vénérées. Si étrange que le fait puisse paraître aux hommes de nos jours, il est constant

(1) *Les Actes des martyrs. Supplément aux Acta sincera de Dom Ruinart,* § 89.

et bien souvent nous voyons rappeler au moyen-âge, et même plus près de nous, des traits de cette nature.

« La première mention qui s'y rapporte se lit dans une constitution promulguée à Constantinople en l'année 386, et par laquelle les Empereurs défendent de déplacer et de vendre les ossements des martyrs : *nemo martyrem distrabat, nemo mercetur* (1). Telle était, telle demeurait la règle et Saint Grégoire-le-grand écrit que si, de son temps, les grecs la violaient en fouillant les tombes sacrées, elle devait du moins prévaloir à Rome et dans toute l'étendue de l'Occident (2). L'obéissance aux ordres des Empereurs n'y était point peut-être toujours entière. Saint Augustin flétrit des misérables qui, revêtus de l'habit monastique, se livraient à un honteux commerce, colportant et offrant aux acheteurs des reliques réelles ou prétendues, *membra martyrum* (3), car je ne parle pas ici des objets ayant touché ou avoisiné les tombes saintes et auxquels s'attacha tout d'abord la vénération des fidèles (4).

« La possession d'ossements sacrés était tenue comme un bien inestimable : les ennemis, les fléaux ne pouvaient atteindre les cités que défendait un tel trésor. Saint Paulin de Nole secourut sa ville assiégée par les barbares (5); les restes des saints et leurs églises protégèrent Clermont contre les attaques de Théodoric (6); Sainte Eulalie sauva Emerita d'un semblable péril (7). Au temps où saint Nizier était évêque de Trèves, une terrible épidémie vint fondre sur la ville. Au milieu de la nuit, on entendit un bruit retentissant comme un tonnerre; la cité, semblait-il, allait s'écrouler. Le peuple, s'éveillant plein d'épouvante, attendait la mort quand, tout d'un coup, dans cet effroyable tumulte, une voix fut entendue au milieu d'autres. C'était celle d'un de ces cruels démons qui avaient, comme c'est leur coutume, répandu le fléau: « Compagnons, disait-il, que faisons-nous en ce lieu? A « une porte veille saint Euchaire, à l'autre saint Maximin et voici que l'é- « vêque Nizier se tient au milieu de la ville; il nous faut la laisser à leur « garde ». Le mal s'arrêta et ne fit plus de victimes à Trèves (8).

« Longue serait la liste des livres, des antiques inscriptions qui rappellent la vertu protectrice des reliques. Aussi bien que les populations, chacun des fidèles en pouvait attendre un secours et la passion d'en posséder poussa parfois, je le répète, à des actes condamnables.

(1) C. 7. *De sepulchris violatis* (Cod. Theod. Lib. IX, tit. XVII).

(2) *Regesta,* Lib. IV, Ep. XXX, Ad Constantinam Augustam. Cf. S. Gregor. Naz. T. II, p. 1185, n. XLVII. XLVIII.

(3) *De opere monachorum,* C. XXVIII.

(4) *Inscriptions chrétiennes de la Gaule.* T. II, p. 217.

(5) S. August. *De cura pro mortuis gerenda,* C. XVI.

(6) Gregor. Tur. *Vitæ Patrum,* C. IV, § 2.

(7) Idatius, *Chronic.* a. 456.

(8) Gregor. Turon. *Vitæ Patrum,* C. XVII, § 4.

« Des voleurs, raconte Grégoire de Tours, vendirent à un abbé du pays de Bourges des restes de saint Vincent, qu'ils avaient enlevés à Orbigny. Une révélation d'en haut avertit qu'on eût à les rendre (1).

« D'autres que de vulgaires larrons cherchaient à s'emparer de tels trésors. Il était, au sixième siècle, des reliques célèbres entre les autres; c'étaient celles de saint Sergius. Un roi d'Orient, racontait-on, s'était inséré dans le bras droit un pouce de ce grand martyr. Quand il était contraint de se défendre contre une attaque de l'ennemi, il levait le bras et la multitude des assaillants s'enfuyait, comme anéantie par la vertu du bienheureux. A Bordeaux, une parcelle de ses restes avait fait reculer un incendie. Informé de si grandes merveilles, le Patrice Mummol, vint, dans cette ville, chez un marchand étranger nommé Euphrone qui possédait le précieux trésor. Il investit la maison, ordonnant qu'on le lui présentât. « Cesse, lui dit Euphrone, d'inquiéter un vieillard et d'outrager le saint; accepte ces deux cents sous d'or et retire-toi ». Mummol s'y sefusa et fit dresser une échelle contre la muraille où les reliques étaient placées à une grande hauteur, vis-à-vis d'un autel. Il y fit monter un diacre qui se trouvait avec lui. Dès que celui-ci eût touché la chasse, il fut pris d'un tremblement tel qu'il ne paraissait pas pouvoir descendre vivant. Il la remit toutefois à Mummol qui l'ouvrit et, trouvant un os du doigt du saint, ne craignit pas de le frapper avec couteau. Après quelques coups inutiles, l'os se brisa en trois morceaux qui disparurent à l'instant; le martyr ne voulait point que cet homme en eût une part. Euphrone pleura amèrement et tous se prosternèrent priant Dieu de daigner leur rendre ce qui venait d'être soustrait aux regards des hommes. La prière achevée, les fragments se retrouvèrent et Mummol en prit un; mais cela ne fut pas, je le crois, ajoute l'historien, selon le gré du martyr, ainsi qu'on le vit par la suite (2).

« Au temps de Louis-le-Débonnaire, un moine de l'abbaye de St.-Médard, Rodoinus, animé d'une grande dévotion, conçoit l'ardent désir de posséder de saints restes. Il corrompt à saint Pierre de Rome, des gardiens de la Basilique et la nuit venue, il ne craint pas d'enlever le corps de saint Grégoire-le-grand (3).

« Un autre sacrilège fut l'Empereur Othon, qui, en passant par Tours, séduisit ceux qui gardaient le corps de saint Martin, l'acheta à prix d'or, et l'emporta en secret. Estimant peu convenable de le placer dans son trésor, il le remit à Hérolf, archevêque de Salzbourg, qu'il jugeait très fidèle et le chargea de le conserver pour le lui rapporter dès qu'il le commanderait. Hérolf reçut avec joie le saint dépôt et le porta pieusement dans son église où il le cacha dans une crypte, adjurant ceux qui l'entouraient de taire ce

(1) *De gloria martyrum.* Lib. 1, c. XC.

(2) *Hist. Franc.* Lib. VII, c. XXXI.

(3) *Translatio S. Sebastiani martyris.* C. VII, § 31 (Bolland., 20 jan., T. II, p. 284).

qu'il avaient vu. Quelque temps après, mandé à la cour, il répondit au prince : « J'ai déposé le corps dans un sanctuaire où il demeurera ». Se voyant joué, l'Empereur entra dans une colère violente et l'archevêque tremblant pour ses jours, prit la fuite. Henry, frère d'Othon, le poursuivit, le saisit et lui creva les yeux; mais le corps du saint apôtre ne fut pas rendu à l'Empereur (1).

« A Fabriano, au onzième siècle, deux moines volent les restes de saint Romuald. On les saisit et l'évêque trop clément leur rend la liberté; mais ils vivent dès lors misérables et errants et l'on raconte qu'ils ont été dévorés par des bêtes sauvages (2).

« En 1204, alors que les Latins prirent d'assaut Constantinople, les choses saintes furent l'objet d'un pillage sans frein. On viola les églises; la soldatesque brisa les châsses des saints pour en prendre l'or, l'argent, les pierres précieuses, et jetant ce qu'elles contenaient (3).

« La cupidité seule ne guida pas toutefois les mains des vainqueurs. Pendant que l'on dévastait un sanctuaire, un abbé du diocèse de Bâle, nommé Martin, entra dans le réduit où devait se trouver le dépôt des reliques. Là se tenait un vieillard à longue barbe blanche et de l'aspect le plus vénérable. Pensant que c'était un séculier, il lui cria d'un air qu'il voulait rendre terrible : « Misérable, si tu ne veux mourir, montre-moi les plus pré-« cieuses des reliques confiées à ta garde ». L'homme aimant mieux les remettre à un religieux qu'à des soldats aux mains sanglantes, lui ouvrit un coffre où l'abbé s'empressa de fouiller. Ce qu'il en tira était pour lui plus précieux que tous les trésors des Grecs : du sang de Notre Seigneur, du bois de la vraie croix, un ossement de saint Jean-Baptiste; et quand, retournant au vaisseau qui l'avait amené, l'abbé Martin, plus excusable à coup sûr que tant d'autres, y emporta sa riche conquête, l'un des ses compagnons vit deux Anges veillant près de ces reliques en louant le Seigneur (4).

« La marche des siècles ne devait point faire naître dans les esprits plus de scrupule, car bien longtemps après les faits que je viens de rappeler, en l'année 1505, nous dit-on, certains religieux italiens de l'ordre de saint Dominique, « poussés d'un zèle sacrilège, s'oublièrent jusqu'à que « d'enlever, sur les onze ou douze heures du soir, le masque d'or qui couvre « la face de sainte Magdeleine et quelques reliques de la même sainte pour « les porter en Italie. Mais estant découverts et saisis par le sieur de

(1) *De vita et miraculis S. Hartwici* (Canisius, *Lectiones antiquæ*. T. III, p. 311).

(2) *Translatio S. Romualdi*, §§ 2 à 8 (Bolland, 7 febr. p. 141).

(3) *Liber de translationibus reliquiarum S. Mamantis in Gallias*. C. V (Bibliotheca Floriacensis. T. II, p. 234).

(4) Gunther, *Historia Constantinopolitana* (Canisius, *Lectiones antiquæ*. T. IV, p. XVI à XIX et p. XXI).

« Mazaugues, ils furent conduits à la ville de Saint-Maximin et de là à Aix « où, par arrêt du Parlement de Provence, ils furent condamnés à estre « pendus, le 16 juin suivant. » (1).

« Vingt ans après, quand Charles-Quint envahit la Provence, les mêmes reliques furent encore menacées, car le vainqueur voulut les prendre. Les religieux les sauvèrent en les cachant au fond d'un puits (2).

« Une tentative de vol est encore mentionnée en 1636. A Auxerre, raconte Dom Fournier, un maçon fut appelé pour travailler dans les saintes grottes de l'abbaye de Saint-Germain; ils s'agissait de fermer une ouverture qui s'était faite dans le tombeau de saint Martin. La réparation achevée, l'ouvrier « voulut le lendemain, secretement et sans être aperçu enlever « quelque ossement du saint ou quelque partie de ses vêtements, ayant « préparé un mouchoir bien blanc pour emporter ces reliques. Il n'eut pas « plus tôt porté la main dans l'ouverture du tombeau, qu'il se sentit tout « d'un coup saisi d'une frayeur qui lui causa un tremblement extraordinaire « et une sueur froide par tout le corps. Sa main fut arrêtée dans l'endroit « où il avait osé la porter, et son bras demeura froid, immobile et comme « lié par une force inconnue. Le Prieur de la maison, nommé Dom Georges « Viole, arriva quelque temps après, et, après avoir été témoin du prodige, « il se mit en prières avec lui pour demander au saint le pardon et la déli- « vrance du coupable. Il sentit aussitôt après une force du dedans du tom- « beau qui repoussa sa main au dehors, mais Dieu voulut qu'il portât le « reste de sa vie la peine de sa témérité. Son bras demeura comme perclus « et agité d'un tremblement continuel qui ne cessa qu'à sa mort. Tout « Auxerre l'a vu pendant plusieurs années en cet état et l'auteur de ce mé- « moire l'a vu comme les autres dix ans avant sa mort, arrivée en l'an 1691. « Dans le temps même de ce prodige, il en fut dressé un procès-verbal en « présence du notaire apostolique et de plusieurs témoins et on le conserve « dans les registres de l'abbaye » (3).

« Que l'on me permette maintenant de remonter le cours des siècles pour mettre sous les yeux du lecteur quelques lignes d'un livre curieux à

(1) Bouche, *Histoire chronologique de Provence.* T. II, p. 516 ; cf. Rostan, *Notice sur l'église de St. Maximin* (Var), 3e édition, p. 58.

(2) Bouche, *ibid.* T. II, p. 583. Cf. Le poème macaronique d'Arena: *Meygra entrepriza catoliqui Imperatoris quando de anno Dni mille CCCCCXXXVI veniebat per Provensam bene corrossatus in postam prendere Fransam cum villis de Provensa.* Ed. de M. Bonafoux, p. 36 (Aix, 1860):

« Versus Aquas voluit post demarchare caminum
Sanct Mayssaminum Massiliamque petit,
Et Maudallenam sanctam raubare volebat
Quæ fuit in mundo dulcis amica Dei ».

(3) Dom Fournier, *Description des saintes grottes de l'ancienne abbaye de Saint-Germain-d'Auxerre,* édition de 1846, p. 19-20.

plus d'un titre où Eginhard raconte le voyage de son notaire Ratleig envoyé par lui d'un lieu de la Germanie à Rome pour en rapporter des reliques. Il faut lire dans le texte même comment Ratleig, parti avec un serviteur et un diacre romain nommé Deusdona prit avec lui en route un prêtre que lui associa Hilduin; comment dans leur pénible voyage fait à dos de mulet, ils furent arrêtés en Italie par la fièvre tierce qui saisit Reginbald, serviteur de Ratleig; comment une vision qu'eut cet homme, dans un accès de sa fièvre, lui montra Rome et l'église même où il trouverait les reliques désirées.

« Arrivé au bout de son voyage et fatigué des fausses promesses dont l'avait leurré Deusdona, Ratleigh résolut de suivre les indications que Reginbald avait reçues en songe. Avec le prêtre son compagnon, il se rendit d'abord près de la ville à la basilique de Sanit-Tiburce, bâtie sur la voie Labicane. Là, examinant avec grand soin le tombeau du martyr, ils regardent s'il est possible de l'ouvrir sans qu'il en reste de trace. Descendant ensuite dans une crypte misérablement abandonnée, comme l'étaient alors ces catacombes romaines d'où les Lombards avaient enlevé tant de corps saints (1), ils y voient le lieu où reposaient les restes des bienheureux Marcellin et Pierre, et, après avoir étudié la construction du tombeau, ils se retirent.

« Une nuit, pieusement préparés par un jeûne de trois jours, ils s'acheminent sans être vus vers la basilique de Saint-Tiburce. Ils cherchent tout d'abord à ouvrir l'autel sous lequel ils croyaient trouver le corps du martyr; mais ils ne peuvent venir à bout de cette première entreprise. Laissant donc le tombeau, ils descendent vers celui des bienheureux Marcellin et Pierre; puis après avoir invoqué le nom de Notre Seigneur Jésus-Christ, et adoré les saints martyrs, ils essayent de déplacer la pierre qui recouvrait le sépulcre. Cette pierre enlevée, ils voient le corps très-sacré de saint Marcellin reposant dans la partie supérieure du tombeau et, près de la tête, une tablette de marbre portant le nom du martyr. Ils le soulèvent respectueusement, l'enveloppent dans un riche linceul et, remettant la pierre en sa place pour ne laisser acune marque de ce qu'ils viennent de faire, ils regagnent leur logis.

« Ne rapporter qu'un seul corps saint d'une expédition longue et périlleusé, c'était peu de chose et Ratleig tint à honneur de conquérir d'autres reliques. Pour lui, c'était, déclara-t-il, un acte condamnable que de ramener les restes de saint Marcellin en abandonnant ceux de saint Pierre, son compagnon de martyre qui, depuis plus de cinq cents ans, reposait dans le même sépulcre. Encouragé par les conseils d'un moine grec qui habitait sur le Palatin avec quatre de ses disciples, il conçut le projet de tenter au plus tôt

(1) Eginhard. *Historia translationis beatorum Christi martyrum Marcellini et Petri*, C. I, § 2 (Edit. de la Société de l'histoire de France, T. II, p. 180). « Neglectis martyrum sepulcris », cf. De Rossi, *Roma sotterranea cristiana*, T. 1, p. 215 et 220.

l'aventure, bien que, d'après la loi romaine sur les violateurs de tombeaux, il y risqua sa tête. Ayant donc appelé le prêtre envoyé par Hilduin, il résolut avec lui de se rendre, comme ils l'avaient fait d'abord, à la basilique de Saint-Tiburce, pour essayer une seconde fois d'ouvrir le sépulcre dans lequel se trouvait, pensait-on, le corps du martyr. Accompagnés de quelques serviteurs, ils partirent secrétement et de nuit ; arrivés devant l'église ils s'y mirent à genoux pour demander à Dieu de favoriser leur entreprise. Le prêtre demeura dans le sanctuaire pour chercher le corps de saint Tiburce ; Ratleig descendit à la crypte et enleva sans rencontrer d'obstacles les ossements qu'il renferma dans un sac de soie. Après de longs efforts, son compagnon voyant qu'il ne pouvait réussir, le rejoignit pour lui demander conseil. Ratleig lui dit qu'il croyait avoir trouvé les reliques de saint Tiburce, car il venait, ajoutait-il, de découvrir dans le sépulcre de Pierre et de Marcellin, une cavité de forme ronde, longue d'environ trois pieds sur un pied de large et contenant une grande quantité de poussière très-fine. Tous deux tombèrent d'accord que cette poussière pouvait provenir du corps de saint Tiburce dont on aurait enlevé les ossements et qu'afin de mieux cacher ses restes, on les avait placés dans le sarcophage des deux saints.

« Une grande tristesse attendait au retour l'envoyé d'Eginhard. Quelques-unes des reliques conquises avec tant de peine et de fatigue lui avait été volée à Rome même, sur l'instigation de son compagnon, désolé de n'avoir pu se procurer les restes de saint Tiburce, et il fallut racheter à grand prix la portion dérobée (1).

« De ces enlèvements qui nous étonnent une marque matérielle a été récemment signalée. « En 1860, à Vienne, en France, lorsque des fouilles « furent entreprises dans l'antique église de Saint-Pierre, on découvrit, dit « M. Allmer, à l'entrée du chœur, sous un arceau rempli de maçonnerie, « un tombeau qu'une épitaphe fixée au mur et remontant tout au plus au « Xe siècle indiquait être celui de saint Mamert, évêque de Vienne mort « en 475. Le dessous du couvercle qu'on aperçoit par une brèche pratiquée « sur le devant de l'auge est concave et une croix en relief occupe toute la « longueur de cette espèce de ciel. On ne sait comment s'expliquer la brèche « faite à l'auge si ce n'est par une extraction peut-être frauduleuse des « reliques qu'elle contenait. Cette extraction a été accomplie avec tant de « précipitation qu'une partie des ossements qui étaient hors de la portée du « bras, tant du côté de la tête que des pieds, a été laissée dans le tom- « beau et vient seulement d'y être trouvée » (2).

(1) *Ibid.* C. III, §§ 32-27.

(2) *Bulletin de la Société des antiquaires de France,* 1860, p. 159. M. de Terrebasse, qui a consacré à ce monument une notice spéciale, est de beaucoup plus explicite en ce qui touche l'enlèvement frauduleux des reliques de saint Mamert (*Inscriptions de Vienne,* T. V, p. 36).

« Je m'arrête dans la citation de faits dont il serait facile de réunir un plus grand nombre. De ceux que je vient de rappeler et dont plusieurs nous montrent les saints irrités de ces enlèvements sacrilèges, il résulte que, pour les esprits éclairés, le vol des reliques était un acte condamnable. Plusieurs, dans leur simplicité, ne le comprenaient pas ainsi et la multiplication de ces larcins aux temps passés et presque de nos jours suffirait à en donner la preuve. Une conception singulière faisait voir dans les saintes reliques un phylactère semblable à ce talisman d'un conte arabe qui, changeant tour à tour de possesseur, protège toujours celui-là qui le détient. L'indulgence d'un grand nombre était d'ailleurs acquise aux auteurs de semblables méfaits. Dans le long récit d'Eginhard, il n'est pas un seul mot de blâme contre ceux qui ont violé une église et une catacombe pour s'emparer de deux corps saints; on n'y flétrit que le voleur de seconde main, ce misérable vaurien, dit-on, ce *nequissimus nebulo* qui en a soustrait une part au premier (1). On parle, non sans quelque bienveillance, du religieux qui a corrompu des gardiens pour s'emparer du corps de saint Grégoire-le-grand; « une pieuse dévotion est-il dit, l'animait de la soif d'ac- « quérir les restes du saint » (2). Quant à l'abbé Martin, qui menaça de mort un prêtre de Constantinople pour se saisir de grandes reliques, c'est un voleur, nous dit Gunther qui rapporte le fait, mais c'est « un vénérable voleur » *praedo sanctus* » (3).

Archeologia. — Il Socio Fiorelli presenta il fascicolo delle *Notizie degli scavi* per lo scorso mese di ottobre, accompagnandolo con la Nota seguente.

« Oggetti di età romana ed avanzi di supellettile funebre di età antichissima si scoprirono in contrada *s. Stefano* in Este (Regione X), dove tutto fa credere che si estendesse la necropoli atestina, denominata dalla villa Benvenuti, per le molte e ricche tombe che quivi si esplorarono.

« Notevole è poi il rinvenimento di un pezzo di olla fittile cineraria, nel quale è graffito il resto di una leggenda con caratteri latini, della forma di quelli delle urne dei *Titinii*, scoperte nella stessa villa Benvenuti, nei sepolcri di età augustéa; urne che recano iscrizioni graffite latine ed euganee, scritte queste ultime con alfabeto locale. Se non che il nuovo frammento, trovato fra i ruderi del castello medioevale, benchè assai mutilo, avrebbe il merito di presentarci il primo saggio di una iscrizione euganea con caratteri latini.

(1) Cap. III, § 25.

(2) Bolland. T. II, jan., p. 284: « Quem vis amoris et desiderium impatiens pro adipiscendis sanctorum pignoribus affectus piæ devotionis animarat ».

(3) Canisius. *Lectiones antiquae*, T. IV, p. XIX.

« Nella Regione VIII (Cispadana) continuarono le ricerche della necropoli Felsinea in contrada *s. Polo,* dove furono riconosciute molte particolarità di topografia, in una vasta zona di sepolcri depredati, come è accuratamente esposto in un ampio rapporto del ch. Gozzadini.

« In Forlì furono poi esplorate alcune tombe nel corso Vittorio Emanuele, e precisamente nel nuovo palazzo della Cassa di Risparmio, una delle quali, di età antica, diede suppellettile funebre che porge materia ad utili confronti con oggetti della necropoli felsinea e con quelli dei sepolcreti atestini.

« Nell'Etruria (Regione VII) merita anzi tutto essere ricordata la scoperta avvenuta in Chiusi a *Poggio Canterello* nella proprietà del cav. Felice Astori, donde si trasse un sarcofago di terracotta dipinto a vari colori, col ritratto della defunta, modellato sul coperchio a grandezza quasi naturale. Una Nota del prof. Milani, che esaminò il monumento, fa conoscere che la sepolta, come dice l'iscrizione, si chiamò *Seiantia Thanunia Tlesna*, e fu rappresentata nella copertura del sarcofago, giacente sopra un materasso, comodamente poggiata col gomito su di un cuscino, tenendo nella destra lo specchio doppio, ed acconciandosi il velo del capo; ossia nel motivo medesimo della figura dell'altro sarcofago di Chiusi, ora nel Museo di Firenze, descritto nelle *Notizie* del 1877, e riprodotto nei *Monumenti* dell'Istituto. All'età stessa di questo, apparterebbe il sarcofago ora scoperto, cioè alla seconda metà del secondo secolo avanti Cristo, col qual tempo bene s'accordano alcuni oggetti che servirono alla toletta della defunta, e non sono meno pregevoli di quelli che si trovarono col monumento ora esposto nelle raccolte fiorentine.

« Ma scoperta di molto maggiore importanza avvenne in Todi (Regione VI), la quale città, umbra di origine ed umbra per la sua posizione, sembra voglia contendere alle città della prossima Etruria il merito, di far conoscere agli studiosi i monumenti più splendidi dell'arte etrusca, nel periodo in cui vi dominò in tutto il suo rigoglio il gusto dell'arte greca.

« A poca distanza dell'abitato, sul pendio meridionale della collina, nel fondo *la Peschiera,* presso cui erano stati fatti scavi negli anni decorsi, dai quali fu provato estendersi quivi la necropoli tudertina, fu rimesso in luce, sul finire di settembre, il sepolcro di una donna, ricchissimo per magnifici oggetti d'oro, che costituivano l'ornamento della defunta.

« Vi si raccolse un bellissimo monile, a cui sono sospese delle bulle auree, e poi molti oggetti di pura oreficeria funebre, cioè meravigliosi pendenti di oro, anelli, bottoni ed altri ornati delle vesti, ed una quantità di fili d'oro, sottili come capelli.

« Facevano parte del corredo funebre uno specchio graffito, una patera sostenuta da bellissima figurina in bronzo, un boccale dal manico elegantissimo, un *thymiaterion* di forma singolare, ed un *rhyton* con teste di Sileno e di Baccante, modellate nel modo più squisito che si possa immaginare.

« Quantunque non vi sia alcun pezzo che possa dirsi assolutamente nuovo, ossia che serva ad attestare procedimenti tecnici o gusto di arte, di cui per scoperte anteriori di Etruria non vi fossero stati esempi, pure l'insieme di queste cose ora trovate nella tomba di Todi ha importanza capitalissima, giovando allo sudio della civiltà Etrusca nel III secolo prima dell'e. v., nel modo medesimo con cui giova allo studio del VI secolo la ricca suppellettile della tomba Regulini-Galassi di Cerveteri, conservata nel Museo Etrusco del Vaticano.

« L'ultima parte del fascicolo contiene gli apografi di quattrocentosettanta iscrizioni latine scoperte recentemente nel sepolcreto fuori porta Salaria in Roma (Regione I), e l'apografo di un cospicuo pezzo di tavola arvalica riferibile all'anno 145 dell'e. v.; quindi le copie di molti frammenti epigrafici trovati presso Tivoli, nella così detta *villa di Mecenate*, donde tornarono in luce i titoli onorari integri, riprodotti nel fascicolo del passato agosto.

« Vi si parla finalmente di alcune sculture di stile egizio ritrovate in Napoli, e riferibili all'età adrianea, e di altri rinvenimenti minori avvenuti in Sicilia ed in Sardegna ».

Archeologia. — *Iscrizioni latine del Comune di Cermignano, nella provincia di Teramo.* Nota del Socio F. Barnabei.

Il Socio Barnabei accenna alla importanza di tre iscrizioni latine, rimaste finora ignote agli studiosi, e da lui riconosciute recentemente nel comune di Cermignano nella provincia di Teramo, comune che in antico fece parte del territorio di Hadria nel Piceno.

« La prima di queste iscrizioni, usata come materiale di fabbrica nel gruppo delle case rurali dei *Saputelli di Sopra,* è in latino arcaico, e votiva. Nè ha pregio soltanto per le forme linguistiche, ma anche per la ragione della topografia, ricordandoci un tempio od un sacro edificio sulla sommità del prossimo Monte Giove, donde la pietra sarebbe stata tolta.

« Dal sito medesimo, ossia dalla cima di questo alto colle che domina le valli del Vomano e del Piomba, proviene senza dubbio un' altra iscrizione, che reca un semplice numero milliare, e fu usata come gradino di una casa nel vicino villaggio dei *Saputelli di Sotto.*

« Questa seconda lapide, segnando il miglio CXX, che è la distanza precisa da Roma, secondo il corso della Salaria pel ramo che scendeva lungo il Vomano, e passava per Poggio Umbricchio a cui si riferisce il milliario col numero CIIII, è sommamente pregevole, giovando a trattare con buona guida la questione sull'andamento delle vie nell'agro di Teramo e di Atri, questione trattata finora confusamente pel difetto delle memorie lapidarie.

« Una terza iscrizione, rinvenuta nella *Masseria di Trapannaro* a poca distanza dal Poggio delle Rose, sotto Monte Giove, proviene dalla chiesetta

diruta di s. Salvatore; e forse fu tolta in origine anch' essa dal sommo del colle, donde si tolsero le altre lapidi accennate.

« Fu posta ad un personaggio conosciuto pel ricordo dei classici, all'amico e protettore del poeta Ovidio, a Paullo Fabio Massimo, che con Q. Elio Tuberone tenne i fasci nel 743, 11 anni prima dell'era volgare, e di cui non si aveva finora alcun titolo che gli fosse stato dedicato, nè altro che ricordasse in parte il suo *cursus honorum*.

« E ci è dato con questa lapide anche di poter dimostrare ciò che pel difetto di prove sufficienti era stato per lo innanzi solamente supposto, cioè che alla pertica adriana debba essere attribuito tutto il territorio alla destra del Vomano, nel corso superiore del fiume ».

Maggiori particolarità si troveranno nella monografia del Socio Barnabei, che sarà inserita nelle *Notizie degli Scavi*.

Bibliografia. — I. *Catalogo dei manoscritti della Biblioteca Angelica*. Inedito. - II. *Fonti per la storia d'Italia ricercate nei manoscritti delle Biblioteche di Francia*. Inedito. - III. *Indici dei codici della collezione Libri-Ashburnham*. Edito. - IV. *Das Presbyter Hadoardus Cicero-Excerpte*. Edito in collaborazione del dott. Paolo Schwenke. — Questi lavori sono presentati dal Socio E. Narducci colle seguenti parole:

« Ho l'onore di presentare all'Accademia:

« I. Il Catalogo illustrativo, pressochè compiuto, di più che 2000 codici della Biblioteca Angelica, col titolo: *Catalogus codicum manuscriptorum, praeter graecos et orientales, qui in Bibliotheca Angelica Romae adservantur*. Il metodo in esso tenuto è, quanto alla forma, consentaneo per la chiarezza a quello seguìto dal Coxe nei cataloghi della Bodleiana, ma alquanto più arricchito di osservazioni bibliografiche e critiche; accostandomi con sobrietà al sistema di soda e tradizionale cultura italiana, onde col Bandini e col Mittarelli, nello stesso genere di studî, tanti altri eruditi onorarono l'Italia nella seconda metà dello scorso secolo. Quanto alla materia poi, i non infrequenti saggi che ne sottoposi all'Accademia (ben pochi in confronto dei molti altri che se ne potrebbero addurre) sono sicuro pegno dell'incremento letterario, che la conoscenza finora ignorata di sì ricca supellettile sarà per portare agli studî.

« II. *Fonti per la storia d'Italia ricercate nei manoscritti delle Biblioteche di Francia*. Di tutte le nazioni di Europa, la Francia è quella che per analogia di linguaggio e di costumi, svegliatezza d'ingegno, celebrità scientifica, vincoli di sangue, splendore di civiltà, interessi ed eventi politici e militari, ha avuto da secoli più frequente comunicazione coll' Italia; e quindi

maggior copia di documenti a questa relativi trovansi nelle biblioteche di Francia che non altrove. Aggiungasi che quel governo con imitabile zelo ha provveduto affinchè tutte le sue biblioteche, così governative come municipali, abbiano esatti cataloghi dei manoscritti che in esse si conservano. Coll'aiuto di così importante supellettile, pensai che sarebbe stato di non piccola utilità per gli studiosi di storia italiana l'apprendere quali documenti ad essa relativi si conservino in quelle biblioteche. Per ciò ho diviso il lavoro che ho l'onore di presentare all'Accademia in due parti. Nella prima e maggiore trovansi disposte per ordine alfabetico di città, provincie ed altre denominazioni geografiche, le indicazioni di tutti i manoscritti od altri documenti riguardanti ciascuna città o provincia, per ordine delle città nelle cui biblioteche ciascun documento si conserva, aggiuntavi la denominazione della biblioteca, la segnatura di collocamento del codice, la sua età e la indicazione del catalogo stampato, e pagina in che ciascun codice è descritto. La seconda parte, alquanto minore, è essenzialmente biografica e genealogica, ed è disposta per ordine alfabetico di persone o famiglie, seguendo pel rimanente indicazioni simili alle accennate per la prima parte. Saranno in complesso circa 10,000 articoli, che confido valgano la non tenue fatica sostenuta nell'ordinarli.

« III. *Indici alfabetici, per autori e per soggetti, e classificazione per secoli dei codici manoscritti della collezione Libri-Ashburuham, ora nella biblioteca Medico-Laurenziana di Firenze; per uso del catalogo pubblicatosene in Italia; premessavi la nota dei codici sopra numerari e dei posteriormente ritrovati.* Roma, 1886. In 4° di pag. VII e 34. Un informe manoscritto di questo lavoro fu da me presentato all'Accademia nella seduta dei 21 dicembre 1884. Oggi ho l'onore di presentarlo stampato, aggiuntavi in principio un breve riassunto storico di tali manoscritti e delle trattative che ne precederono l'acquisto.

« IV. *Des Presbyter Hadoardus Cicero-Excerpte, nach E. Narducci's Abschrift des cod. Vat. Reg. 1762, mitgetheilt und bearbeitet von Paul Schwenke.* Già nella seduta dei 15 febbraio 1885 di quest'Accademia ebbi l'onore di presentare un'analisi dei 586 frammenti delle opere filosofiche e del trattato *De Oratore* di Cicerone, contenuti in questo prezioso codice del secolo IX, non prima ad altri conosciuto. Ora, l'illustre mio collega di Kiel, il dott. Paolo Schwenke, ha integralmente pubblicato questo codice nel 3° fascicolo, che mi pregio di presentare anche da parte sua, del *fuenfter Supplementband* della Rivista *Philologus* di Göttingen; mettendoci di suo una dotta prefazione critica, ed accuratissimi confronti. Dalla diligente enumerazione che il dott. Schwenke fa dei più antichi e celebrati codici delle 13 opere Tulliane onde furono estratti tali frammenti, niuno è anteriore al vaticano Reginense, anzi, a riguardo di alcune, questo sembra essere il più antico ».

Filosofia. — *Alfonso Testa o i Primordi del Kantismo in Italia.* Nota IV. del prof. Luigi Credaro, presentata dal Socio Ferri [1].

V.

Prime fonti del Kantismo in Italia e primi giudizi dei filosofi italiani su questo sistema.

« 1. Alfonso Testa, nell'uso libero e indipendente della ragione, sentiva la propria eccellenza e sperimentava il valore sommo dell'intelletto umano. Già nel primo periodo della sua filosofia aveva dato segni non dubbî di agognare a un sapere razionale, cioè a quel sapere che si compone di cognizioni che si acquistano per *principii* e non per *dati*; ma questa sua aspirazione alla libertà filosofica si chiarì e rafforzò solamente nel secondo, durante il quale compì la stessa opera negativa del Rosmini [2], movendo serie obbiezioni alle dottrine sensistiche e tentando di scuotere gl'Italiani, invecchiati nella servitù delle idee francesi; ma quando il Prete roveretano, dal confutare passò ad erigere un proprio sistema ontologico, difendendolo calorosamente contro quei filosofi che, a suo avviso, peccavano nell'assumere o troppo o poco nella spiegazione dei fatti dello spirito, il Testa rivolse anche contro questo la sua critica acuta, audace, instancabile, e scrisse un libro che contiene in molti punti giuste censure alla dottrina rosminiana [3]; tuttavia il giudizio complessivo sul valore del sistema del suo avversario pecca di grande esagerazione. A lui pare che le idee, le quali per Rosmini sono mezzi per conoscere, esemplari, esseri intelligibili, indipendenti dall'anima, e che, senz'essere nè modi, nè atti, hanno una propria esistenza, siano personaggi, i quali non possono trovar luogo che in un romanzo. Accordo che l'ipotesi ontologica del filosofo di Roveredo sia impotente a darci il mondo reale, ma di qui a mettere il *Nuovo Saggio* nel novero dei romanzi, ci corre. Invero lo stesso Testa afferma che il Rosmini, per arrivare all'idea dell'ente in universale e disvilupparla dalle particolari, onde apparisse nuda in tutta la sua generalità, usò un procedimento logico somigliante a quello col quale Hegel, colla calma d'un profondo pensatore, s'innalzava all'assoluto, alla vera realità. Come adunque un sistema concepito con forma rigorosa e scientifica si potrebbe chiamare romanzo, cioè una produzione della fantasia e del sentimento? Giudicando con tal criterio, quanti sistemi filosofici passerebbero tra i romanzi! Che direbbesi dell' innatismo di Cartesio, del panteismo di Spinoza, dell'occasio-

(1) Vedi pag. 155.

(2) Veggasi lo scritto del Rosmini, *Breve esposizione della filosofia di M. Gioia*, inserita nel secondo volume degli Opuscoli filosofici, pag. 358-365. Milano, tip. Pogliani, 1827-28.

(3) *Il Nuovo Saggio sull'Origine delle Idee* dell'abate Antonio Rosmini Serbati, esaminato dall'abate Alfonso Testa. Piacenza, Del Maino, 1837, in 8°; seconda edizione, 1842.

nalismo di Malebranche, dell' idealismo metafisico di Berkeley, dell'armonia prestabilita di Leibniz? Questo giudizio del Testa sulla filosofia dell' *essere ideale*, oltrechè nell' esame ricordato del 1837, si legge in un opuscolo del 1840, che ha per titolo: *Del male dello scetticismo trascendentale e del suo rimedio*; il quale, per quei tempi di trionfo, almeno in Italia, del dommatismo sensistico e idealistico, è degno di attenzione, perchè è il primo lavoro del nostro autore, in cui si manifesti la meditazione sua sulla *Critica della Ragion pura*.

« Per quale ragione mai il Testa, che nel 1836, come abbiamo dimostrato (1), nessuna conoscenza diretta aveva di Kant, era venuto nel divisamento di dedicarsi allo studio del filosofo di Conisberga, sì da preferirlo ad ogni altro e sceglierlo a suo maestro ed autore? Egli, parmi, comprese l'importanza del Criticismo nel 1837, allorquando si occupò seriamente del *Nuovo Saggio* del Rosmini, nella quale opera è esposta ed esaminata, sebbene non imparzialmente, la dottrina del tedesco sul problema della conoscenza. Ora il Testa, io penso, mentre trovò nel kantismo la forma della mente sua, avvertì anche l' insufficienza delle obbiezioni rosminiane; perciò si propose egli stesso di studiare la *Critica della ragion pura* per farla conoscere agli Italiani.

« Qui sorgono spontanee due domande: Il lavoro del Piacentino rispondeva a un reale bisogno del tempo per gli Italiani? A quali scrittori, ignorando egli il tedesco (2), potè attingere? Per rispondere, prima di entrare nell'esame dell'esposizione e della critica che il Testa fa dell'opera capitale di Kant, dobbiamo investigare: 1° quali fonti avessero gl'Italiani del kantismo avanti l' anno 1840; 2° quali scrittori parlassero di questo sistema nella nostra letteratura filosofica. Da questa doppia ricerca noi avremo norme più sicure per giudicare intorno all' opportunità e al valore della pubblicazione del nostro autore, e potremo darci giusta ragione dell' esito del suo tentativo,

(1) V. Nota III, Cap. IV, n. 6.

(2) In una Nota della *Filosofia dell'Affetto*, vol. I, pag. 18, il Testa, rispondendo ad un anonimo che di lui aveva parlato male, nel fascicolo 169 della *Biblioteca Italiana*, racconta di essere solito leggere le riviste francesi, britanniche, germaniche, ma in niun paese aver riscontrato questo brutto vezzo o turpissima voglia di vilipendere arrogantemente. Parrebbe da questo passo ch'egli conoscesse la lingua tedesca; ma poi nell'opuscolo sopra ricordato, *Del male dello scetticismo*, pag. 22, confessa la sua ignoranza di tale lingua e la notizia è confermata da amici suoi ancora viventi. Qui mi sento in dovere di rendere pubbliche grazie al dott. Raffaele Gemmi, direttore della Biblioteca Comunale Passerini-Landi di Piacenza, il quale, con intelligente sollecitudine, si compiacque mandarmi tutte quelle informazioni ch'io gli chiesi pel mio lavoro; e quando mi recai a Piacenza in quella biblioteca, ricca di ben 120 mila volumi, e tenuta con ordine inappuntabile, con squisita cortesia mi pose sott'occhio il catalogo delle opere già possedute dal nostro filosofo e scritto di suo pugno, nonchè gli autografi dei passi soppressi dalla Censura in alcune sue pubblicazioni.

poichè nell'ordine intellettuale, come nel fisico, non vi è spontaneità di creazione, ma dipendenza e connessione causale non mai interrotta.

« 2. Il prof. Karl Werner, che si rese chiaro per le sue copiose indagini storiche sui filosofi italiani, nel suo opuscolo *Kant in Italien* (1881) dice: « Gl'Italiani conobbero relativamente tardi e in principio solo indirettamente la filosofia di Kant. Un compendio di essa in francese di Carlo Villers, insieme a una esposizione della *Critica della ragion pura*, tradotta dall'olandese in francese, furono, nei due primi decennî di questo secolo, le *uniche fonti*, dalle quali in Italia si traevano conclusioni sopra la dottrina di Kant » Il dott. Werner pare abbia tolta questa notizia dall' opera del prof. Luigi Ferri sulla Storia della filosofia italiana nel secolo XIX (Vol. I, pag. 41); infatti questi racconta che il Soave prese conoscenza del kantismo da un libro di Villers (1); e che il Galluppi, oltre che di questo, si valse di un'esposizione di Kinker, tradotta dall'olandese in francese (2). Ma il filosofo italiano non dice che il Villers e il Kinker fossero le *uniche fonti*; questa è una limitazione arbitraria ed erronea del Werner.

« La prima fonte per la conoscenza del Criticismo in Italia, in ragione di tempo, è una traduzione latina delle opere di Kant stesso; imperocchè non si possono ritenere, a quei tempi, come fonti per gl'Italiani, nè le opere originali di Kant, nè le pubblicazioni de' suoi connazionali sulla sua filosofia. Allora la lingua tedesca non era nè dagli Italiani, nè dagli altri popoli d'Europa studiata quanto oggidì; Pasquale Galluppi nel suo *Saggio filosofico* (vol. I, pag. 11), dopo aver additata l'importanza della rivoluzione kantiana, si duole di essere nella necessità di dover intendere i filosofi alemanni per mezzo degli interpreti francesi, e lamenta la scarsezza dei libri su tale materia; e appunto ai tempi del Galluppi si citava come caso raro, l'esempio del Borrelli, che era in grado di leggere la *Critica della ragion pura* nell'originale. Il Soave infatti, il Galluppi, il Testa, il Rosmini stesso, quando nel *Nuovo Saggio* espose la filosofia kantiana, non conosceva il tedesco e nella *Storia comparativa e critica de' sistemi intorno al principio della morale* (1837) cita e fonda i suoi giudizî sulla traduzione latina; e anche Romagnosi non cita mai Kant in modo diretto. Solo più tardi, fiorendo mirabilmente la filosofia e la letteratura alemanna, e risollevandosi politicamente a grande nazione, la Germania acquistò un forte primato intellettuale e scientifico sulla rimanente Europa, e la sua lingua si divulgò assai.

« La traduzione latina delle opere di Kant, cui dicemmo doversi considerare come la prima fonte per la conoscenza della filosofia critica in Italia,

(1) *Philosophie de Kant, ou principes fondamentaux de la philosophie trascendentale*, par Charles Villers, tom. II. Metz 1801.

(2) *Essai d'une exposition succincte de la critique de la raison pure de Kant*, par M. Kinker, traduit du Hollandais par I. Le Fr. Amsterdam, 1801.

fu fatta da Federico Gottlob Born dell'Università di Lipsia; il primo volume, che contiene la *Critica della ragion pura*, fatta sulla seconda edizione del 1787, fu pubblicato a Lipsia nel 1796 (1); l'anno appresso uscirono il secondo e il terzo, dei quali quello comprende i *Prolegomeni ad ogni futura metafisica*, gli *Elementi metafisici della scienza della natura*, il *Fondamento della metafisica*, la *Religione dentro i limiti della pura ragione;* questo la *Critica della ragion pratica* e la *Critica del giudizio;* il quarto, pubblicatosi nel 1798, abbraccia gli *scritti minori* e la *Metafisica dei costumi.* Qualche esemplare del primo volume di questa traduzione era pervenuto subito in Italia, poichè nel 1797 il prof. Pietro Tamburini, nelle sue lezioni di morale all'Università di Pavia, diceva: « La filosofia trascendentale aggiunge ai principii della sensibilità le teorie della ragione pura, e così dal sensibile e puro empirismo, che era il sistema favorito fin qui, richiama l'uomo a nozioni pure e più degne di lui » (2).

« Una traduzione in latino della filosofia kantiana a me pare un'opera veramente disperata; imperocchè è noto che il fondatore del Criticismo nel periodo anticritico della sua filosofia s'attenne al linguaggio della scuola di Wolff, le cui dottrine prevalevano in Germania, quando Kant cominciò a studiare nell'Università; anzi il metodo del grande scolaro di Leibniz gli servì sempre di modello, ed anche la sua *Dissertazione inaugurale* del 1770, colla quale s'inizia il periodo critico, è scritta in latino; ma poi a poco a poco abbandonò la terminologia wolfiana per crearsene una sua propria, che meglio si adattasse ad esprimere la novità e l'originalità del suo sistema, e ad alcuni vocaboli attribuì un significato opposto al comune. È ben vero che nel libro primo, sezione 1ª della *Dialettica* (pag. 258, ed. Rosenkranz), Kant, per rendere più facile la comprensione del suo sistema, espone ordinatamente la sua terminologia psicologica; ma a questa nelle opere sue non si mantiene sempre fedele. Ora il Born, per allontanarsi meno che fosse possibile dalla purezza e dalla proprietà della lingua latina, e non generare confusione nella mente del lettore, si astenne dall'usare le parole nuove introdotte dal suo autore e dall'adoperare vocaboli che uscissero dall'uso comune e fossero ignoti agli antichi, e alla terminologia kantiana sostituì circonlocuzioni e perifrasi; ad esempio le prime parole dell'introduzione « Dass alle unsere Erkenntniss mit der Erfahrung anfange, daran ist kein Zweifel » vengono da lui così parafrasate « Quidquid animo cerminus et ratione intelligimus, illud omne dubium non est, quin idem cum usu et experientia capere primordia videatur » ; il titolo dell'opera « Kritik der reinen Vernunft » è talvolta tradotto « Critica

(1) *Immanuelis Kantii opera ad philosophiam criticam; volumen primum cui inest Critica rationis purae.* Latine vertit Fridericus Gottlob Born, Lipsiae, MDCCLXXXXVI. Impensis Engelhard Beniamin Schwickerti.

(2) V. *Saggio intorno alla Protologia di ErmenegildoPini*, per R. Bobba. Torino 1870, tip. Borgarelli.

rationis simplicis et genuinae ». Per questo metodo, seguito dal professore di Lipsia, ne nacque che la traduzione, senza essere fedele, aumentò assai l'oscurità dell'originale, perchè il peggior modo di far comprendere una cosa in filosofia spesso è quello di esporla in più guise, e con più parole, il quale difetto si nota per altro anche in Kant. Inoltre lo stile latino del Born, come in genere quello di tutti i tedeschi, trasportandovi essi la sintassi propria alla loro lingua, riesce di difficile intelligenza a noi popoli latini; e quello del Born è veramente un latino contorto, difficile, intralciato, sicchè non poteva facilitare agl'Italiani lo studio di Kant. A tutto questo aggiungansi i molti errori di stampa, che infiorano l' edizione, e di leggieri si comprenderà che non aveva torto il Soave di chiamare questa traduzione veramente sibillina.

« Venne ad illustrarla, cinque anni dopo, l'opera sopra ricordata di Carlo Villers, la quale, come ogni altro libro francese, subito si diffuse nella penisola e divenne quasi il codice del Kantismo per l'Italia; il Galluppi cita questo autore ad ogni passo, chiamandolo celebre seguace di Kant, illustre kantiano, ecc. Il Villers espone i principî fondamentali della filosofia trascendentale, unendo insieme la *Ragione pura* e la *Ragione pratica* con ordine affatto diverso da quello seguito da Kant. Egli, che era un emigrato francese, al tempo della rivoluzione, intendeva di contrapporre la morale pura kantiana all'utilitarismo francese, il criticismo al materialismo degli Enciclopedisti, ai quali attribuiva le pubbliche e le private sventure. Ora ammesse pure in lui tutte le buone qualità di un espositore, questo suo intendimento politico e sociale doveva in qualche modo nuocere all' imparzialità dello storico, impedire al critico di cercare, senza preconcetti, i mancamenti e svelare le imperfezioni del suo autore. Infatti il Villers, come fece in tempi più vicini a noi il Cohen in Germania, espone il trascendentalismo come se fosse vero e saldo in ogni sua parte, e come se non presentasse lacune o contraddizioni di sorta. Il qual metodo snatura la filosofia di Kant; poichè quanto questi era ardito e franco ne' risultamenti, altrettanto era lento e intricato nelle dimostrazioni. Avvi nella *Critica della ragion pura* dottrina più oscura e d'interpretazione più controversa dello *Schematismo?* Eppure il Villers mette innanzi questa teoria con chiarezza e in poche pagine, non lasciando apparire ombra di difficoltà e rimovendo ogni dubbiezza con frasi recise ed assolute (1). Che se ciò rende al lettore più facile l'intelligenza del sistema, non è tuttavia conforme alle esigenze della Storia della filosofia intesa come scienza. Ora il Villers, con tutta la sua chiarezza, non riuscì ad acquistarsi fra gl'Italiani alcun seguace di Kant, perchè questi seppero svelare le difficoltà, sulle quali egli aveva sorvolato, e istituirne una critica estesa, sebbene rarissimamente profonda e imparziale.

« Sul principio del nostro secolo due altri scrittori venivano a portare un po' più di luce in Italia sulla filosofia trascendentale; sono questi il

(1) Ch. Villers, *Philosophie de Kant*, art. XIII.

Degerando francese (1), e il Buhle tedesco, il quale ultimo ebbe presto l'onore di una traduzione francese e poscia italiana (2).

« Il Degerando, uomo che godette molta fama presso i contemporanei, non solo in Francia, sì anche in Italia, sebbene tra i molti problemi filosofici che apparvero nello svolgimento del pensiero umano abbia ristretta la sua storia ad uno solo, cioè ai principî della conoscenza umana, tuttavia, e per l'importanza dell'argomento, e per essere questo in modo speciale trattato nelle opere di Kant, dovette occuparsi assai di costui. Egli però, come gli altri Ideologisti che vennero dopo Condillac, professando l'opinione che l'uomo non potesse avere alcuna idea chiara e distinta senza precedente sensazione e riflessione, giudicò tutte le dottrine filosofiche dal punto di vista empirico; laonde non è da ritenersi critico imparziale. Dagli studî accurati che aveva fatti sopra gli oppositori e i continuatori di Kant in Germania, era stato mosso a combattere il criticismo non tanto nei principî, quanto nelle conseguenze troppo idealistiche.

« Il Buhle, che all'esposizione della filosofia trascendentale aggiunge il racconto della sua influenza presso i connazionali, non ha grandi elogi pel filosofo di Conisberga; lo accusa di aver fatto camminare di fronte le due facoltà principali dello spirito umano, cioè la ragione teorica e la ragione pratica; di aver cercato i principî di ciascuna separatamente e di non aver dimostrata l'unità assoluta della ragione. Egli crede che Fichte mostrasse assai migliore disposizione di Kant a fondare la *Protologia*, da lui denominata la *Scienza delle scienze*. Il traduttore italiano poi, con pensiero infelice, credette conveniente omettere alcuni passi dell'originale, che a lui, come cattolico e uomo d'ordine, sembravano contenere principî poco ortodossi.

« Queste fonti del kantismo erano bastate, se non a far conoscere il criticismo nel suo vero valore, almeno a far capire che una grande innovazione nello svolgimento del pensiero filosofico era accaduta oltre Alpi, e che trascurarla non era più possibile per gl'italiani. Già fin dal 1808 era stata pubblicata a Milano (Tip. Silvestri) una traduzione della *Pedagogia* di Kant, fatta da un anonimo, con senno e buon criterio (3), cinque anni appena dopo la pubblicazione dell'originale, avvenuta per opera di Rink; ma ben presto si sentì il bisogno di una traduzione dello scritto capitale del grande filosofo prussiano, la quale desse una conoscenza adequata e compiuta della feconda innovazione da lui introdotta nella Scienza del pensiero; e questa fu opera del cav. Mantovani (4). Riuscì egli nello scopo propostosi? La risposta non è dubbia: non riuscì e non poteva riuscire.

(1) Degerando, *Histoire comparée des systèmes de philosophie relativement aux principes des connaissances humaines*. Paris 1803, tomi III, in 8°.

(2) Amadeo Buhle, *Storia della filosofia moderna dal risorgimento delle lettere sino a Kant*, tradotta da Vincenzo Lancetti, tomi XII. Milano, 1821.

(3) La seconda versione italiana fu fatta, pochi anni or sono, dal prof. Angelo Valdarnini.

(4) *Critica della ragion pura di Manuele Kant*, traduzione dal tedesco. Pavia, Bizzoni, 1820-26. Tomi VIII.

« Essendo la *Critica della ragion pura* una specifica manifestazione dell' ingegno tedesco, a tradurla con fedeltà e chiarezza non solo era d' uopo una larga e sicura conoscenza della lingua, ma ancora mente avvezza a severe speculazioni e a profondi pensamenti. Ora, con una semplice lettura, è facile avvertire che al Mantovani mancava affatto questa dote, e sebbene aggiungesse al testo molte note dichiarative, giovandosi principalmente delle pubblicazioni dei continuatori del criticismo, quali C. Leon Reinhold (1) e J. Schulz (2), pure la sua traduzione riuscì stentata senza essere fedele, oscura senza essere vera; perciò non è giusto far cominciare come, vuole il Werner, l'esatta conoscenza del kantismo in Italia dalla versione pavese; anzi, se giudichiamo dalle condizioni della nostra filosofia in quel tempo, il Mantovani ottenne effetto contrario a quello propostosi (3), e fu un danno che il Galluppi ed il Rosmini ponessero in lui piena fiducia e si appoggiassero a lui e al Villers per trarre conclusioni sulla dottrina di Kant.

« Nè punto giovò a meglio chiarire il nuovo fondamento che Kant dava alla scienza, un libro intitolato: *Cariteas* (4), di cui diede conto Massias, filosofo francese eccletico, il quale fu dotato d'ingegno speculativo profondo, ma privo di lucidezza. A somiglianza delle Questioni Tuscolane di Cicerone, s'immagina in questo scritto che sulla marina di Catanzaro un giovane patrizio romano ascolti quattordici lezioni da un superiore di un convento. Queste lezioni sono, a giudizio del Massias, *un succoso ristretto della filosofia di Kant*, rettificata in alcune parti, chiarita in altre, purgata dai dubbi da essa eccitati, e spogliata della difficile terminologia trascendentale. Il Romagnosi però vuol scorgere nel *Cariteas* una dottrina diametralmente contraria a quella di Kant, perchè in esso si parte da una supposizione assai somigliante a quella della statua di Condillac.

« Solo nel 1835 doveva vedere la luce l'opera destinata a far conoscere ai popoli latini la *Critica della ragion pura* nella sua essenza e nel suo vero valore scientifico; essa è la traduzione del Tissot (5), la quale solo nel 1869 fu superata da quella del Barni, forse ancora più fedele, ma anche di più difficile comprensione. Dalla versione del Tissot io faccio cominciare l'esatta e giusta conoscenza del criticismo in Italia; e fu questa fonte che rese possibile l'opera del nostro Testa sulla filosofia di Kant, anzi l'esposizione sua è condotta quasi interamente sulla traduzione francese, sebbene siasi giovato

(1) *Lettere sulla Filosofia di Kant.* Lipsia, 1790, II vol. in 8°.

(2) *Dilucidazioni sulla Critica della ragion pura.* Conisberga, 1784 e 1791.

(3) Fino al dì 12 maggio 1834 la traduzione del Mantovani non figura tra le opere acquistate dal Testa; eppure la costui libreria constava già di 1332 volumi, quasi tutte edizioni francesi o italiane di filosofi; il che proverebbe la poca diffusione di detta pubblicazione.

(4) Vedi la rivista « Biblioteca italiana » anno 1828, aprile, maggio e giugno.

(5) *Critique de la raison pure par M. Emanuele Kant,* traduite de l'Allemand par M. C. I. Tissot. Paris, Simonont, 1835, 2 vol. in 8°.

di un'altra pubblicazione dello stesso Tissot (1) e dei lavori di Cousin, che cita spesse volte (2).

« 3. E gli scrittori italiani che prima del nostro, cioè fino al 1840, parlarono di Kant, avevano facilitato il compito al filosofo piacentino? avevano preparati i lettori italiani ad una benevola opinione per il transcedentalismo?

« Sulla fine del secolo passato e nel principio di questo, proprio quando Kant vedeva in Germania il suo nome universalmente celebrato, e le sue dottrine insegnate in quasi tutte le Università, in Italia, principalmente nel settentrione, godeva molta fama e aveva grande influenza il P. Francesco Soave, il quale, fornito delle più pure intenzioni, ha fatto, secondo il Rosmini (3), un gran danno col diffondere da per tutto il Condillacchismo e ridurre la filosofia ad una tenuità compassionevole, che mentre adesca il volgo coll'apparente facilità, ingenera la presunzione e la vana credenza d'essere filosofi a quelli che nol possono essere, nè saranno giammai. Infatti ne' suoi *Opuscoli critici*, egli ebbe la presunzione di fare di Kant una critica, la quale è monca, superficiale e vuota, ma che per la popolarità che si era acquistata lo scrittore, contribuì a far nascere negli italiani il disprezzo per la grande questione gnoseologica che aveva affaticato per anni ed anni la mente di Kant, contrapponendo il Soave alle severe meditazioni di costui i ragionamenti de' suoi amatissimi Locke, Condillac e Destutt-Tracy, fuori dei quali egli non vedeva salvezza. Fra le altre cose egli dice che nella sentenza di Kant noi chiamiamo una la luna e più le stelle, perchè a noi talenta applicare a quella la categoria dell'unità, a queste la categoria della pluralità. La quale affermazione basta a dimostrare l'assoluta incapacità del Soave a cogliere lo spirito che domina il Criticismo, e l'errore dell'eccletico Poli di dichiarare « assai giudiziosa la confutazione », che fece del Kant (4), poichè essa è affatto contraddittoria coi principî della filosofia critica. Invero chi non sa che le categorie fissate da Kant rappresentano le regole universali e costanti, secondo le quali il molteplice intuito sensibilmente viene ridotto ad unità? Come mai è possibile farvi entrare l'arbitrio o il talento? Ma sebbene il Soave abbia avuta una influenza negativa sui progressi della filosofia, è degno di lode e di riconoscenza, da parte degli italiani, pel vivo amore che portò all'istruzione popolare.

« Aumentò nella penisola la diffidenza verso Kant un altro professore, Cesare Baldinotti, il quale spesso all'Università di Padova trovavasi confuso dalle obbiezioni mosse a' suoi autori Locke, Gassendi, Condillac e Bonnet dallo scolaro Antonio Rosmini-Serbati. Il Baldinotti nella sua opera di

(1) Tissot, *Histoire abrégée de la philosophie*. Paris, 1840.

(2) Nel Catalogo dei libri posseduti dal Testa trovansi e la traduzione italiana del Mantovani e quella francese del Tissot.

(3) V. *Nuovo Saggio sull'Origine delle Idee*. Vol. I, pag. 63. Milano, Tip. Pogliani, 1863.

(4) V. *Manuale della Storia della filosofia*, di G. Tenneman, con note e supplementi di Romagnosi e Poli. Vol. IV, pag. 628. Milano, Silvestri, 1855.

Metafisica [1], non avendo potuto argomento per argomento esaminare le dottrine kantiane, come fece per Locke, Leibniz, Spinoza, Clarke, ecc., perchè troppo in opposizione colle sue, nè d'altra parte stimando conveniente non curare filosofo di tanta celebrità « utraque enim Germania universa commota est, et kantianae philosophiae incubuit » (§. 883), aggiunse in appendice un esame della filosofia critica, da lui studiata sulla traduzione latina del Born.

« Dopo aver ricordate (§. 885) le accuse che molti mossero a Kant di fare classi arbitrarie, di togliere troppo alla ragione pura, e troppo attribuire alla ragione pratica, di spargere dubbî su tutto, di rendere oscure anche le cose più chiare, di sostenere opinioni fra loro contraddittorie e perfino di porre in dubbio i principî morali, dichiara che la difficoltà di comprendere Kant, a cagione del suo neologismo « prave detorto et non necessario », è tale e tanta, ch'egli non è sicuro di averne compreso il vero senso. Secondo il professore di Padova, tutto l'edificio della *Ragion pura* cade di fronte ad una sana critica, perchè è costruito a priori. E come è possibile fare a priori la dottrina dell'umano intelletto? domanda maravigliato il Baldinotti. Il critico italiano, precorrendo il Bertini [2] e l'Hegel [3], dichiarò un circolo vizioso ed un assurdo il problema kantiano, cioè una teoria critica della conoscenza umana, perchè questa presuppone quello a cui si vuol arrivare: secondo lui è possibile una teoria della conoscenza umana, a patto solamente che, seguendo il procedimento di Locke, si parta dall'esperienza e si progredisca con essa; Kant invece volle rendersi indipendente dall'osservazione psicologica. Niuna sottigliezza, sempre nella sentenza del Baldinotti, potrà redimere Kant da uno smisurato e universale scetticismo e da infinite contraddizioni, delle quali la più grave è di aver postulato nella *Ragion pratica* Dio, mentre nella *Ragion pura* lo aveva dichiarato inconoscibile, commettendo anzi il *summum facinus* di rimproverare a Locke l'opinione contraria. Il professore di Padova, lungi dal comprendere che Kant aveva conciliato in una sintesi superiore i due opposti indirizzi, l'empirico e il razionale, viene ad affermare: « Non iniuria conclusum videatur, Kantium scopulos non superasse, in quibus alios naufragium fecisse vidit, allisisse ad singulos, in errores incidisse singulos, quos suos praedecessores non vitasse admiratus est » (§. 927). In ultimo si sente in dovere di dichiarare che non ha scritto nè in odio a Kant, nè ai kantiani. Ecco l'accoglienza che il fondatore del Criticismo aveva in Italia, mentre in Germania era all'apice della sua gloria ed aveva suscitato un tale entusiasmo di sè, che molti si recavano a Conigsberga solo per vederlo. È giustizia però

(1) Caesaris Baldinotti monaci benedectino-olivetani, primum in Gymnasio mantuano, dein in Universitate studiorum ticinensi, postremo in patavina logicae et metaphysicae P. P. *Tentaminum metaphysicorum libri tres.* Patavii, Typis Seminarii, MDCCCXVI.

(2) V. *Filosofia delle scuole italiane,* anno III.

(3) *Storia della Filosofia,* vol. III, pag. 504.

aggiungere che tra le molte critiche infondate, si riscontra nell'opera del Baldinotti qualche giusta censura; ad esempio quella di aver Kant trascurato l'osservazione psicologica, di non aver giustificate le classi delle forme logiche dell'intelletto, di avere un amore soverchio per la simmetria, pel dividere, distinguere, definire, ecc.

« Il primo italiano che abbia studiato di proposito il kantismo, è Pasquale Galluppi, il quale, per la natura della filosofia che professava, lo sperimentalismo, doveva essere disposto a comprendere e ad accogliere il Criticismo molto più che i sensisti Soave e Baldinotti; ciò nulla meno è un errore fare del Galluppi un kantiano e scorgere ne' suoi scritti un'applicazione dei principî fondamentali di Kant. Egli nel 1819, pur invitando gl'italiani a non essere ciechi ammiratori degli stranieri, ma a sottomettere le loro dottrine a un'analisi severa e a pensare da sè con quell'acutezza che loro è propria, affermava che la rivoluzione kantiana meritava, più di quel che si credesse, l'attenzione dei pensatori (1); ed egli appunto consacrava una parte del suo *Saggio* all'esame di essa. Secondo lui, il trascendentalismo, lungi dallo stabilire la realtà della conoscenza, tende radicalmente a distruggerla; ed egli cerca di mostrare che i dati dell'esperienza debbono aver luogo fra le nostre conoscenze primitive e reali, mentre la filosofia trascendentale nega arditamente, egli dice, che i dati sperimentali, qualunque siano, possano prender luogo fra le verità primitive (2). Il filosofo napoletano ha combattuto Kant, per non averlo compreso, sopra un principio capitale della sua dottrina, sulla distinzione cioè dei giudizi a priori in analitici e sintetici. Giudizi sintetici a priori per lui sono un assurdo, giacchè essendo essi necessari, e dovendo tutti i giudizi necessari risolversi nel principio di contraddizione, che è il fondamento dell'analisi, non potranno essere che analitici. Però egli accetta da Kant che il molteplice sensato, se non interviene l'elaborazione dello spirito con certi rapporti soggettivi, non può formare l'esperienza. Ora, gli *Elementi di filosofia* del Galluppi, che si pubblicarono nel 1820, furono adottati in molte scuole italiane invece dei testi dei sensisti, e diedero molto incremento agli studî speculativi, col preparare la gioventù ad una filosofia più razionale. Nel 1827, l'insigne filosofo di Tropèa regalò all'Italia le *Lettere filosofiche*, opera importante, perchè con questa s'iniziò fra noi la storia della filosofia, com'era avvenuto in Francia per opera di Cousin e in Germania per opera prima di Brucker, indi di Tennemann. L'autore, invece di seguire e descrivere, come si aspetterebbe dal titolo (3), lo svolgimento del problema propostosi incominciando da Cartesio, istituisce in generale un confronto critico della dottrina kantiana con quella dei filosofi anteriori.

(1) P. Galluppi, *Saggio filosofico sulla critica della conoscenza umana.* Milano 1846, vol. I, pag. 11.

(2) V. op. cit. vol. I, pag. 5.

(3) *Lettere filosofiche sulle vicende della filosofia relativamente ai principî delle conoscenze umane da Cartesio sino a Kant inclusivamente.*

« Questa pubblicazione diede occasione al Romagnosi di dettare due articoli su Kant (1), che certamente tornano a poco onore dello scrittore. Gian Domenico Romagnosi, malgrado l'evoluzione dal sensismo a un certo razionalismo, avvenuta negli ultimi anni di sua vita, malgrado il suo ingegno profondo e severo e la vastità della sua dottrina, come non aveva saputo cogliere l'intimo pensiero del Vico, così non comprese la novità kantiana. E la nessuna stima, anzi il quasi disprezzo in cui egli tenne il filosofo di Conisberga, eccita la nostra meraviglia. Egli si mostra malcontento verso il Galluppi per l' importanza che attribuisce al kantismo, e fa voti che gli *strambotti* trascendentali non attecchiscano in Italia. Queste censure per l'autorità di chi le pronunciava ed il pregio del gornale in cui erano accolte, certamente nocquero assai alla diffusione del criticismo nella nostra penisola.

« Si schierò pure contro Kant, Antonio Rosmini, il cui merito più incontestato nella speculazione metafisica è quello di avere intrapreso la riduzione delle categorie kantiane all'idea dell'*essere*, mettendo così in relazione, come aveva fatto il Galluppi, la filosofia italiana col movimento prodotto da Kant nello spirito filosofico d'Europa (2). Egli si accosta a Kant assai più del filosofo di Tropea, perchè, tanto per lui quanto pel tedesco, la *materia* della cognizione è data dalla sensibilità, la *forma* dall'intelletto; ma per Rosmini l'idea innata dell'essere si fa madre e generatice di tutte le altre, perchè da essa, aggiunte le sensazioni, può provenire ogni conoscenza. Ad una sola riduce pure le sintesi a priori, cioè a quella per cui l'idea dell'*essere indeterminato*, che è il presupposto di tutte le categorie kantiane, è aggiunta come predicato alla sensazione. Del Rosmini si disse che fu kantiano senza saperlo; il quale giudizio a me sembra errato, giacchè egli disconobbe l'originalità di Kant e il posto che si deve a costui nello svolgimento del pensiero filosofico, col dichiarare che il criticismo è uno sviluppo del sistema di Reid (3). Del resto egli è dommatico e il suo ontologismo si distingue netnettamente e profondamente dalla filosofia critica in ciò che l'*essere ideale indeterminato* ha realtà obbiettiva nell'assoluto, mentre Kant nega recisamente la possibilità di una scienza dell'assoluto (4).

« Il kantismo del Galluppi e del Rosmini meriterebbe un esame più esteso, ma l'indole del presente lavoro non lo concede, come pure taccio di alcuni altri italiani, quali Pasquale Borrelli, altrimenti Pirro Lallebasque,

(1) V. la Rivista « Biblioteca italiana » anno 1828, vol. L, pag. 163, ed anno 1829, vol. LIII, pag. 180.

(2) V. L. Ferri, *Essai sur l'histoire de la philosophie en Italie* ecc. Tom. II, Paris 1869, prefazione. Il primo volume contiene un'accurata e profonda esposizione critica della filosofia del Rosmini.

(3) V. *Nuovo saggio sull'origine delle idee*. Milano, Pogliani 1836, vol. I. pag. 363.

(4) Forse non fu senza effetto sul Rosmini, sacerdote e cattolico, il fatto che fin dal 22 dicembre 1817, l'opera del Villers su Kant e poi addì 11 luglio 1827 la *Critica della ragion pura* erano state messe all'indice dei libri proibiti.

Vincenzo De Grazia, Ottavio Colecchi, Vincenzo Gioberti, Terenzio Mamiani, che si occuparono di Kant più con intendimento polemico che storico, giacchè non trovo costoro aver avuta influenza sul nostro Alfonso Testa. Dei filosofi italiani menzionati, nessuno seppe trarre dalle dottrine kantiane quei vantaggi che si offrivano, per iniziare una vera riforma della filosofia, di cui la nazione abbisognava per assimilarsi i prodotti della civiltà moderna. Essi si figuravano di Kant un filosofo tenebroso, un dommatista impenitente dell' a priori, una sorte d'allucinato. Per Baldinotti Kant può appartenere a tutte le scuole possibili; Soave paragona le teorie trascendentali ai detti della Sibilla Cumana; Gioia scrive: « Si faccia intendere, si mostri in viso e poi lo studieremo »; Galluppi dice che non è necessario seguirlo nelle tenebrose caverne, ov'egli si ritira; Romagnosi dichiara che la dottrina protologica di Kant presenta una speculazione che sta fra le nuvole e vi sta *nuvolescamente*; Rosmini afferma che Kant ha solita l'aria di un volerla dare ad intendere e corbellare altrui con una buffonesca gravità; Gioberti lo chiama il sofista di Conisberga. Tutti poi fraintesero la distinzione, propria della filosofia critica, di *noumeno* e *fenomeno*, e stimando che fenomeno volesse dire illusione, videro in Kant uno scettico assoluto, mentre costui non ha mai dubitato che la fisica e la matematica fossero vera scienza; anzi questo è il presupposto di tutta la *Critica della ragion pura*. L'errore consistette nel credere che la subbiettività escludesse affatto un vero e reale sapere.

« 4. Quali sono le cagioni di questi falsi giudizî? Le comprenderemo col dare un breve sguardo alla storia del movimento kantiano in Alemagna, come ci viene raccontata dal Buhle, professore di Gottinga, contemporaneo di Kant (1).

« Dopo la prima pubblicazione della *Critica della ragion pura* passò qualche tempo senza che i filosofi tedeschi, contenti dell'eccletismo wolfiano, ponessero mente alla nuova opera e presumessero almeno il grande rivolgimento che essa doveva portare nella scienza tutta quanta; ma in appresso, avendo la *Gazzetta generale di letteratura* e le *Lettere sopra la filosofia di Kant*, inserite dal Reinhold nel riputato diario *Il Mercurio alemanno*, additata la feconda innovazione e mostrate le lacune e le imperfezioni della filosofia, alle quali aveva posto rimedio l'autore della *Ragion pura*, molti e valenti filosofi si applicarono con ardore allo studio di questa; prima però di fare la critica e discutere il valore della nuova opera, si sforzarono di ben comprenderla. Ma le menti non sapevano cogliere il concetto fondamentale e le idee originali di Kant, rese oscure dal nuovo metodo di ricerca e dalla nuova terminologia. Difatti i primi che si levarono contro la sua filosofia, l'avevano male interpretata in più d'un luogo, e l'accusarono di essere caduto nella *metafisica* di Berkeley (idealismo dommatico); sì che quasi

(9) Amadeo Buhle, op. cit.

tutte le risposte o confutazioni di Kant e de' suoi seguaci, si restrinsero a dire che le obbiezioni che loro venivano mosse, provenivano dal non averli intesi. Ma a poco a poco, principalmente dopo la pubblicazione che Kant fece nel 1783 dei *Prolegomeni ad ogni futura metafisica*, coi quali si era proposto di esporre i suoi pensamenti in modo analitico e quasi popolare per agevolarne la comprensione e determinare con chiarezza e brevità il suo principio di rinnovamento, il senso del sistema diventò vieppiù manifesto e i Tedeschi, solo dopo di essersi ingegnati di ben comprenderlo, dopo avere vivamente disputato sul modo d'interpretarlo, ne incominciarono la critica con animo quieto e imparziale.

« Gl'italiani al contrario, ingolfati com' erano nell'imitazione francese e svezzati dal seguire pensamenti severi e profondi per il prevalere del facile sensismo, saltarono tutta quella critica minuta e paziente, resa assai difficile sia dalle le condizioni letterarie punto favorevoli, sia dal difetto di fonti; di modo che mancò una sufficiente preparazione alla retta intelligenza del Criticismo: si volle pronunciare sentenza prima di sentire le parti; il carattere generale di questa critica è quello di essere *dommatica*. Infatti negli scritti de' primi nostri filosofi che parlarono di Kant, non si leggono discussioni che tocchino l'interpretazione; non esame dell'evoluzione del pensiero kantiano avanti il 1781; non confronto critico fra l'edizione della *Ragion pura* del 1781, i Prolegomeni, e la seconda edizione del 1787. Ogni scrittore dà un Kant fatto a suo modo; nè dubita che diverso possa essere il valore del Criticismo; il solo Baldinotti fa una modesta riserva di essersi sufficientemente impadronito del vero senso della filosofia trascendentale.

« Concludendo affermo che una esposizione fedele e sistematica del Criticismo mancava agl'italiani nella prima metà del nostro secolo, mentre presso le altre nazioni la filosofia di Kant aveva raggiunto il suo massimo splendore; laonde l'opera storico-critica del filosofo piacentino soddisfaceva ad una vera esigenza della speculazione italiana; egli poi si trovava in condizioni favorevoli per riempire questa lacuna, potendo valersi della traduzione del Tissot. Da Alfonso Testa adunque la storia della filosofia deve ripetere i primordî del kantismo in Italia. Qual valore ha il suo esame critico? È egli un kantiano puro? Il suo tentativo di eccitare i connazionali allo studio e alla meditazione di Kant ebbe esito felice? Vedremo più innanzi ».

Matematica. — *Sulle trasformazioni piane multiple.* Nota di . Jung, presentata dal Presidente Brioschi.

« Nelle mie ricerche *Sui sistemi Cremoniani reciproci di grado* m [1] ebbi occasione di accennare a certe trasformazioni multiple che s'incontrano ello studio delle superficie ivi considerate. Oggetto di questa Nota sono

[1] Rendiconti Acc. de' Lincei, 1 e 15 novembre, e 6 dicembre 1885, e 7 febbraio 1886.

appunto le *trasformazioni piane multipe di grado* k, *di genere* p *e di ordine* M; le quali comprendono come casi particolari le *trasformazioni piane doppie* (1) studiate da De Paolis ($k=2$), le *trasformazioni Cremoniane o birazionali* (2) ($k=1$), e quindi anche le *lineari*, cioè l'omografia e la reciprocità ordinaria ($k=1$, $M=1$). Devo però qui limitarmi a comunicarne soltanto alcune proprietà.

« Se a ogni punto di un piano π' corrisponde *una* retta [punto] del piano π, e a ogni retta [punto] di π corrisponde un gruppo (k) di k punti in π', per modo che a ciascun punto del gruppo corrisponda sempre la medesima retta [punto] di π, si dirà che *fra i due piani ha luogo una trasformazione o corrispondenza multipla reciproca* [*isografica*] *di grado* k, la quale si dinoterà con $((\pi\pi'))_k$ (3), e si distinguerà π col nome di *piano multiplo* o *k-plo* e π' col nome di *piano semplice*.

« A un elemento A di π corrisponde in generale un gruppo (k) in π'; se questo gruppo contiene un *punto doppio*, nel quale cioè due dei k punti divengono infinitamente vicini, A si dira *elemento limite* di π. *Curva doppia* del piano semplice è *il luogo* C_ν *dei punti doppi* testè definiti; *curva limite* del piano multiplo *è la linea* C^λ [luogo o inviluppo degli elementi limiti A] *che in* π *corrisponde alla curva doppia* (4). — *Le due curve sono dello stesso genere* p_0.

« Quando π e π' sono sovrapposti, *se la trasformazione multipla è reciproca*, sono anche a considerarsi *l'inviluppo* U *delle rette unite* (cioè delle rette di π contenenti un punto del corrispondente gruppo (k) di π') e *il luogo* U' *dei punti uniti* (ossia dei punti di π' situati sulle corrispondenti rette di π).

« *Elementi fondamentali della trasformazione multipla di grado* k sono in ciascun piano gli elementi comuni alle curve [luoghi o inviluppi] che corrispondono alle forme lineari [rette-punteggiate o punti-centri di fasci] dell'altro piano. *Linee fondamentali* di ciascun piano sono le curve [luoghi o inviluppi] corrispondenti agli elementi fondamentali dell'altro piano.

« A un punto di π' corrisponde un elemento di π, e a questo in π' corrisponde un gruppo di k punti, fra i quali si trova il dato: onde un

(1) Memorie Acc. de' Lincei, ser. 3ª, t. I, *Le trasformazioni piane doppie*. Parecchie delle proprietà relative al caso $k=2$ contenute in questa Memoria, sussistono nel caso generale di k qualunque.

(2) Inclusa la *trasformazione De Jonquières*.

(3) Si può distinguere la corrispondenza multipla *reciproca* dalla *isografica* di grado k scrivendo rispettivamente nei due casi $((\bar{\pi}\dot{\pi}'))_k$ e $((\dot{\pi}\dot{\pi}'))_k$. Del resto è bene osservare per maggior generalità che π e π' anzichè piani (punteggiati, rigati) potrebbero anche rappresentare due stelle (di raggi, di piani).

(4) Ho adottato queste denominazioni che sono la generalizzazione di altre adoperate dal De Paolis (l. c.).

punto X di π' ne determina altri $k-1$ (*punti congiunti* ad X); se X descrive una linea C', i suoi congiunti descrivono una curva $\overline{C}'$ (*linea congiunta* a C'), che eventualmente può coincidere con la C' stessa. Per *trasformazione congiunta* [1] alla data trasformazione multipla $((\pi\pi'))_k$ s'intenderà la trasformazione involutoria $((\pi'))$, che a ogni punto di π' fa corrispondere i suoi $k-1$ punti congiunti, e a ogni curva di π', la curva congiunta.

« *Ordine* N *della trasformazione congiunta* $((\pi'))$ è l'ordine della curva C_N congiunta a una retta arbitraria del piano; i punti comuni a tutte le C_N sono gli *elementi fondamentali* e le curve congiunte ai medesimi (ossia i luoghi dei punti congiunti ai fondamentali) sono le *linee fondamentali* della trasformazione congiunta $((\pi'))$.

« Per fissar meglio le idee, e anche in vista di certe applicazioni alle trasformazioni birazionali, considererò d'ora in poi la trasformazione piana *reciproca* di grado k $((\overline{\pi\pi}))_k$, indicandone brevissimamente alcune proprietà; con che la generalità non resta punto menomata.

I. *Ai punti (centri di fasci) del piano multiplo (rigato)* π *corrisponde in* π' *una rete di curve* φ' *segantisi due a due in* k *punti variabili.*

« Se M è l'ordine e p il genere di queste φ', *la trasformazione multipla di grado* k *si dirà dell'ordine* M *e del genere* p.

« Supponiamo dati gli f_0 punti fondamentali del piano semplice; se indichiamo con $r_1, r_2, \ldots r_{f_0}$ i loro gradi di molteplicità e con c il *numero delle condizioni libere* (non assorbite dai punti fondamentali) alle quali una curva *arbitraria* della rete $[\varphi']$ è assoggettata, si avranno le tre relazioni

$$\frac{M(M+3)}{2} - 2 = \frac{\Sigma r(r+1)}{2} + c$$

$$\frac{(M-1)(M-2)}{2} = \frac{\Sigma r(r-1)}{2} + p$$

$$M^2 = \Sigma r^2 + k$$

dalle quali si ricava

$$p = k - 1 - c$$

e quindi:

II. *Il genere di una trasformazione multipla di grado* k *è* $p = k - 1 - c$ [2].

Se $c = 0$ la rete $[\varphi']$ è determinata dai punti fondamentali, presi in posizione generale, e si ha $p = k - 1$;

(1) Riguardo a queste denominazioni veggasi la nota precedente.

(2) Qualsivoglia curva della rete $[\varphi']$ contiene una ∞' di gruppi (k) tali che ogni punto della curva ne individua uno, e che i k punti di uno stesso gruppo si determinano fra loro involutoriamente. Il numero λ dei punti uniti (o doppi) della ∞' di gruppi è $= 2(p+k-1) = 4p+2c$. Per le *curve iperellittiche* $(k=2)$, come già ha osservato De Paolis, si ha $\lambda = 2(p+1)$.

se $c > 0$ i punti fondamentali, presi in posizione generale, non determinano una rete, ma una serie più che due volte infinita di curve, alla quale deve appartenere la rete $[\varphi']$, e si ha $p < k - 1$;

se $c < 0$ non è possibile stabilire la rete $[\varphi']$, se non prendendo i punti fondamentali in posizione speciale, e si ha $p > k - 1$.

III. *Alle rette del piano semplice corrisponde in π una serie doppiamente infinita (d'indice* k^2*) di curve razionali φ della classe* M.

« *Una retta arbitraria* 1 *è tangente comune di* k *serie semplicemente infinite (ciascuna d'indice* k*) di curve φ* [le quali corrispondono ai fasci aventi i centri nei punti del gruppo (k) corrispondente alla l]; *è toccata in ogni suo punto da* k *curve φ* [una per ciascuna serie]; *è tangente doppia di* $\frac{k(k-1)}{2}$ *curve φ* [le quali corrispondono alle rette che congiungono due a due i punti del gruppo (k)] ecc. ecc.

« Le curve φ passanti per un punto corrispondono univocamente alle tangenti di una φ'; onde *se* m *è la classe delle φ' vi sono* km *curve φ che passano per un punto dato e toccano una retta data;* se ι è il numero delle tangenti stazionarie e τ quello delle tangenti doppie di una φ' *vi sono τ o ι curve φ per le quali un punto dato è rispettivamente doppio o cuspidale* ecc.

« *Ogni curva φ tocca in ν punti la curva limite ed ha* $\frac{N-\nu}{2}$ *tangenti doppie variabili* (non fondamentali).

« Indicando genericamente con ϱ_i il grado di molteplicità delle rette fondamentali del piano multiplo, il numero delle tangenti variabili comuni a due φ arbitrarie è espresso sia da $N + 1$ sia da $M^2 - \Sigma\varrho^2$; onde:

IV. *L'ordine della trasformazione congiunta $((\pi'))$ è dato da* $N = M^2 - \Sigma\varrho^2 - 1$.

« Le altre proprietà della trasformazione congiunta $((\pi'))$ si trovano pure facilmente per mezzo della trasformazione k-pla $((\pi\pi'))$; perciò qui ne ometto gli enunciati [1].

V. *La curva doppia* C_ν *e le curve fondamentali del piano semplice costituiscono la jacobiana della rete $[\varphi']$; epp rò l'ordine della curva doppia è dato da* $\nu = 3(M-1) - \Sigma\varrho$.

« Calcolando il numero λ delle intersezioni variabili della curva doppia con una φ' arbitraria si ha la classe della C^λ; onde:

VI. *La classe della curva limite* C^λ *è espressa da* $\lambda = 2(p + k - 1)$; *il genere da* $p_0 = 9p + 1 - f_0$ (se non vi sono elementi fondamentali nel piano multiplo). — *Ai punti semplici, doppi e cuspidali della curva limite corrispondono le φ' dotate rispettivamente di un punto doppio, di due punti doppi, di una cuspide.*

[1] Li ometto anche perchè le proprietà stesse si possono ricavare dallo studio dell'ing. F. Chizzoni, *Sopra le involuzioni nel piano* (Mem. Acc. de' Lincei, ser. 3ª, t. XIX).

VII. *Il luogo dei punti uniti (ossia situati nelle rette corrispondenti del piano multiplo) è una linea* U′ *dell'ordine* $M+1$, *la quale passa con* r *rami per ogni punto fondamentale* r-*plo del piano semplice.*

VIII. *L'inviluppo delle rette unite (ossia contenenti uno dei punti corrispondenti del piano semplice) è una linea* U *della classe* $M+k$, *la quale è toccata* ϱ *volte da ogni retta fondamentale* ϱ-*pla del piano multiplo.*

Le curve U, U′ *sono corrispondenti epperò di ugual genere.*

« A una determinata curva C′ di π' corrisponde nel piano multiplo π una determinata curva C; viceversa però alla C corrisponde non la C′ soltanto, ma bensì anche la sua linea congiunta $\overline{C'}$. Così ad esempio:

IX. *Il luogo del punto la cui retta corrispondente in* π *inviluppa la curva limite* C^{λ} *è costituito dalla curva doppia* C_{ν} *e dalla sua linea congiunta* $\overline{C_{\nu}}$.

X. *Il luogo del punto la cui retta corrispondente in* π *appartiene all'inviluppo* U *delle rette unite, consta della curva* U′ *dei punti uniti e della sua linea congiunta* $\overline{U'}$.

« Disposti in ordine di grandezza i gradi di molteplicità degli f_0 punti fondamentali del piano semplice, supponiamo che $r_1 \geqq r_2 \geqq r_3 \geqq \ldots \geqq r_{f_0}$; se $r_1 + r_2 + r_3 > M$, con una trasformazione birazionale quadratica si può abbassare l'ordine M della trasformazione multipla, senza alterarne il genere nè il grado. Dunque:

XI. *La condizione necessaria e sufficiente perchè una trasformazione multipla di dato genere* p *e di dato grado* k *sia d'ordine minimo è espressa dalla ineguaglianza* $r_1 + r_2 + r_3 \leqq M$.

« E per conseguenza [1]:

XII. *Se una trasformazione multipla è del minimo ordine fra quelle di dato genere* p *e di dato grado* k, *non vi saranno elementi fondamentali nel piano multiplo, nè curve fondamentali nel piano semplice.*

« Inoltre:

XIII. *Se per due trasformazioni multiple di ugual grado e di ugual genere,* M *e* M′ *sono gli ordini e* r_i, r_i' $(i = 1, 2, 3, \ldots)$ *i gradi di molteplicità dei punti fondamentali situati nel rispettivo piano semplice; una qualunque delle tre ineguaglianze* $M \gtreqless M'$, $\Sigma r \gtreqless \Sigma r'$, $\Sigma r^2 \gtreqless \Sigma r'^2$ *condurrà necessariamente alle altre due* ».

[1] Cfr. E. Caporali, *Sopra i sistemi triplamente infiniti di curve algebriche*, n. 3 (Collectanea Mathematica, Milano 1881).

Matematica.— *Sulle soluzioni comuni a due equazioni a derivate parziali del 2° ordine con due variabili.* Nota III. [1] di LUIGI BIANCHI, presentata dal Socio BETTI.

« 6. Per dimostrare in un caso pratico l'utilità delle considerazioni precedenti, applichiamole alla equazione lineare (studiata da Eulero e Laplace) della forma:

$$s + Pp + Qq + Nz = M, \tag{22}$$

dove P, Q, N, M sono funzioni date di x, y e cerchiamo se essa può avere a comune con un'altra equazione del 2° ordine un integrale con una funzione arbitraria. I risultati del n. 4 provano che, se questa seconda equazione esiste, si potrà porla sotto la forma

$$t = \psi_2(x, y, z, q),$$

o sotto l'altra

$$r = \varphi_2(x, y, z, p).$$

« Possiamo limitarci al 1° caso (il 2° deducendosi dal 1° collo scambio di x, y; p, q) e allora, per determinare ψ_2, abbiamo l'equazione a derivate parziali (15) n. 4:

$$\mathfrak{r}(\psi_2) = \varrho(\psi_1),$$

ove $\psi_1 = M - Pp - Qq - Nz$. Siccome ψ_2 non contiene p essa si scinde nelle due seguenti:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\psi_2}{\partial x} + (M - Qq - Nz)\dfrac{\partial\psi_2}{\partial q} = \dfrac{\partial M}{\partial y} - \dfrac{\partial Q}{\partial y}q - \dfrac{\partial N}{\partial y}z - qN - P(M - Qq - Nz) - \psi_2 Q \\ \dfrac{\partial\psi_2}{\partial z} - P\dfrac{\partial\psi_2}{\partial q} = P^2 - \dfrac{\partial P}{\partial y}. \end{cases}$$

« Immaginando $t = \psi_2$ determinata dall'equazione

$$\Phi(x, y, z, q, t) = 0,$$

dovrà la funzione Φ soddisfare le due equazioni

$$\begin{cases} A(\Phi) = \dfrac{\partial\Phi}{\partial x} + (M - Qq - Nz)\dfrac{\partial\Phi}{\partial q} + \left\{\dfrac{\partial M}{\partial y} - \dfrac{\partial Q}{\partial y}q - \dfrac{\partial N}{\partial y}z - qN - \right. \\ \qquad \left. - P(M - Qq - Nz) - tQ\right\}\dfrac{\partial\Phi}{\partial t} = 0 \\ B(\Phi) = \dfrac{\partial\Phi}{\partial z} - P\dfrac{\partial\Phi}{\partial q} + \left(P^2 - \dfrac{\partial P}{\partial y}\right)\dfrac{\partial\Phi}{\partial t}. \end{cases} \tag{23}$$

« Ora se poniamo

$$\alpha = N - PQ - \frac{\partial P}{\partial x},$$

[1] Vedi p. 237.

troviamo

$$A[B(\Phi)]-B[A(\Phi)]=\alpha\frac{\partial\Phi}{\partial q}+\left(\frac{\partial\alpha}{\partial y}-2P\alpha\right)\frac{\partial\Phi}{\partial t}\,.$$

« Se dunque $\alpha=0$, nel qual caso la (22) è immediatamente integrabile col metodo di Eulero, il sistema (23) è già Jacobiano e la proposta (22) associata coll'altra

$$\Phi_1(x, y, z, q, t)=0\,,$$

dove Φ_1 è una soluzione qualunque del sistema (23), gode della proprietà domandata.

« Se non è $\alpha=0$, la funzione Φ dovrà inoltre soddisfare l'equazione

$$C(\Phi)=\frac{\partial\Phi}{\partial q}+\left(\frac{\partial\log\alpha}{\partial y}-2P\right)\frac{\partial\Phi}{\partial t}=0\,.$$

« Ora si trova subito

$$B[C(\Phi)]-C[B(\Phi)]=0$$

$$A[C(\Phi)]-C[A(\Phi)]=Q.C(\Phi)+\left\{\frac{\partial^2\log\alpha}{\partial x\,\partial y}+2\alpha+\frac{\partial Q}{\partial y}+PQ-N\right\}\frac{\partial\Phi}{\partial t}$$

e poichè Φ deve contenere certamente t, la proprietà richiesta per la (22) sussisterà soltanto se si ha

$$\frac{\partial^2\log\alpha}{\partial x\,\partial y}+2\alpha+\frac{\partial Q}{\partial y}+PQ-N=0\,. \tag{24}$$

« Allora è noto che la (22) è integrabile col metodo di Laplace dopo una prima trasformazione [1] e, per quanto si è visto ora, esisteranno altre equazioni del 2° ordine

$$\Phi(x, y, z, q, t)=0\,,$$

con ciascuna delle quali la proposta (22) ha a comune un integrale con una funzione arbitraria. La funzione $\Phi(x, y, z, q, t)$ si determina integrando il sistema Jacobiano

$$A(\Phi)=0 \qquad B(\Phi)=0\,, \qquad C(\Phi)=0\,,$$

che ammette due soluzioni indipendenti, una delle quali è la y stessa, perciò la funzione Φ contiene una funzione arbitraria di y.

« Ne concludiamo: L'equazione lineare (22) ha a comune con altre equazioni del 2° ordine integrali contenenti una funzione arbitraria solo quando è immediatamente integrabile col metodo d'Eulero o dopo una prima trasformazione di Laplace.

« Così per es. per l'equazione

$$s=\lambda z\ (\lambda \text{ funzione di } x, y)$$

[1] Vedi per es. Imschenetsky, *Équations à dérivées partielles du second ordre.* Ch. II § 10 p. 56.

o dovrà aversi $\lambda = 0$, o

$$\frac{\partial^2 \log \lambda}{\partial x \, \partial y} = \lambda .$$

« In questo 2° caso il sistema Jacobiano

$$A(\Phi) = 0 , \qquad B(\Phi) = 0 , \qquad C(\Phi) = 0$$

diventa

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} + q \lambda \frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial q} + \frac{\partial \log \lambda}{\partial y} \frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0$$

ed ha le due soluzioni indipendenti

$$y, \; t - \frac{\partial \log \lambda}{\partial y} q .$$

« La proposta

$$s = \lambda z \qquad \text{se} \qquad \frac{\partial^2 \log \lambda}{\partial x \, \partial y} = \lambda$$

ha adunque a comune con ogni equazione dalla forma

$$t = \frac{\partial \log \lambda}{\partial y} \varphi + \psi(y)$$

(ove ψ è una funzione arbitraria di y) un integrale con una funzione arbitraria. Ponendo $\psi = 0$, si trova subito per l'integrale comune

$$z_1 = \frac{\partial \log \lambda}{\partial y} \theta(x) + \theta'(x) ,$$

dove θ è funzione arbitraria di x. Scambiando x con y è chiaro che sarà pure un integrale della proposta

$$z_2 = \frac{\partial \log \lambda}{\partial y} \chi(y) + \chi'(y) ,$$

essendo χ funzione arbitraria di y. Sommando z_1, z_2 si ha l'integrale generale

$$z = \frac{\partial \log \lambda}{\partial x} \theta(x) + \frac{\partial \log \lambda}{\partial y} \chi(y) + \theta'(x) + \chi'(y) \; (^1).$$

OSSERVAZIONE

« In questa Nota non si è tenuto conto delle difficoltà algebriche di eliminazione o risoluzione. Però non sarebbe difficile trasformare i criterî dati in altri, che non richiedessero la preliminare risoluzione delle equazioni proposte

$$(A) \begin{cases} F_1(x, y, z, p, q, r, s, t) = 0 \\ F_2(x, y, z, p, q, r, s, t) = 0 . \end{cases}$$

(1) Cf. Montard, Journal de l'École Polytéchnique 45ème Cahier p. 1.

« Così per es. la condizione $\frac{\partial \varphi_1}{\partial s}\frac{\partial \varphi_2}{\partial s}=1$, o l'altra $\frac{\partial \psi_2}{\partial r}=\left(\frac{\partial \psi_1}{\partial r}\right)^2$ del n. 4, si traduce per le (A) nella seguente:

$$(B)\quad \begin{vmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial r} & \frac{\partial F_1}{\partial t} \\ \frac{\partial F_2}{\partial r} & \frac{\partial F_2}{\partial t} \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial s} & \frac{\partial F_1}{\partial r} \\ \frac{\partial F_2}{\partial s} & \frac{\partial F_2}{\partial r} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial s} & \frac{\partial F_1}{\partial t} \\ \frac{\partial F_2}{\partial s} & \frac{\partial F_2}{\partial t} \end{vmatrix} = 0.$$

« Solo quando le proposte (A) abbiano per conseguenza algebrica la (B) *potrà* accadere che esista una loro soluzione comune, contenente una funzione arbitraria. Altrimenti il massimo grado di arbitrarietà, inerente alla loro più generale soluzione comune, potrà consistere in quattro costanti arbitrarie.

« Mi riservo di ritornare in seguito sull'argomento di questa Nota per applicare a diverse questioni i risultati qui esposti ».

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario Carutti presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando le seguenti inviate da Socî e da estranei:

R. von Jhering. *Gesammelte Aufsätze.* Vol. III.

L. Lallemand. *La question des enfants abandonnés et délaissés au XIXe siècle — Étude sur la protection de l'enfance aux diverses époques de la civilisation.*

Il Segretario Carutti presenta pure la *Commedia di Dante Alighieri col commento inedito di* Stefano Talice da Ricaldone, pubblicata per ordine di S. M. da Vincenzo Promis e Carlo Negroni, e di cui la stessa Maestà si degnò donare un esemplare alla R. Accademia dei Lincei. Il volume si apre con queste parole: « S. M. Umberto I. re d'Italia nell'ordinare la pub-
« blicazione di questo antico commento dantesco, lo volle dedicato al suo
« figlio diletto Vittorio Emanuele in premio del suo amore agli studî, e
« perchè nel divino poema fortifichi la mente ed educhi il cuore al culto
« della patria letteratura ».

Stefano Talice, nato in Ricaldone presso Acqui, scrisse il suo commento nel borgo di Lagnasco presso Saluzzo nell'autunno del 1474, come egli stesso dichiara. Consta da varî luoghi del libro, che egli espose pubblicamente il poema, e gli editori argomentano che il leggesse nella Corte dei marchesi di Saluzzo; nel che consentirà di leggeri chi consideri, fra le altre cose, che quella Corte, sotto i marchesi Lodovico I e Lodovico II, era ospitale ai cultori delle buone discipline, e come fresca vi fosse ancora la memoria del

marchese Tommaso III, autore del poema *Le chevalier errant*, di cui è tuttora desiderata la stampa. Il Codice, contenente l'opera del Talice, e conservato nella Biblioteca di S. M. in Torino, rimase sconosciuto agli studiosi della Divina Commedia e agli scrittori della Storia letteraria del Piemonte, e solamente nel 1885 ne parlò il prof. Rodolfo Renier.

Il Segretario Carutti, dopo di aver indicato lo splendore della edizione, e lodate le cure dei dotti editori, conchiude dicendo che non intende discorrere dell'opera del Talice, non volendo e sopratutto non potendo preoccupare il campo ai dantisti; ma non può non osservare essere notabile che nel secolo XV, nel quale fu scarso il culto di Dante, uno dei pochi suoi espositori nascesse, vivesse e leggesse il poema sacro nel Piemonte, che una leggenda più o meno infondata afferma non essere stato nei tempi andati molto amico alle Muse.

Lo stesso Segretario fa inoltre omaggio della sua narrazione storica: *Il Cavaliere di Savoja e la Gioventù del principe Eugenio*, e presenta il volume VIII della *Bibbia volgare secondo la rara edizione del I di ottobre MCCCCLXXI* ristampata per cura di Carlo Negroni, e che fa parte della *Collezione di opere inedite o rare dei tre secoli della lingua, pubblicata per cura della R. Commissione pe' testi di lingua nelle provincie dell'Emilia.*

Il volume contiene: *Daniele*, i *Profeti minori* e i *Maccabei.*

Il Segretario Ferri presenta la pubblicazione del prof. P. D'Ercole: *Notizie degli scritti e del pensiere filosofico di Pietro Ceretti, accompagnate da un' autobiografia del medesimo intitolata*: « *La mia celebrità* »; facendone particolar menzione ed informando i Socî del contenuto del libro.

PERSONALE ACCADEMICO

Il Vice-Presidente Fiorelli annuncia la morte del Socio straniero prof. Enrico Jordan colle parole seguenti:

« Signori! È con sommo dolore che adempio al triste dovere di annunziarvi la morte di un nostro carissimo collega, strenuo cultore degli studî classici. Il dottor Enrico Jordan, professore ordinario della Università di Königsberg, membro dell'Istituto Archeologico Germanico, e nostro Socio straniero, dopo breve sofferenza, fu rapito alla scienza ed agli amici, il giorno 10 del corrente mese.

« Era nato in Berlino nel 1833; e da molti anni insegnava a Königsberg, facendo continue gite in Italia; associandosi ai lavori nostri nelle indagini

archeologiche di questa eterna città, le cui antiche reliquie aveva egli illustrate coll'autorità di maestro.

« Spesse volte lo vedemmo seduto quì in mezzo a noi, pigliando interesse vivissimo ai lavori dell'Accademia, e compiacendosi pel risorgimento politico ed intellettuale della nostra patria, da cui aveva egli attinto la materia della dottrina, che lo rese degno di alta e meritata reputazione.

« Non intendo presentarvi l'elenco esatto delle opere pubblicate dal Jordan nel campo della filologia e dell'archeologia.

« Si trovano i segni della sua grande attività in molti dei volumi editi dall'Imperiale Instituto Archeologico Germanico, da quell'Instituto che, gloria di Germania e di Roma, perde in Jordan uno dei valorosi, che contribuirono ad innalzare sopra la Rupe Tarpea il tempio sacro alla scienza. Nè manca il nome di lui negli ultimi fascicoli editi in questo anno, dove rese conto ai dotti delle nuove indagini eseguite nel Foro Romano, nel sito cioè ove pochi anni prima aveva tolto argomento per più ampie monografie.

« Parve da principio che egli volesse tutto dedicarsi agli s udî della filologia pura. Pubblicò nel 1856 le *Quaestiones Catonianae;* e curò la recensione di varî classici; cioè dei frammenti di Catone (*Catonis praeter l. d. re rustica q. e. rec. H. Jordan. Lipsiae 1860*); del Giugurtino e delle Istorie di Sallustio (*Sallustii Jug. et histor. rell. potiores 1867, 1876*); e degli scrittori della storia Augustea. Pubblicò in Roma il lavoro: *De Larum imaginibus et cultu* nel 1862; e quindi nel 1868 l'altro lavoro: *De Suasoriis ad Caesarem senem de republica inscriptis.*

« Ma fino da questo anno cominciò a mostrare la sua predilezione per gli studî dell'antica topografia di Roma, avendo dato allora alle stampe la nota sui palazzi dei Cesari.

« Sono sue opere capitali intorno alla topografia romana i libri: *Forma Urbis Romae Regionum XIIII* (Berolini 1874); *Topographie der Stadt Rom in Alterthum* (Berlin 1871-1878). Ai quali seguono: *Observationes romanae subsicivae* (Regimontii 1883); *Der Tempel der Vesta, die Vestalinnen und ihr Haus; De Formae Urbis Romae fragmento novo disputatio* (Rom 1883); *Marsyas auf dem Forum in Rom* (Berlin 1883).

« Nè in tali alti studî di topografia abbandonò le ricerche filologiche; avendo dato alla luce le: *Quaestiones Umbricae* (Regimontii 1882); le *Vindiciae sermonis latini antiquissimi* (ib. 1882); le *Quaestiones archaicae* (ib. 1882); finalmente le *Symbolae ad historiam religionum italicarum* (ib. 1883), dove il difficile tema intorno al Pantheon di Roma, fu ampiamente risoluto da lui, con concetti veri e nuovi, e con la rivelazione di tutta quanta la importanza storica per cui è sacro quel grande edificio.

« Altri diranno e meglio intorno ai titoli pei quali il Jordan si rese benemerito degli studî; a me basti farmi interprete del profondo dolore che ne affligge, per la immatura perdita del dotto collega e dell'impareggiabile amico ».

CORRISPONDENZA

Il Vice-Presidente Fiorelli presenta alla Classe una medaglia commemorativa del Congresso penitenziario tenuto nel novembre dello scorso anno in Roma, e dà comunicazione della lettera che accompagnava il dono [1].

Il Segretario Carutti dà conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

L'Accademia delle scienze fisiche e matematiche di Napoli; la Società dei naturalisti di Bamberg; la Società delle scienze di Helsingfors; la R. Società zoologica di Amsterdam; la Società filosofica di Cambridge; la Società batava di filosofia sperimentale, di Rotterdam; il Comitato geologico di Pietroburgo.

Annunciano l'invio delle loro pubblicazioni:

L'Accademia delle scienze di S. Francisco; la Società geologica e l'Osservatorio navale degli Stati Uniti, di Washington.

D. C.

[1] Vedi pag. 260.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 5 dicembre 1886

F. Brioschi Presidente.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Astronomia — *Sullo spettroscopio obbiettivo.* Nota del Socio L. Respighi.

« Le prime osservazioni degli spettri delle stelle vennero intraprese dal celebre Fraunhofer nel 1823 per mezzo di un grande prisma applicato avanti all'obbiettivo di un cannocchiale di circa quattro pollici di apertura, coll'angolo rifrangente di 60°; ma in causa della forte dispersione di questo prisma e della grande perdita di luce per assorbimento e per riflessione, gli spettri stellari riescivano deboli in modo da non lasciare distinguere altro che poche righe spettrali, e soltanto nelle stelle più lucide.

« Più tardi, cioè verso l'anno 1832, il Lamont riprese questo studio, servendosi dello stesso strumento od apparato di Fraunhofer, ma anch'esso dovette abbandonarlo, per i risultati poco soddisfacenti ottenuti nelle osservazioni delle stelle; e molto opportunamente pensò di sostituire al grande prisma obbiettivo un piccolo prisma oculare, col quale pervenne a vedere distinti, anche senza bisogno di lente cilindrica, gli spettri di varie stelle fino alla 4ª grandezza, abbandonando poscia anch' egli questo sistema, quantunque assai più

efficace di quello di Fraunhofer; e ciò per la contrarietà del clima di Monaco in cui faceva le sue osservazioni.

« Nel 1868 volendo intraprendere alcune ricerche ottiche con un grande prisma, pensai di farlo costruire in modo da poterlo anche usare come nel sistema di Fraunhofer, applicandolo cioè all'obbiettivo del cannocchiale, cercando però di escludere gli inconvenienti incontrati da lui e lamentati dal Lamont.

« Il principale e fatale inconveniente del grande prisma di Fraunhofer essendo quello della eccessiva perdita di luce, mi parve di poterlo eliminare sostituendo a quello un prisma atto a coprire tutto l'obbiettivo di 4 $\frac{1}{3}$ di pollice del nostro equatoriale Merz, riducendolo però ad un angolo rifrangente molto più piccolo e cioè di 10° a 12°, e formato di crown, con che si sarebbe ottenuto il vantaggio di diminuire enormemente la quantità di luce perduta nell'assorbimento del vetro, e nelle riflessioni sulle faccie del prisma, col ridurre poi la lunghezza degli spettri a piccola quantità, applicando il prisma in modo da ottenere la minima rifrazione. Questa sostituzione del prisma obbiettivo ai prismi oculari, od agli spettroscopi ordinarî, era principalmente consigliata pel nostro equatoriale, di piccola apertura e pel quale era perciò necessario di utilizzare il massimo della luce da esso trasmessa.

« Ne diedi perciò l'ordinazione al celebre ottico Merz di Monaco precisandone le dimensioni, ed esibendo il disegno della montatura, in modo che rispondendo convenientemente al suo scopo ed uso, rendesse però tutto l'apparato della massima semplicità e leggerezza, per evitare che il peso del medesimo, applicato all' obbiettivo, producesse nel cannocchiale un grande squilibrio , e quindi la necessità di forti contrappesi nell' altro braccio del cannocchiale.

« Il prisma doveva essere ultimato per la fine del luglio 1868, ma per varie circostanze, e principalmente per la rottura del vetro, il costruttore ne ritardò la spedizione fino alla metà dello scorso febbrajo.

« Nella stessa sera del 15 febbrajo, applicato il prisma all' obbiettivo ed equilibrato approssimativamente il cannocchiale, per facilitare la ricerca delle stelle disposi il prisma in modo da ottenere la minima dispersione e col piano di questa parallelo al circolo di declinazione; per cui portato l'equatoriale nell'angolo orario della stella ricercata, per ritrovarla bastava dirigere il cannocchiale sopra o sotto il parallelo di quella di un angolo eguale alla nota dispersione minima. E siccome in queste prime osservazioni venne usato un piccolo ingrandimento, così non era necessario di soddisfare rigorosamente le indicate condizioni, poichè anche una sensibile deviazione era insufficiente a portare lo spettro fuori del campo.

« In questo modo, tuttora molto imperfetto, osservai gli spettri di alcune principali stelle, fra le quali Sirio ed α Orione, e rimasi sorpreso dal vedere

colla massima chiarezza e distinzione tutte le principali righe di questi spettri, alcune delle quali non mi era mai riuscito di vedere collo stesso cannocchiale munito di prisma a visione diretta, anche nelle notti più calme e limpide.

« Nella sera seguente si fecero osservazioni degli spettri di varie stelle insieme all'eminente fisico francese Cornu, ed egli stesso, che prima dubitava del vantaggio di questo modo di osservare, si mostrò al pari di me sorpreso di vedere con tanta distinzione le più minute particolarità di questi spettri non ostante la modestissima forza del nostro refrattore e le sfavorevoli condizioni nelle quali esso veniva usato ed applicato.

I risultati di queste prime osservazioni, e di altre più concludenti fatte collo strumento meglio sistemato ed equilibrato, vennero da me sommariamente descritte alla nostra Accademia nella Sessione IV del 7 marzo 1869 e pubblicata il 20 maggio seguente nei suoi Atti; nella quale Nota veniva data una dettagliata descrizione dell'apparato, che per la sua semplicità mi dispensava dalla necessità di relativi disegni; ed alla lettura di questa Nota trovavasi presente il celebre P. Secchi, il quale non fece sulla medesima alcuna osservazione.

« Ebbi in seguito occasione di parlare col P. Secchi delle mie osservazioni, per confermargli la bontà ed efficacia di questo apparato per l'osservazione degli spettri delle stelle, e pare ne rimanesse convinto in modo da ordinare quasi subito allo stesso ottico Merz un grande prisma pel suo obbiettivo di 9 pollici di apertura, riducendo però le dimensioni del prisma stesso a soli 6 pollici, di guisa che poteva utilizzare appena la metà della luce del suo refrattore.

« Appena ricevuto il prisma, il Secchi ne fece l'esperimento con una montatura provvisoria verso la fine del novembre 1869 e prontamente presentava all'Accademia delle scienze di Parigi i risultati di alcune osservazioni fatte con questo apparato spettroscopico, annunziandolo come una nuova combinazione spettroscopica per l'osservazione degli spettri delle piccole stelle, e facendone risaltare i notevoli vantaggi, senza fare alcun cenno degli esperimenti da me fatti con un apparato, sostanzialmente identico al suo, ed in un'epoca anteriore di almeno 9 mesi in questa stessa città. Richiamando questo inesplicabile fatto, come feci altra volta, voglio mostrare come a torto alcuni astronomi e spettroscopisti si siano ostinati a considerare il Secchi come primo a suggerire ed esperimentare questo modo di osservare gli spettri delle stelle, mentre io non solamente ne aveva fatto molto tempo prima l'esperimento sulle stelle, ma più tardi ne aveva tratto profitto per altre osservazioni e ricerche, e principalmente nelle osservazioni dell'ecclisse totale di sole del decembre 1871 nelle Indie orientali a Poodoocottah.

« A richiamare questo fatto mi ha dato principalmente occasione la pregevolissima pubblicazione dell'eminente astronomo e spettroscopista Americano di Cambridge, sig. Edoardo Pickering, intitolata: *An investigation in stellar*

Photography . . . . . , by Edward C. Pickering pubblicata da pochi mesi nel vol. XI delle Memorie dell'Accademia Americana a Cambridge.

« Lo scopo principale di questo importantissimo lavoro del Pickering è quello di far conoscere le ricerche e gli esperimenti fatti nell'Osservatorio del Collegio Harvard in Cambridge relativamente alla fotografia stellare, considerata come mezzo di determinare la posizione e splendore delle componenti delle stelle doppie, di formare le carte fotografiche delle grandi porzioni di cielo e di determinare la luce ed il colore delle stelle in tutte le parti del cielo, e finalmente per rilevare gli spettri delle stelle.

« Nella impossibilità di dare nella presente Nota un sunto anche compendiato, ma intelligibile, di questo stesso lavoro del Pickering, mi limiterò a stralciare dal medesimo ciò che può riguardare l'applicazione del grande prisma obbiettivo all'osservazione e fotografia degli spettri delle stelle.

« Nella parte della sua Memoria, nella quale il Pickering tratta della fotografia degli spettri stellari, egli comincia col dire, che « le ricerche rela-
« tive alla fotografia degli spettri delle stelle furono da me intraprese con un
« metodo totalmente differente da quello usato dai precedenti osservatori. Un
« grande prisma fu costruito e collocato avanti all'obbiettivo del cannocchiale,
« come fu primieramente proposto e sperimentato dal Padre Secchi nelle sue
« osservazioni dirette o ad occhio sugli spettri delle stelle »; soggiungendo poscia che i grandi vantaggi di questo metodo sono; primieramente quello dell'estrema piccolezza della perdita di luce, e secondariamente quello che tutte le stelle comprese nell'intero campo dello strumento possono imprimere il loro spettro sulla lastra fotografica.

« In riguardo ai risultati egli dichiara poi, che mentre i precedenti osservatori sono riesciti a fotografare soltanto una stella alla volta, non riescendo poi ad ottenere risultati soddisfacenti altro che nelle stelle non inferiori alla seconda o terza grandezza, egli invece col nuovo metodo aveva spesso ottenuto più di cento spettri in ogni singola lastra, non pochi dei quali relativi a stelle non più luminose della settima ed ottava grandezza.

« Non credo necessario di seguire il sig. Pickering nell'esposizione e discussione delle sue osservazioni, bastando le citate dichiarazioni a mostrare chiaramente in quanto pregio egli tenga l'uso del grande prisma obbiettivo non solamente nell'osservazione diretta degli spettri delle stelle, ma eziandio nel rilevamento della loro fotografia.

« Mentre io debbo essere ben lieto che il sig. Pickering abbia fatto rilevare una nuova e molto importante applicazione del prisma obbiettivo alle ricerche ed osservazioni astronomiche, debbo però confessare di aver provato non lieve dispiacere nel vedere attribuito da lui il merito della prima proposta ed esperimento di questa importante modificazione dell'antico sistema, usato dal Fraunhofer, al Padre Secchi; mentre dalla mia Nota del 7 marzo 1869,

di sopra citata e da altre posteriori, era manifestamente e di fatto provato che io ne aveva fatta l'applicazione e l'esperimento, con ottimo successo, almeno 9 mesi prima del Padre Secchi.

« Nel rettificare questo equivoco, nel quale il Pickering è certamente incorso, per non aver avuto conoscenza dell'indicata Nota e delle altre posteriori, nelle quali ebbi occasione di parlare di questo apparato spettroscopico usato anche in altre speciali osservazioni e ricerche, non intendo certamente di movere alcuna lagnanza all'eminente astronomo americano, al quale invece mi dichiaro molto grato per avere colle sue preziose osservazioni e ricerche messo in maggiore evidenza il vantaggio e l'importanza del grande prisma obbiettivo, in vista dei quali ne aveva appunto ordinata la costruzione fin dal 1868.

« Che anzi di ciò sono ben lieto, perchè avendo il Pickering coi suoi importanti lavori richiamata l'attenzione degli astronomi sull'uso del grande prisma obbiettivo, sicuramente contribuirà ad affermarne l'importanza e l'utilità, dissipando quei dubbî che in proposito, almeno indirettamente, furono mossi da alcuni astronomi, basandosi sul fatto che gli esperimenti fatti qui in Roma non furono che da pochissimi astronomi e dilettanti ripetuti, senza fornire alla scienza importanti risultati.

« Fra quelli che mostrarono poca fiducia in questo apparato spettroscopico non posso passare sotto silenzio l'illustre Nicola dott. Konkoly dell'Osservatorio Ò.-Gyalla in Ungheria; il quale nella sua importante opera « *Praktische zur Anstellung Astronomischer Beobachtungen mit Besonderer Rücksicht auf die Astrophisik* ecc. *von Nicolaus von Konkoly dr. phil.* ecc. ecc. pubblicata a Brannschwig nel 1883, trattando delle varie specie di spettroscopî, a pag. 714 parla brevemente anche della combinazione spettroscopica col grande prisma obbiettivo, riportando poi nella pagina seguente il disegno dato dal P. Secchi del grande prisma applicato al refrattore Merz del Collegio Romano.

« Primieramente dice « Prima di abbandonare l'argomento dello spettroscopio stellare dobbiamo rammentare un apparato spettrale, lo *spettroscopio obbiettivo*. Questa disposizione però non deve ritenersi come nuova, poichè una somigliante fu immaginata fin dall'anno 1823 dal grande Fraunhofer per l'osservazione degli spettri delle stelle fisse. Respighi e Secchi, i due astronomi Romani, hanno voluto richiamare in vita questa antica idea, ma la medesima è rimasta un tentativo, poichè in primo luogo l'apparato è molto costoso, in secondo luogo è molto incommodo ».

« Descrivendo poi l'apparato del Secchi fa rimarcare la necessità di fornire il cannocchiale, che non può essere diretto sulla stella, di un secondo cercatore, il quale sia aggiustato e rettificato in relazione al prisma in modo da portare l'immagine spettrale nel campo dell'oculare: notando poi che il

prisma copre soltanto sei pollici di Parigi sopra un obbiettivo di 9, ammette però che esso deve superare in splendore uno spettroscopio a visione diretta quando però l'obbiettivo è usato a tutta apertura.

« Da ultimo egli fa osservare che Merz ha costruito uno spettroscopio obbiettivo per l'Osservatorio privato del sig. Von Camphausen presso Bonn sostituendo però al prisma semplice un prisma a visione diretta, formato di due prismi, uno composto di flint di 25° ed uno di crown di 36°, ottenendosi con questa modificazione maggiore facilità nel trovare le stelle, ma certamente con maggior perdita di luce.

« Su queste dichiarazioni del dott. Konkoly, in riguardo allo spettroscopio obbiettivo ritengo necessario di fare alcune annotazioni, a difesa tanto degli astronomi romani che lo adottarono ed esperimentarono, quanto a difesa dell'apparato stesso, del quale sembra volerne diminuire l'importanza e i vantaggi, coll'esagerare la difficoltà della sua costruzione e il suo costo, e mostrando l'uso del medesimo nelle osservazioni molto incommodo e penoso.

« Primieramente risponderò al sig. Konkoly che tanto io come il Padre Secchi non abbiamo inteso di presentare lo spettroscopio obbiettivo come una idea nuova, come una invenzione, ma bensì come un'utile modificazione, dell'apparato di Fraunhofer, sostituendo al grosso prisma, col quale anche gli spettri delle stelle più splendenti riescivano indecisi ed incompleti, sostituendo, dico, un prisma a piccolo angolo rifrangente, col quale si ottenevano ben distinti e ben definiti anche gli spettri delle piccole stelle; per cui sarebbe molto più ragionevole il considerare come un tentativo gli esperimenti di Fraunhofer, anzichè quelli degli osservatori romani, senza nulla detrarre al merito del medesimo come inventore del metodo di osservazione.

« Riguardo al grave costo dell'apparato farò osservare che applicando il grande prisma a refrattori di mediocri aperture, come appunto io proponeva, e come si è fatto pei refrattori del Campidoglio e del Collegio Romano, il costo del prisma è molto basso in relazione ai notevoli vantaggi da esso arrecati, e posso assicurare il sig. Konkoly che pel refrattore di pollici $4\,^1/_3$ dell'osservatorio del Campidoglio non si è superata la somma di 1000 franchi, per un prisma che copre tutta la superficie dell'obbiettivo in modo da utilizzare tutta la luce da questo ricevuta.

« Comprendo bene anch'io, e lo dichiarai nella mia prima Nota del 7 marzo 1869, che il grande prisma obbiettivo non avrebbe potuto adottarsi nei grandi refrattori, non tanto per il suo grave costo, quanto per le gravi difficoltà di applicazione e di maneggio nello strumento; ma non è per questo che non se ne debba raccomandare l'uso pei modesti refrattori, i quali coll'uso del prisma obbiettivo possono competere con refrattori maggiori nell'osservazione degli spettri delle stelle.

« Non credo poi giusto l'asserire che lo spettroscopio obbiettivo, quale

io l'ho introdotto nell'Osservatorio del Campidoglio, debba considerarsi come un semplice tentativo; mentre esso venne utilizzato non solo per le molte osservazioni fatte sugli spettri delle stelle, ma eziandio applicato ad altre osservazioni e ricerche astronomiche, fra le quali mi limiterò a citare l'osservazione spettrale della corona solare nell'eclisse del 1871 nelle Indie Orientali, le osservazioni di confronto con quelle dello spettroscopio oculare per lo studio della scintillazione delle stelle, le lunghe serie di osservazioni fatte sulla durata del passaggio del diametro spettrale del sole, per mostrare la sua identità colla durata ottenuta dalle osservazioni fatte col cannocchiale semplice, contrariamente alle opinioni di parecchi astronomi che sostenevano esistere fra le due durate una sensibile differenza, ecc.

« In riguardo poi al grande incomodo che si incontra, secondo il Konkoly, nell'uso di questo apparato, farò notare che quando la montatura del prisma sia ridotta alla sua massima semplicità, e quando sia convenientemente accomodato e rettificato nel modo da me indicato nella mia Nota del 7 marzo 1869, il suo maneggio è quasi comodo e spedito come quello di un semplice equatoriale, senza bisogno dell'aiuto di un secondo cercatore per la ricerca delle stelle.

« Ho già dichiarato come nel nostro strumento si utilizza tutta l'apertura dell'obbiettivo del cannocchiale, e che perciò non è ad esso imputabile il difetto che il Konkoly lamenta nello strumento dell'Osservatorio del Collegio Romano, di essere cioè paralizzata più della metà della superficie dell'obbiettivo. Per ultimo farò rimarcare come realmente la qualifica di tentativo e poco felice possa applicarsi allo spettroscopio obbiettivo col prisma a visione diretta, costruito da Merz per l'Osservatorio del sig. von Camphausen. Perchè oltre all'essere notevolmente aumentato il peso del prisma e della sua montatura, viene poi di molto aumentata la difficoltà nella lavorazione del prisma e resa molto più difficile la verifica delle condizioni richieste per ottenere gli spettri delle stelle esenti da quelle deformazioni e indecisioni, che possono risultare anche da piccoli difetti nella forma delle faccie dei prismi e nella densità dei vetri di cui sono composti.

« Riflettendo poi che lo scopo principale del prisma obbiettivo è quello di utilizzare il massimo di luce, non si comprende come abbia potuto adottarsi una modificazione che tanto è contraria a questo scopo ».

Meteorologia. — *Osservazioni lucimetriche.* Nota del Socio G. Cantoni.

« 1. In una precedente Nota sul lucimetro Bellani, da me modificato, preoccupandomi segnatamente di mostrarne l'utilità per la meteorologia agraria, recai a prova parecchi dati di osservazione ottenuti con lucimetri aventi le

due bolle in vetro, l'una diafana, l'altra nera. Aggiungevo però che, attesa la difficoltà di soffiare col vetro nero bolle sottili a tinta uniforme, ben meglio si riesciva all'intento coll'argentare galvanicamente l'esterna superficie di entrambe le bolle e poi platinizzare la superficie argentata di una di esse, la superiore, per renderla nera.

« Ma d'altra parte quest'ultimo procedimento, essendo di difficile esecuzione ed insieme costoso, se può convenire per istrumenti di precisione, non potrebbe trovare un' estesa applicazione per la meteorologia agraria.

« 2. Ora però nello scorso inverno, da un abile gonfiavetro del Tecnomasio di Milano potei avere un buon numero di lucimetri, la cui bolla nera, benchè soffiata con vetro nero, riuscì tanto uniforme nella tinta e nella grossezza, da potersi ritenere comparabili, almeno con molta approssimazione, le indicazioni dei singoli lucimetri preparati con uno stesso liquido. Le osservazioni fatte, ancora in Varese e nel passato autunno, con questi strumenti in confronto all'eliografo inglese, mi diedero risultanze così soddisfacenti, che credo non inutile di pubblicarne alcune serie, in modo riassuntivo.

« 3. Conviene però avvertire che per costrurre quest'ultimi lucimetri, dopo d'avervi introdotta la conveniente quantità di liquido, si otteneva la rarefazione della capacità restante mercè una buona pompa a mercurio, preparata dal bravo meccanico Campbell, e che l'azione di questa veniva continuata per lunghe ore, innanzi di chiudere l'estremità affilata del tubo, fondendola col dardifiamma. In tal modo si otteneva il desiderato intento, che cioè la tensione del vapore diffuso nell'interna capacità, qual' era letta sul manometro della predetta pompa, corrispondesse appunto alla tensione massima del vapore stesso, correlativa alla temperatura del bagno, entro cui tenevasi immersa la bolla estrema contenente il liquido. Questa cautela è indispensabile per ottenere dei lucimetri comparabili tra loro, come si disse sopra.

« 4. Conviene altresì, innanzi di chiudere l'istrumento, aver determinato il volume del liquido rinchiuso, ed avere calibrato il cannello, entro cui si raccoglie il liquido distillato.

« Quanto al liquido lucimetrico, per le applicazioni alla meteorologia, trovai deversi dare la preferenza all'acqua, distillata colla massima cura e col concorso del permanganato di potassio. Poichè l'alcole, avendo una caloricità a pari volume più che tripla di quella dell'acqua, richiede o una lunghezza di tubo soverchia, od un volume di liquido ragguardevole: oltrechè, per quanto l'alcole sia rettificato con tutta cura, presenta sempre un tal poco il difetto delle distillazioni frazionate. Tuttavia questi lucimetri ad alcole, appunto per la loro sensibilità ben maggiore di quella dei lucimetri ad acqua, a parità di condizioni nel resto, possono giovare per le indagini pratiche di lucimetria.

« Un' altro vantaggio offertomi dai lucimetri ad acqua è quello della

maggiore comparabilità delle indicazioni dei varî strumenti similmente preparati e similmente esposti; laddove, per le cose dette poco sopra, i lucimetri ad alcole si differenziano alcun po', nel loro contegno, l'uno dall'altro. Ne è da temere che i lucimetri ad acqua possano nella stagione più fredda fratturarsi per agghiacciamento del liquido interno; poichè per la meteorologia agraria non occorrono osservazioni durante la stagione d'inverno: ed in questo frattempo, ad ovviare ogni possibile rottura, basta raccogliere tutto il liquido nella bolla nera e disporre il lucimetro per modo che questa sia mantenuta in alto, inquantochè il volume del liquido rinchiuso in un lucimetro dev' essere sempre, come dissi nell'altra Nota, un po' inferiore alla metà della capacità della bolla stessa.

« 5. Per mostrare poi la comparabilità dei lucimetri ad acqua, preparati al modo suindicato, basterà il notare che tre di questi lucimetri, le cui dimensioni sono sensibilmente eguali nelle varie loro parti, diedero indicazioni pressochè identiche, sia nel decorso di una giornata, osservandoli contemporaneamente a dati intervalli di tempo, sia rilevando il total volume del liquido distillato in un medesimo giorno. Infatti i rapporti di sensibilità di questi tre lucimetri, dedotti dal volume di liquido in ciascun d' essi distillato contemporaneamente, risultarono in ogni caso così espressi = 1,00: 0,93: 1,015. Potrebbesi quindi indurne che le osservazioni fatte con questi tre istrumenti sono, per rispetto alla lucimetria atmosferica, non meno comparabili tra loro di quello che lo siano le indicazioni di tre termometri per rispetto alla temperatura dell'aria.

« 6. Ecco ora, nella seguente tabella A, i dati riassuntivi delle osservazioni fatte col lucimetro e coll'eliografo nelle giornate completamente serene o quasi serene: le osservazioni vennero cominciate verso la metà di luglio e continuate sino a tutta la prima decade di ottobre, in un giardino di casa Ponti in Varese.

« Sonosi qui registrate in primo luogo (*Luc.*) l'altezza della colonna d'acqua, espressa in millimetri, svaporata dalla bolla nera superiore e condensatasi poi entro il tubo volumetrico inferiore, nella durata della esposizione del lucimetro per ciascuna giornata. Nella seconda colonna numerica (*Elio.*) sono esposte le ore ed i quarti d'ora in cui, nei singoli giorni, il vertice del cono luminoso prodotto dalla sfera vitrea dell'eliografo ebbe tale virtù calorifica da produrre una distinta traccia di combustione sulla sottoposta striscia di cartone. Nella terza colonna viene indicata la nebulosità relativa del cielo, seguendo l'uso dei meteorologisti, per cui lo zero indica sereno perfetto, ed il 10 indica cielo completamente coperto da nubi. Nella quarta colonna numerica è indicata, per ciascun giorno d'osservazione, la massima temperatura (T_m) rielevata mercè uno squisito termometro Alvergniat, esposto a libero sole a due metri al disopra di un prato, e contiguo all'albero portante tanto l'eliografo quanto il

lucimetro. Nell' ultima colonna (Δ_m) viene indicata, pure in millimetri, l'altezza della colonnina d'acqua condensatasi entro il tubo collettore nella durata d'un quarto d' ora (15^m) per medio di ciascuna giornata: epperò questo numero si ottiene dividendo il total numero di millimetri d'acqua distillata nel corso di ogni giorno per il numero dei quarti d' ora ne' quali nella giornata stessa splendette il sole, come è indicato dall'eliografo.

« Ora i diversi valori di (Δ_m) mostrano chiaramente, nel loro insieme, come più che la temperatura diurna influisca sulla distillazione lucimetrica la varia altezza cui raggiunge il sole sull'orizzonte del luogo nei successivi mesi di osservazione.

« Ad esempio, nella seconda metà di luglio si ebbe nei giorni sereni una distillazione media diurna di mill. 10,2 per ogni quarto d' ora; nella prima quindicina di agosto mill. 9,6; nella seconda quindicina 8,6; nella prima metà di settembre mill. 8,2; nella seconda 7,6; e nella prima decade di ottobre, con giornate splendide e secche, si ebbe una media distillazione di mill. 7,8. E ciò sebbene la temperatura massima diurna in questo lungo intervallo di tempo scendesse dai 31°,4 (nel 21 luglio) ai 19°.6, (nel 12 ottobre).

« 7. Nella tabella B sonosi raccolte le osservazioni fatte nei giorni variabili, misti cioè di sereno e di nuvolo; talchè la traccia di combustione segnata dall'eliografo (*Elio.*) riesciva discontinua (*d*), od anche qua e là punteggiata (*p*). Però, in questa tabella, oltre le ore ed i quarti dati dall'eliografo, sono indicate anche le ore ed i quarti per cui durò l'esposizione (*Esp.*) dei due strumenti, il lucimetro cioè e l'eliografo. E quindi anche in questa tabella, oltre alla media distillazione per quarto d'ora dedotta dall'eliografo (Δ_s), s'indicò anche la distillazione media riferita alle ore per cui durò l'esposizione (Δ_e).

« Ora da codesti dati apparisce chiara la maggiore sensibilità del lucimetro su l'eliografo, quanto alla integrazione delle luminosità variabili nel decorso d'un giorno: poichè l'eliografo non lascia tracce sentite durante le minori luminosità (d'un sole leggermente velato da rade nuvole), le quali non valgono a produrre la combustione del cartone di cui son formate le striscie diurne, e che pure potranno cospirare colle maggiori luminosità a favorire le funzioni riduttrici degli idrocarburi dei vegetali, mercè la clorofilla, sotto l'azione del raggiamento solare. Questo difetto apparisce più chiaro pei giorni in cui la traccia dell'eliografo è discontinua ed insieme punteggiata (*d. p.*), come accadde pei giorni 18 luglio; 9, 16, 20, 24, 28 settembre; ed 11 ottobre. Per questi giorni il quoto dell'integrale lucimetrico per la somma delle tracce discontinue segnate dall'eliografo (Sunshine) espresse in quarti d'ora (Δ_s) porge un valore in generale maggiore di quello (Δ_m) ottenuto in giorni contigui a quelli testè detti, ma continuamente sereni dati dalla tabella A e che diedero tracce continue: laddove i valori analoghi riferiti alla durata totale

dell'esposizione (Δ_e) del lucimetro al sole ancora alto sull' orizzonte del luogo, ne riescono sempre inferiori.

« E qui si noti che allorquando su le due bolle del lucimetro non cadono dei raggi solari diretti, ma soltanto luce diffusa, la distillazione dell'acqua riducesi quasi insensibile, ad esempio di un mezzo millimetro o poco più per un quarto d'ora.

« 8. Ma la superiorità del lucimetro su l'eliografo emerge ancor più chiara, confrontando tra loro le medie distillazioni (per 15^m) in varî successivi intervalli d'una stessa giornata serena e nei varî mesi, come risulta dai non pochi dati raccolti nella tabella C. Dall'esame comparativo di questi dati apparisce chiaro che:

« *a*) L'azione dei raggi luminosi su la distillazione dell'acqua, in un giorno continuamente sereno, va crescendo coll'aumentare dell'altezza del sole sull'orizzonte del sole, raggiungendo un massimo fra mezzodì ed il tocco, per poi decrescere mano a mano che il sole va declinando verso il tramonto;

« *b*) Queste successive variazioni lucimetriche nel corso d'un giorno sereno non offrono alcuna diretta proporzionalità colle contemporanee variariazioni nella temperutura dell'aria atmosferica;

« *c*) Anche comparando le distillazioni avutesi in determinate ore del giorno ne' successivi mesi, procedendo dal luglio all'ottobre, si trova un'andamento analogo per ciascun giorno, con un graduato decremento da uno ad altro mese successivo: e questo decremento riesce ben piuttosto proporzionato al decremento che occorre nell'altezza del sole a mezzodì, che non alla diminuzione nella corrispondente temperatura dell'aria.

« *d*) Tosto che i raggi solari diretti cessano dal colpire il lucimetro, la distillazione dell'acqua si riduce quasi insensibile. Così nel giorno 7 agosto, mentre che dalle $4^h\ ^1/_4$ alle $5\ ^1/_4$ la distillazione media per quarto d'ora riusciva ancora di mill. 6,6, alle $5\ ^1/_4$ essendo cessata l' insolazione diretta del lucimetro (attesa l'ombra portata su di esso da un alto albero, ricco di foglie, situato a ponente) l'analoga distillazione si ridusse, dalle $5\ ^1/_4$ alle $5\ ^3/_4$, a mill. 0,9, sebbene la luce diffusa del sole fosse ancora vivace intorno allo strumento.

« 9. Ora, tanto codeste osservazioni sull' intensità relativa della luminosità, quanto le anzidette relazioni tra esse e le variazioni nella altezza del sole e nelle temperatura dell'aria, così poco appariscono dal confronto delle traccie date dall'eliografo (sia nelle varie ore d' uno stesso giorno soleggiato, sia nei varî mesi ad una stessa ora) che non se ne potrebbe trarre alcuna sicura induzione, dappoichè queste varie tracce sono poco differenti le une dalle altre.

« Laddove, i dati lucimetrici raccolti nella tabella C basteranno a dimostrare che facilmente, la loro mercè, si possono costrurre le curve lucimetriche

diurne. Anzi da queste potrebbesi dedurre, in misure assolute, le calorie c che durante la esposizione del lucimetro, entrano e sono conservate in più per ogni centimetro quadrato di superficie illuminata della bolla nera rispetto alla diafana, servendo a vaporizzare il volume d'acqua che poi si condensa nel cannello volumetrico. E ciò mercè la semplice relazione:

$$\frac{1}{2} 4\pi r^2 c = \pi r_1^2 A c_1, \text{ la quale dà: } c = A \frac{r^2_1 c_1}{2r^2} \qquad (1)$$

ponendo r il raggio in centim. della bolla nera, $r_1 =$ il raggio interno del cannello volumetrico, A l'altezza, in centim. della colonna d'acqua condensatasi in questa, c_1 le calorie di vaporizzazione d'un centim. cubo d'acqua alla temperatura t^o (la media delle due temperature estreme verificatesi in un dato giorno durante l'esposizione utile del lucimetro) e c le ricercate calorie, entrate e conservate in più in un centim. quad. superficiale dell'emisfero illuminato della bolla nera rispetto alla diafana.

« E voglio credere che codeste calorie c non saranno lungi dall'essere proporzionali a quelle che entreranno in più e saranno conservate per ogni centim. quad. superf. delle pagine fogliacee dei vegetali, sotto l'azione dei raggi solari, indipendentemente dalla temperatura dell'aria, le quali calorie nei vegetabili stessi servono a disossigenare parzialmente alcuni carburi d'idrogeno del parenchima fogliaceo.

« Per farci poi un concetto concreto delle suaccennate variazioni nella integrazione della influenza diurna del sole, porremo ad esempio nella relazione (1) i valori particolari de' suoi coefficienti in corrispondenza ai giorni quasi continuamente sereni, del 20 luglio, 8 agosto, 1 e 15 settembre e 4 ottobre; avvertendo che il cannello volumetrico del lucimetro, assunto quale tipo, è nel suo interno calibro, ed ha tale raggio, che ogni centimetro d'altezza A comprende una capacità di cc. 0,344. Nello specchietto D seguente si espongono i dati di osservazione dei predetti giorni ed il valore calorimetrico (c), espresso in piccole calorie, corrispondente ad ogni centimetro quadrato di superficie dell'emisfero illuminato della bolla nera.

« E per mostrare come i risultati calorimetrici diurni, così calcolati e dedotti dalle osservazioni lucimetriche, non si discostino di molto dai dati diurni attinometrici teorici, calcolati per la latitudine di 46° (qual'è quella di Varese), e dedotti per medio, da osservazioni fatte alle 6, 9 ant., mezzodì, 3 e 6 pom. d'ogni giorno [1], supposto continuamente sereno.

« Da questo specchietto apparisce che i dati lucimetrici effettivi (c), ed i dati attinometrici calcolati secondo le varie altezze del sole a mezzodì nei

[1] Vedi pag. 46 dell'*Annuaire de l'Observatoire de Montsouris* 1885.

varî giorni suindicati sempre variano, in generale, secondo uno stesso rapporto di 10 ad 1, con solo qualche differenza nei due giorni 1 e 15 settembre, nei quali il cielo non si mantenne perfettamente limpido.

« 10. Dopo ciò, riconosciuta la facile comparabilità di codesti lucimetri, il facile loro e impiego, lo scarso loro costo, io mi auguro di vedere presto estesa l'applicazione di essi, almeno per le indagini di meteorologia agraria e botanica ».

A) *Giorni sereni o quasi sereni.*

	Luc.	Elio.	Neb.	Tm.	Δ_m		Luc.	Elio.	Neb.	Tm.	Δ_m
Luglio 17	434	10.2	0	29,0	10,3	Settemb. 2	339	9.3	0	29,5	8,7
19	448	11.0	0	29,6	10.2	4	329	9.3	0,9	26,5	8,4
20	464	11.1	0	30,0	10,3	5	330	9.3	0	26,7	8,4
21	467	11.2	0	31,4	10,2	6	254	7.2	0	27,7	8,5
22	408	10.0	0	30,4	10,2	11	291	9.2	0,8	24,2	7,6
Agosto 7	421	11.0	0,5	25,8	9,6	12	312	9.3	0,5	26,3	8,0
8	431	11.0	0	26,0	9,8	13	295	9.2	0,7	26,3	7,7
9	380	10.1	0,8	28,7	9,5	14	316	10.0	0	26,8	7,9
16	273	7.1	0,8	27,5	9,4	15	320	10.0	0	25,5	8,0
19	336	10.0	1,2	27,7	8,4	21	185	6.1	1,3	19,1	7,4
27	345	10.0	0	28,0	8,6	29	270	8.3	0	21,5	7,7
28	343	10.0	0	29,2	8,6	Ottobre 1	202	6.1	0,1	21,8	8,1
31	334	9.2	0	29,3	8,8	4	284	8.3	0	22,8	8,1
Settemb. 1	352	10.0	0	29,5	8,8	12	219	7.2	0,5	19,6	7,3

B) *Giorni semi-sereni, variabili.*

	Luc.	Elio.	Esp.	Neb.	Tm.	Δ_s	Δ_c		Luc.	Elio.	Esp.	Neb.	Tm.	Δ_s	Δ_c
Lugl. 18	331	6.3 d.p.	10,1	2,5	26,3	12,2	8,1	Sett. 9	183	3.1 d.p.	6,1	3,0	25,0	14,1	7,3
28	381	9.1 d.	9,3	1,7	25,6	10,3	9,7	16	272	8.1 d.p.	9,2	1,0	23,0	8,2	7,2
Agos. 10	366	10.0 d.	12,1	2,5	27,3	9,1	7,5	19	256	7.2 d.	9,1	1,5	22,4	8,5	7,0
12	344	7.3 d.	8,1	1,5	26,4	11,1	10,4	20	162	3.2 d.p.	8,1	3,3	22,6	11,6	5,0
13	216	5.0 d.	5,3	2,0	24,2	10,3	9,3	24	199	6.1 d.p.	9,2	1,7	17,8	8,0	5,3
25	215	6.0 d.	6,2	1,5	24,2	9,0	8,2	28	247	8.1 d.p.	9,0	0,8	18,0	8,2	6,9
26	239	6.1 d.	7,1	1,3	28,8	9,4	8,2	Ott. 11	168	5.1 d.p.	9,0	2,3	18,0	8,0	4,7
Sett. 3	315	8.3 d.	9,3	1,2	26,4	9,0	8,1								

C) *Dati lucimetrici orarî in giornate serene o quasi serene.*

	Ore	Tm.	Neb.	Δ_m
Luglio 19	7.1	23,1	1,0	
	9.0	26,2	0	8,4
	10.1	26,6	0	12,1
	12.1	28,5	0	12,8
	1.2	30,0	0	12,8
	2.3	29,6	0	12,0
	4.1	29,5	0	9,3
	5.3	27,8	0	7,8
21	6.3	23,4	0	
	9.1	28,4	0	9,7
	11.3	29,8	0	12,1
	1.3	30,4	0	13,6
	3.3	30,1	0	10,7
	5.0	29,6	0	7,7
	5.3	29,2	0	4,4
28	7.0	17,0	0	
	8.1	21,2	0	9,0
	9.2	24,2	0	10,6
	11.0	25,5	0	10,9
	12.0	26,0	0	13,3
	1.2	25,4	2,0	9,7
	4.0	25,0	1,0	8,2
	4.3	22,5	2,0	7,6
Agosto 7	6.3	15,9	0,3	
	8.0	20,2	0,2	7,1
	9.0	21,8	0	9,3
	10.0	24,4	0	10,6
	11.3	21,2	0,5	11,8
	12.1	24,7	0,3	12,0
	3.1	25,8	0,1	10,8
	4.1	27,2	0	9,3
	5.1 (1)	25,8	0	6,6
	5.3	23,6	0	0,9
8	6.3	18,8	0,3	
	8.3	22,6	0,2	7,8
	10.0	25,2	0	11,6
	2.3	26,0	0	12,1
	4.0	28,7	0	10,0
	5.1	26,0	0	6,5

	Ore	Tm.	Neb.	Δ_m
Agosto 9	7.0	20,2	0,3	
	8.0	25,0	1,0	8,0
	10.3	27,0	1,3	9,3
	12.3	27,8	1,0	11,0
	3.0	28,7	1,0	11,6
	4.0	25,6	0	8,9
27	7.0	18,0	0	
	7.3	21,0	0	5,4
	9.0	24,5	0	8,2
	12.3	27,5	0	9,5
	2.0	28,0	0	10,2
	4.0	26,8	0	8,3
	4.3	25,5	0	7,4
Settemb. 5	7.1	18,8	0	
	8.2	22,3	0	6,6
	10.0	24,6	0	9,8
	12.2	26,3	0	10,5
	2.3	26,1	0	9,5
	4.3	24,6	0	5,8
13	7.1	18,8	0,5	
	9.0	24,7	0,5	6,5
	12.2	24,6	1,0	9,9
	4.0	26,3	0,5	7,4
	5.0	23,0	0,5	5,5
29	7.3	12,6	0	
	10.0	19,7	0	6,8
	12.0	21,5	0	9,8
	1.2	21,3	0	9,5
	4.2	19,2	0	6,4
Ottobre 4	7.1	12,6	0	
	10.2	21,8	0	8,2
	12.2	22,8	0	9,5
	2.0	22,5	0	9,0
	4.2	19,8	0	6,6
12	7.1	10,1	0,5	
	9.0	15,4	0,2	5,1
	12.0	19,6	0,5	7,8
	3.3	15,1	0,5	5,9

(1) Cessa il sole sul lucimetro.

D)

	A	Δ_m	Tm.	c_1	C	ε
20 Luglio	464	11,1	27,0	588	775	75,1
8 Agosto	431	11,0	22,5	591	722	72,1
1 Settembre	352	10,0	24,0	589	586	64,3
15 Settembre	320	10,0	22,0	591	543	58,2
4 Ottobre	284	8,3	19,0	593	475	47,8

Patologia. — *Ricerche sulla natura della malaria, eseguite dal dott. Bernardo Schiavuzzi in Pola (Istria).* Nota del Socio C. Tommasi-Crudeli.

« Nella seduta del 4 aprile 1886 (1) ebbi l'onore di illustrare alcuni preparati del dott. Schiavuzzi, contenenti le culture pure di un bacillo da lui rinvenuto nelle atmosfere malariche dei dintorni di Pola. L'esame di essi faceva riconoscere una perfetta identità morfologica del bacillo trovato dal dott. Schiavuzzi, e dello schizomicete pel quale Klebs ed io abbiamo proposto nel 1879 l'appellativo di *Bacillus malariae*. Vi diceva però, come questa identità di forme non bastasse da sola ad assicurarci che quel bacillo fosse il fermento della malaria, e come fosse necessario saggiarne l'azione patogenica, prima di pronunziarsi sulla sua natura. In attesa degli sperimenti sugli animali, che il dott. Schiavuzzi si proponeva di fare per mezzo delle sue purissime culture, depositai intanto presso l'Accademia i preparati microscopici da lui inviatimi in dono, onde potessero servire più tardi come termine di paragone.

« Vengo oggi a farvi un riassunto dei nuovi risultati ottenuti dal dott. Schiavuzzi, illustrandoli con alcuni bei preparati, dei quali egli fa omaggio all'Accademia.

« Adoperando l'apparecchio di Koch per le investigazioni microfitiche dell'aria, od invece facendo semplicemente passare l'aria attraverso una provetta contenente cinque centimetri cubici di gelatina sterilizzata, l'autore si è potuto assicurare della presenza *costante* di questo bacillo nell'atmosfera di tutte le località malariche da lui esplorate; mentre non l'ha mai trovato nell'atmosfera delle località salubri. Non l'ha mai trovato nelle acque del territorio di Pola, salvo in quelle dei fossi di scolo di due località notoriamente infette da malaria. Questo schizomicete è aerobio, e si sviluppa alla superficie delle gelatine di cultura, in forma di placche bianche, poco fluidificanti, e talvolta assai resistenti, come potete vedere in questa provetta, dove

(1) Rendiconti della R. Accademia dei Lincei. Volume II, 1° sem., pag. 223. 1886.

esso è stato fatto sviluppare nella gelatina di Agar-agar. L'autore ha inviato, insieme a questa, un'altra provetta contenente gelatina di colla di pesce sterilizzata, dove egli ha innestata una cultura pura del bacillo in discorso; onde lo si possa far sviluppare a volontà, mantenendolo per 24 ore alla temperatura di 35°C. Nei preparati microscopici n. I e n. II, potrete verificare la squisita purezza di tali culture. In essi vedrete *esclusivamente* le forme bacillari date da Klebs e da me come caratteristiche del fermento malarico (1), rese molto evidenti da una colorazione con fucsina.

« Inoculando queste culture pure a dei conigli albini, il dott. Schiavuzzi ha potuto procurar loro delle febbri intermittenti a tipo terzanario e quotidiano, come lo mostrano le curve delle temperature da lui tracciate in due tabelle. Nessuna di queste febbri ebbe carattere pernicioso. Ma, ciò nonostante, esse produssero un'aumento del volume della milza, e la formazione del pigmento nero, caratteristico delle infezioni malariche, che poi si trovò nella milza (preparato n. III) ed anche nelle glandule linfatiche addominali (preparato n. IV). Di più, nei globuli rossi del sangue, specialmente in uno dei conigli infetti, furono riscontrate alcune delle principali alterazioni che adesso, dopo i lavori di Marchiafava e Celli, sono considerate come un segno patognomonico della infezione malarica. I disegni del dott. Schiavuzzi non lasciano alcun dubbio in proposito: le figure da lui inviate rispondono esattamente a quelle date da Marchiafava e Celli nel loro ultimo lavoro (2), e più specialmente alla fig. 28, nella quale la massa ialina formatasi entro il protoplasma dei globuli rossi sta per uscirne.

« Nel sangue degli animali di prova, nella polpa splenica di essi, ed anco nelle glandule linfatiche addominali, il dott. Schiavuzzi trovò dei numerosi corpicciuoli rotondi, a contorno oscuro, che egli suppose essere le spore del bacillo col quale aveva procurata la infezione malarica. Per assicurarsene, praticò una serie di culture, le quali hanno condotto a risultati importanti e decisivi. Dal sangue, abbandonato a sè stesso entro una camera microscopica d'aria sterilizzata ermeticamente chiusa, come pure dai pezzetti di milza o di glandule linfatiche addominali, posti entro provette contenenti gelatine sterilizzate a 150°C., si ottennero sempre delle vegetazioni di un bacillo identico a quello col quale la infezione era stata procurata. I preparati n. V, VI e VII ve lo dimostrano. La vegetazione bacillare fu dappertutto la medesima, in qualità: ed il paragone fra i bacilli sviluppati in questi tre preparati, ed i bacilli raccolti nelle atmosfere malariche (preparati n. I e II) pone fuor di dubbio la loro perfetta identità morfologica. Vedrete inoltre, che la colorazione per mezzo della fucsina, è riuscita ugualmente bene negli uni

(1) *Studî sulla natura della malaria.* Tavola II, fig. 2 e 3. Atti dei Lincei. Memorie della Classe di scienze fisiche ecc. Serie 3ª, volume IV. Roma, 1879.

(2) *Studi ulteriori sulla infezione malarica.* Archivio per le scienze mediche. Torino, 1885; e Annali d'agricoltura, 105. Roma, 1886.

e negli altri. Ma la quantità della vegetazione bacillare non è dappertutto la stessa. Essa fu sempre scarsa nelle culture delle glandule linfatiche (preparato n. V), abbondante nelle culture del sangue (preparato n. VI), abbondantissima in quelle della milza (preparato n. VII).

« In conclusione, il dott. Schiavuzzi sarebbe giunto a provare:

« 1° La presenza costante di un bacillo, morfologicamente identico a quello descritto da Klebs e da me col nome di *Bacillus malariae*, nelle atmosfere malariche di Pola, e la sua assenza nelle atmosfere di località non malariche;

« 2° Che le culture *pure* di questo bacillo, inoculate ai conigli, provocano febbri le quali hanno tutte le caratteristiche (anatomiche e cliniche) delle febbri di malaria;

« 3° Che mettendo il sangue, la milza e le glandule linfatiche addominali dei conigli febbricitanti, in condizioni favorevoli allo sviluppo di questo schizomicete, si produce una vegetazione più o meno abbondante, ed in alcuni casi abbondantissima, di un bacillo morfologicamente identico a quello che servì a procurare la infezione;

« 4° Che negli animali infettati mediante culture purissime di questo bacillo, i globuli rossi del sangue subiscono quelle alterazioni, che Marchiafava e Celli hanno descritto come caratteristiche della infezione malarica. Fatto il quale viene a conferma di quanto ebbi a dire nella ultima mia comunicazione all'Accademia [1], cioè: che tali alterazioni dei globuli rossi non sono dovute allo sviluppo entro i medesimi di un parasita animale (che nessuno ha trovato sin qui, nè nell'aria, nè nelle terre malariche); ma sono invece l'effetto di una degenerazione dei globuli rossi, dovuta, direttamente od indirettamente, all'azione di un fermento morbigeno di tutt'altra natura.

« Questo insieme di fatti ha indotto il dott. Schiavuzzi a ritenere che il *Bacillus malariae*, descritto da Klebs e da me nel 1879, sia veramente la causa della malaria. Egli si propone di esporre ampiamente le sue ricerche in una prossima pubblicazione, ed annunzia fin da ora per mezzo mio all'Accademia, che egli ha raccolto dati sufficienti per affermare che la malaria di una località malarica aumenta, a misura che aumenta lo sviluppo di questo bacillo nella medesima ».

Mineralogia. — *Magnetite pseudomorfa di Ematite micacea dell'Ogliastra in Sardegna.* Nota del Socio G. Strüver.

« Fra i campioni di una collezione di minerali sardi che acquistai alcuni anni fa per farne dono al Museo Mineralogico della Università di Roma, mi colpì per il suo strano aspetto un esemplare che era classificato per

[1] *Il Plasmodium malariae di Marchiafava, Celli, e Golgi.* Rendiconti della R. Accademia dei Lincei. Volume II, 1° semestre, pag. 313. Seduta del 2 maggio 1886.

diallagio dell'Ogliastra in Sardegna. A prima vista sembra, in fatti, di aver da fare con un serpentino scuro a superficie di frattura appannate, entro il quale sono disseminate larghe lamelle di diallaggio o bronzite dotate di vivo splendore metalloide. Basta prendere il campione in mano e pesarlo per disilludersi immediatamente.

« La parte principale del campione consta di un minerale a grossi grani irregolari del diametro di più centimetri, irregolarmente fra di loro associati e intrecciati in modo da costituire una solidissima massa. Ogni grano poi si divide con massima facilità secondo una sola direzione, diversa di grano in grano, in laminette sottilissime paragonabili a quelle della ematite micacea a struttura finamente laminare. Il minerale, sperimentato sui larghi e lucenti piani di separazione, ha la durezza 6, si riduce facilmente in polvere perfettamente nera e appannata, è fortemente attirato dalla calamita e difficilmente fusibile; la sua polvere ad elevata temperatura e a contatto dell'aria diventa rossa, e nell'acido cloridrico si scioglie facilmente, anche a freddo, dando una soluzione giallo-verdastra che poi a caldo o dietro aggiunta di un po' di acido nitrico diventa gialla, lasciando un piccolo residuo di silice gelatinosa; insomma il minerale non è che ossido di ferro magnetico, contenente un po' di silice, come da tempo si sa per la magnetite dell'Ogliastra.

« Nella massa di questo ferro magnetico laminare sono disseminati numerosi cristallini ottaedrici di magnetite di qualche millimetro di diametro al massimo, granelli di calcopirite e masserelle di epidoto verde-giallognolo e di quarzo. La miscela poi è di aspetto tanto fresco, che non sembra aver subìto alterazione chimica di sorta, ma essersi formata in origine quale la vediamo oggi.

« Tentando di dare una spiegazione della associazione di magnetite genuina in ottaedri e di ferro magnetico, dirò, micaceo, si può senz'altro escludere che si tratti qui dell'ordinaria magnetite, lamellare secondo le faccie dell'ottaedro, parallelamente alle quali vi ha distinta sfaldatura, e ciò perchè non è possibile scoprire la ben menoma traccia di sfaldatura in altre direzioni fuori quell' unica in cui ogni grano si divide in lamine sottilissime. Nè si può guari pensare a pressioni che abbiano prodotto la struttura finamente lamellare, poichè la direzione delle lamelle varia di grano in grano. Analogamente a ciò che si fece altra volta per la ematite onde spiegare la forma monometrica della così detta martite, si potrebbe supporre un dimorfismo dell'ossido ferroso ferrico, l'esistenza cioè, oltre alla magnetite monometrica, di un ferro magnetico p. e. romboedrico, ma rimarrebbe certamente assai difficile lo spiegare, come le due varietà abbiano potuto formarsi assieme in condizioni che sembrano essere state identiche.

« A mio avviso, non ci rimane che di ammettere un caso di pseudomorfismo. Di fatti, da parecchi autori (vedi J. Roth, *Allgemeine und chemische Geologie,* 1879, I, p. 97-98) furono descritti casi non dubbi di magnetite pseudomorfa di ematite, e da taluni, come da Breithaupt, Peters, Döll,

Zepharovich, esempi di magnetite pseudomorfa di ematite micacea. Questi ultimi esempi farebbero al caso nostro; però non dobbiamo dissimularci che, vista la freschezza del campione e sovrattutto della calcopirite in esso disseminata, come anche la non avvenuta idratazione del minerale di ferro, riesce difficile lo immaginare un processo chimico, ammissibile in natura, cui attribuire il cambiamento della ematite micacea in ferro magnetico. Solo un accurato esame sul posto potrebbe condurre ad una soluzione soddisfacente del problema, e se mi sono deciso a rendere di pubblica ragione queste mie poche osservazioni, si è per richiamare l'attenzione di chi si trova in grado di visitare e studiare con minore disagio i giacimenti ferriferi dell'Ogliastra. In ogni caso resta sorprendente il fatto, che il minerale cede anche a leggiera pressione riducendosi facilmente in polvere, mentre non si riesce ad intaccarlo con una lama di coltello sulle superficie di separazione ».

Astronomia. — *Sui fenomeni della cromosfera solare osservati al R. Osservatorio del Collegio Romano nel 2° e 3° trimestre 1886.* Nota del Socio P. Tacchini.

« Il numero dei giorni di osservazione fu di 62 così distribuiti: 11 in aprile, 15 in maggio e 26 in giugno. Ecco i risultati ottenuti nel 2° trimestre.

Protuberanze.

1886	Medio numero delle protuberanze per giorno	Media altezza per giorno	Estensione media	Massima altezza osservata
Aprile . . .	7,05	45″2	2°0	86″
Maggio. . .	6,04	47, 7	2,6	110
Giugno. . .	6,07	45, 9	1,9	110
Trimestre .	6,71	46, 5	2,2	110

« Il numero delle protuberanze idrogeniche trovasi dunque in diminuzione in confronto del trimestre precedente, e le massime altezze osservate mese per mese sono inferiori di molto a quelle registrate per il trimestre precedente medesimo. Non si ebbero in questo periodo fenomeni di eruzioni speciali meritevoli di essere qui ricordati. Nel complesso dunque alla diminuzione delle macchie solari corrispose pure una minore attività nei fenomeni cromosferici.

« Nel 3° trimestre le giornate di osservazione furono 68, cioè 27 in luglio, 23 in agosto e 18 in settembre. Dal 1° al 21 luglio inclusivo le osservazioni furono eseguite da me, e nei rimanenti giorni del trimestre dai signori Millosevich, Chistoni e Palazzo; i risultati delle osservazioni sono i seguenti:

Protuberanze.

1886	Medio numero delle protuberanze per giorno	Media altezza per giorno	Estensione media	Massima altezza osservata
Luglio . . .	8,45	46″6	1°9	110″
Agosto . . .	6,91	40, 7	1,7	70
Settembre .	8,00	45, 2	1,8	100
Trimestre .	7,81	44, 3	1,8	110

« In complesso nel fenomeno delle protuberanze solari ci fu diminuzione anche in questo trimestre rispetto al precedente, benchè le differenze non siano così sensibili, come per le macchie e per le facole. Come nel precedente, anche in questo trimestre non si osservarono a Roma fenomeni speciali da meritare di essere qui descritti. È degno però di essere ricordato il fatto, che al minimo secondario delle macchie e facole verificatosi in agosto corrisponde un minimo anche nelle protuberanze ».

Astronomia. — *Osservazioni di macchie e facole solari.* Nota del Socio P. Tacchini.

« Ho l'onore di presentare all'Accademia il risultato delle osservazioni di macchie e facole solari fatte nel R. Osservatorio del Collegio Romano durante il 2° e 3° trimestre del 1886. Il numero dei giorni di osservazione fu di 77 nel 2° trimestre, cioè 23 in aprile, 26 in maggio e 28 in giugno; in 12 giorni dell' aprile e in 11 del maggio fui sostituito in queste osservazioni dall'assistente sig. Righetti.

2° Trimestre 1886.

1886	Frequenza delle Macchie	Frequenza dei Fori	Frequenza delle M + F	Frequenza dei giorni senza M + F	Frequenza dei giorni con soli F	Frequenza dei Gruppi	Media estensione delle Macchie	Media estensione delle Facole
Aprile. . .	3,83	4,30	8,13	0,09	0,00	3,60	51,91	41,32
Maggio . .	3,65	2,85	6,50	0,19	0,04	1,92	52,77	37,81
Giugno . .	4,28	2,86	7,14	0,09	0,00	2,32	25,22	37,14
Trimestre.	3,94	3,29	7,22	0,12	0,01	2 38	42,49	38,50

« Se si confrontano questi risultati con quelli del precedente trimestre (vedi *Rendiconti* del 2 maggio 1886) si scorge facilmente che il fenomeno delle macchie solari continuò a diminuire, così che le medie per il 2° trimestre sono tutte inferiori a quelle del 1°, eccezione fatta di quelle della quarta e quinta colonna in relazione appunto colla diminuita attività solare.

Nel maggio poi ebbe luogo un minimo secondario analogo a quello del febbraio. Anche per le facole la media per il trimestre risulta inferiore a quella del trimestre precedente.

« Nel terzo trimestre il numero delle giornate di osservazione fu di 87, cioè 30 in luglio, 30 in agosto e 27 in settembre. Dall' 1 a tutto il 21 luglio le osservazioni furono da me eseguite, e nei rimanenti giorni del trimestre dal sig. Righetti.

3° Trimestre 1886.

1886	Frequenza delle Macchie	Frequenza dei Fori	Frequenza delle M + F	Frequenza dei giorni senza M + F	Frequenza dei giorni con soli F	Frequenza dei Gruppi	Media estensione delle Macchie	Media estensione delle Facole
Luglio. . .	3,87	4,43	8,30	0,13	0,00	2,17	39,93	35,42
Agosto . .	1,87	1,37	3,24	0,13	0,00	1,40	18,70	8,33
Settembre.	2,00	3,59	5,59	0,15	0,00	1,45	23,41	18,52
Trimestre.	2,60	3,11	5,71	0,14	0,00	1,68	27,48	19,76

« Le quali cifre dimostrano, che anche nel 3° trimestre continuò la progressiva diminuzione tanto nel fenomeno delle macchie, come in quello delle facole, con un minimo secondario ben marcato nel mese di agosto. Col continuo diminuire del fenomeno delle macchie, è aumentato il numero delle giornate senza macchie in paragone dei precedenti trimestri. Siamo dunque molto prossimi al nuovo minimo delle macchie solari ».

Matematica. — *Sulle involuzioni proiettive.* Nota del Socio R. De Paolis.

« 1. Date due involuzioni proiettive sovrapposte, degli ordini m, n, un elemento della forma, considerato come appartenente alla prima o alla seconda involuzione, dà nella seconda o nella prima un gruppo corrispondente di m o n elementi, il suo elemento armonico di primo ordine, preso rispetto a questi $m+n$ elementi, coincide con quello preso rispetto agli $m+n$ elementi uniti delle due date involuzioni proiettive.

« Se le due involuzioni proiettive si rappresentano con le equazioni:

$$\lambda a_x^m + \mu b_x^m = 0\,, \qquad \lambda \alpha_x^n + \mu \beta_x^n = 0\,,$$

i loro $m+n$ elementi uniti sono dati da:

$$f = a_x^m \beta_x^n - \alpha_x^n b_x^m = 0\,,$$

e l'elemento armonico di primo ordine di un elemento qualunque x' della forma, preso rispetto agli $m+n$ elementi uniti, è dato dalla equazione:

$$\frac{\partial f'}{\partial x'_1} x_1 + \frac{\partial f'}{\partial x'_2} x_2 = 0\,,$$

ossia:

$$(1) \qquad m\left(a_{x'}^{m-1}\,\beta_{x'}^{n}\,a_x - b_{x'}^{m-1}\,\alpha_{x'}^{n}\,b_x\right) + n\left(a_{x'}^{m}\,\beta_{x'}^{n-1}\,\beta_x - b_{x'}^{m}\,\alpha_{x'}^{n-1}\,\alpha_x\right) = 0\,.$$

« I gruppi delle due involuzioni contenenti l'elemento x' si hanno ponendo le condizioni:

$$\lambda a_{x'}^{m} + \mu b_{x'}^{m} = 0\,, \qquad \lambda \alpha_{x'}^{n} + \mu \beta_{x'}^{n} = 0\,,$$

e a ciascuno di essi gruppi nell'altra involuzione corrisponde rispettivamente l'altro:

$$(2) \qquad \Phi = a_{x'}^{m}\,\beta_{x}^{n} - b_{x'}^{m}\,\alpha_{x}^{n} = 0\,, \quad \text{o} \quad \Psi = \alpha_{x'}^{n}\,b_{x}^{m} - \beta_{x'}^{n}\,a_{x}^{m} = 0\,.$$

« L'elemento armonico di primo ordine di x' preso rispetto a questi $m+n$ elementi:

$$\mathrm{F} = \Phi\Psi = 0\,,$$

è dato dalla equazione:

$$\frac{\partial \mathrm{F}'}{\partial x'_1}\,x_1 + \frac{\partial \mathrm{F}'}{\partial x'_2}\,x_2 = 0\,,$$

ossia:

$$\Phi'\left(\frac{\partial \Psi'}{\partial x'_1}\,x_1 + \frac{\partial \Psi'}{\partial x'_2}\,x_2\right) + \Psi'\left(\frac{\partial \Phi'}{\partial x'_1}\,x_1 + \frac{\partial \Phi'}{\partial x'_2}\,x_2\right) = 0\,.$$

« Ora, osservando che $\Phi' = \Psi'$ e sostituendo le espressioni delle derivate di Φ', Ψ' tratte dalle (2), si vede immediatamente che l'equazione precedente coincide con la (1). Resta dunque dimostrato il teorema.

« 2. Un elemento qualunque E della forma, contato $m+n-1$ volte, insieme al suo elemento armonico di primo ordine, preso rispetto agli $m+n$ elementi uniti, costituisce un gruppo di $m+n$ elementi armonici rispetto agli $m+n$ elementi uniti; così, presi $m+n$ dei detti gruppi armonici rispetto a quello degli elementi uniti, possiamo costruire il loro sistema lineare ∞^{m+n-1}. Gli $m+n$ elementi, ciascuno dei quali contato $m+n$ volte costituisce un gruppo del sistema, sono gli $m+n$ elementi uniti delle due involuzioni proiettive.

« Date due involuzioni proiettive sovrapposte, di ordine m, n, possiamo sempre individuare, senza conoscere i loro $m+n$ elementi uniti, un sistema lineare ∞^{m+n-1} di gruppi di $m+n$ elementi, i cui $m+n$ elementi $(m+n)$-pli siano gli elementi uniti delle due involuzioni proiettive.

« Le proprietà precedenti, per il caso di due forme proiettive sovrapposte, sono note [1] e si possono enunciare come segue: « Se di un elemento « qualunque, considerato come appartenente alla prima o alla seconda delle « due forme, si cercano gli elementi corrispondenti, nella seconda o nella prima,

[1] Wiener, *Rein geometrische Theorie der Darstellung binärer Formen* (Darmstadt, 1885). — Segre, *Le coppie di elementi immaginarî nella geometria proiettiva sintetica* (Memorie della R. Accademia delle scienze di Torino. Serie 2ª, tomo XXXVIII, 1886).

« e rispetto ad essi si costruisce l'elemento coniugato armonico, questo ele-
« mento insieme al primo preso ad arbitrio costituisce una coppia di una
« involuzione i cui elementi doppî sono gli elementi uniti della proiettività » (1).

Astronomia. — *Osservazioni della cometa Finlay fatte all'equatoriale di $0^m, 25$ di apertura del R. Osservatorio del Collegio Romano.* Nota di E. Millosevich, presentata dal Socio Tacchini.

EPOCA 1886	Tempo medio di Roma	Ascensione retta apparente	Log. del fattore di parallasse	Distanza polare apparente	Log. del fattore di parallasse
Sett. 29	$7^h\ 5^m 16^s$	$17^h\ 9^m\ 8^s 96$	9.475	116°13′ 2″9	0.880 n
Ott. 1	6 57 58	17 14 12.91	9.464	116 18 52.2	0.882 n
Ott. 14	6 34 59	17 51 38.25	9.442	116 39 17.4	0.889 n
Ott. 22	6 23 1	18 18 31.64	9.421	116 32 21.4	0.892 n
Ott. 23	6 11 31	18 22 4.74	9.386	116 30 6.4	0.897 n
Ott. 23	6 16 51	18 22 5.41	9.403	116 30 4.4	0.895 n
Nov. 1	6 5 0	18 56 19.94	9.366	115 51 13.6	0.897 n
Nov. 7	6 10 33	19 21 12.45	9.379	115 4 7.4	0.895 n
Nov. 7	6 27 36	19 21 15.75	9.432	115 3 58.0	0.889 n
Nov. 13	6 1 50	19 47 32.21	9.337	113 56 25.7	0.896 n
Nov. 16	6 8 7	20 1 15.81	9.345	113 13 50.8	0.893 n
Nov. 20	6 10 28	20 20 2.64	9.343	112 7 35.0	0.890 n
Nov. 22	5 57 50	20 29 35.20	9.284	—	—
Nov. 22	6 1 53	20 29 35.99	9.301	—	—
Nov. 22	6 9 54	—	—	111 30 18.5	0.889 n
Nov. 22	6 17 55	—	—	111 30 16.0	0.886 n
Nov. 22	6 25 57	20 29 40.94	9.388	—	—
Nov. 22	6 29 55	20 29 41.37	9.401	—	—
Nov. 26	5 48 45	20 49 4.91	9.226	110 7 6.5	0.890 n
Nov. 28	6 34 49	20 59 9.59	9.393	109 20 19.1	0 877 n

« Questa cometa venne scoperta il 26 settembre 1886 dall' astronomo Finlay della Città del Capo. Essa si mantiene anche ora, che trovasi nelle condizioni più favorevoli per le osservazioni, di modeste apparenze. Ha nucleo un po' incerto, perchè granulare; è rotonda e colla nebulosità della testa

(1) Mi sono servito delle proprietà esposte risolvendo il problema di stabilire i fondamenti della teoria delle curve e delle superficie di ordine qualunque, tenendo conto anche dei loro elementi immaginarî e senza ricorrere a concetti algebrici, adoperando solamente considerazioni di geometria pura. Non pubblico ancora queste mie ricerche, perchè dello stesso problema si è occupato il dott. Kötter, ed aspetto di conoscere una sua Memoria premiata dalla Accademia di Berlino, ma non ancora pubblicata.

sottende un angolo di circa $2' \frac{1}{2}$ alla distanza 0.8. Tuttavia le osservazioni su essa diventano importantissime, perchè l'orbita che descrive intorno al sole è certamente a corto periodo.

« I primi saggi dell'orbita parabolica mostrarono una notabile rassomiglianza fra gli elementi di questa cometa e quelli della cometa periodica detta di Vico, scoperta all'antico Osservatorio del Collegio Romano il 22 agosto 1844 e non più riveduta. Un'osservazione isolata del 16 maggio 1855, fatta da Goldschmidt, all'epoca del terzo passaggio al perielio dopo la scoperta, sembra corrispondere al medesimo astro, secondo i calcoli di Brünnow. Questa osservazione, che forse un giorno può diventare importante, trovasi nel n. 978 delle Astr: Nachrichten.

« Il calcolo diretto (eseguito da Faye, Nicolai, Hind, Goldschmidt e specialmente Brünnow) accertò, già nel 1844, l'ellitticità dell'orbita e un periodo di anni 5,466. Il calcolo delle perturbazioni, eseguito da Brünnow, lo rese certo che nella primavera del 1850 la cometa ripassava al perielio, ma in condizioni da non poter essere osservata, poi il terzo passaggio doveva accadere il 6 agosto 1855.

« Le gravi perturbazioni che l'astro dovrebbe aver subito nel 1873 e nel 1885 per l'azione di Giove debbono, secondo il Brünnow stesso (il quale non dubita dell'identità fra la Finlay e la periodica detta di Vico), aver modificato gli elementi, così che oggidì è difficile riconoscere direttamente nella cometa Finlay la cometa del 1844.

« L'orbita calcolata dal prof. A. Krueger col metodo di Gauss e sulle mie osservazioni fino al primo novembre, se da un lato mette fuor di dubbio che la cometa è una periodica a corto periodo, dall'altro non lascia accertare la probabilissima identità fra i due astri, e soltanto un poderoso lavoro di calcolo potrebbe eliminare la residuale dubbiezza ».

Astronomia. — *Osservazioni del pianeta Irma* (177) *e sui nuovi pianeti fra Marte e Giove.* Nota di E. Millosevich, presentata dal Socio Tacchini.

« Il pianeta (177) Irma, scoperto il 5 novembre 1877 da P. Henry, era, come è ben noto all'Accademia, uno dei 15 perduti o quasi perduti. Dopo 9 anni potè ritrovarsi ed eccone i luoghi da me osservati.

« 6 sett. 1886 $13^h 20^m 57^s$ t m Roma. Æ apparente $0^h\ 2^m 21^s.88$ (8.638) ; distanza polare apparente 89° 32′ 56″.0 (0.763n).

« 7 sett. 1886 $12^h 19^m 12^s$ t m Roma. Æ apparente $0^h 1^m 44^s.04$ (8.819n) ; distanza polare apparente 89°35′58″.9 (0.763n).

« 19 sett. 1886 $10^h 58^m 35^s$ t m Roma. Æ apparente $23^h 52^m 45^s.88$ (9.050n); distanza polare apparente 90°21′35″.1 (0.771n).

« 2 ott. 1886 $10^h 22^m 35^s$ t m Roma. Æ apparente $23^h 42^m 42^s.18$ (8.814n) ; distanza polare apparente 91°13′47″.2 (0.780n).

« 24 ott. 1886 $11^h18^m11^s$ t m Roma. Æ apparente $23^h32^m10^s.56$ (9.342); distanza polare apparente $92°4'30'',4$ (0.787n).

« Anche astraendo dalle perturbazioni nel lungo intervallo, le osservazioni del 77 e dell' 86 bastano per assicurare in avvenire la ricerca dell'astro.

« L'ultimo pianeta scoperto al tempo della mia ultima Nota (giugno 86) era Tyche (258).

« D'allora in poi se ne trovarono altri cinque, cioè Aletheia (259) scoperto da Peters il 26 giugno 1886 a Clinton; (260) scoperto da Palisa il 3 ottobre a Vienna; (261) scoperto da Peters il 31 ottobre a Clinton; (262) e (263) scoperti il 3 novembre da Palisa a Vienna.

« Ancora non si può dire se i tre ultimi sieno nuovi, la recente scoperta non avendo fino ad oggi permesso il calcolo degli elementi ellittici.

« L'ultima mia osservazione di Tyche (258) è la seguente:

« 9 giugno $13^h\ 4^m\ 11^s$ t m Roma. Æ apparente $13^h\ 58^m\ 56^s.63$ (9.595); distanza polare apparente $95°53'51''.0$ (0.782n).

« Dei nuovi pianeti non ebbi agio di osservare che una sola volta il (261).

« 2 novembre $12^h39^m19^s$ t m Roma. Æ apparente $1^h38^m27^s.68$ (9.311); distanza polare apparente $85°37'24''.7$ (0.738).

« Riprendendo ora la statistica delle opposizioni utilizzate dei pianetini, presentata nella seduta del 6 giugno 1886, e correggendola in base alle osservazioni fatte in questo semestre si hanno:

184	pianetini	osservati	in più di cinque o almeno in cinque opposizioni.
16	»	»	in quattro opposizioni.
14	»	»	in tre opposizioni.
20	»	»	in due opposizioni.
14	»	»	in una sola opposizione (perduti o quasi perduti).
15	»	»	in una sola opposizione per recente scoperta ».
Totale 263			

Matematica. — *Di due trasformazioni multiple associate a ogni trasformazione birazionale.* Nota del prof. G. Jung, presentata dal Socio Brioschi.

« Siano σ_1, σ_2 due sistemi punteggiati, sovrapposti su un piano Σ, fra i quali abbia luogo una corrispondenza Cremoniana $T_n \equiv (\sigma_1\,\sigma_2)_n$ di ordine n, e si dinotino con $[L_n]_1$, $[L'_n]_2$ le rispettive reti omaloidiche e con $[P_{n+1}]_1$, $[P'_{n+1}]_2$ le rispettive reti di curve isologiche. Si indichino inoltre con v_i (w_j) gli f punti fondamentali di σ_1 (di σ_2), con r_i (s_j) i loro gradi di molteplicità e con u gli $n+2$ *punti uniti* della trasformazione.

« Un punto L di σ_1 determina la retta l di Σ (*retta principale di* L) che lo congiunge al suo omologo di σ_2. Viceversa una retta l di Σ è retta principale per n punti $L_1 L_2 \ldots L_n$ di σ_1 (*punti associati ad* 1), i quali sono

le intersezioni della retta l, attribuita a σ_2, con la corrispondente curva L_n di σ_1. In altri termini a ogni punto di σ_1 corrisponde *una* retta in Σ e a ogni retta di Σ corrisponde un *gruppo di* n *punti* in σ_1; dunque [1]:

I. *La corrispondenza reemoniana isografica* $(\sigma_1\,\sigma_2)_n$ *fra due sistemi punteggiati sovrapposti in un piano* Σ *stabilisce fra le rette di questo piano e i punti di uno di quei sistemi* (per es. di σ_1), *una trasformazione reciproca multipla* $((\Sigma\,\sigma_1))_n$ *di grado* $k=n$; *e determina la relativa trasformazione congiunta* $((\sigma_1))$. *Ogni retta di* Σ *contiene gli* n *punti corrispondenti* (*o associati*); *ogni punto di* σ_1 *giace nella retta corrispondente* (*o principale*). *Il piano rigato* Σ *è il piano multiplo*; *il punteggiato* σ_1 *è il piano semplice.*

« Le proprietà generali esposte nella citata mia Nota *Sulle trasformazioni piane multiple* conducono facilmente alle proprietà di questa trasformazione n-pla $((\Sigma\,\sigma_1))_n$ e della sua congiunta $((\sigma_1))$; notiamone alcune.

« *Ai punti del piano multiplo* Σ *corrisponde* [2], *nella trasformazione* n-*pla* $((\Sigma\,\sigma_1))$, *la rete* $[P_{n+1}]_1$ *delle isologiche del piano* σ_1. — In altri termini la φ' corrispondente a un punto P di Σ è la isologica P_{n+1} di questo punto. E quindi (T. M; I):

II. *La trasformazione multipla* $((\Sigma\,\sigma_1))_n$ *è del grado* $k=n$, *dell'ordine* $M=n+1$ *e del genere* $p=n-1$. — *Il piano* σ_1 *contiene* $f_0=f+n+2$ *punti fondamentali per la* $((\Sigma\,\sigma_1))_n$: *cioè i punti* u, *che sono fondamentali semplici e i punti* v_i *che sono fondamentali* r_i-*pli. A questi in* Σ *corrispondono, come linee* (*inviluppi*) *fondamentali di classe* 1 *e* r_i *rispettivamente, i fasci* (*semplici*) *di centro* u *e i fasci* (r_i-*pli*) *di centro* v_i. — *Nel piano semplice non esistono curve fondamentali e perciò non esistono rette fondamentali nel piano multiplo.*

« *Alle rette del piano semplice* σ_1 *corrisponde, nella trasformazione* n-*pla* $((\Sigma\,\sigma_1))_n$, *una serie doppiamente infinita di curve razionali* φ *della classe* $M=n+1$. *Ogni retta* 1 *di* σ_1 *è tangente* n-*pla della corrispondente curva* φ_l [3]. Evidentemente la φ_l è l'inviluppo $(l\,L'_n)$ generato dalle rette che congiungono i punti di l coi punti omologhi della corrispondente curva L'_n.

III. *La curva limite* C^λ *del piano multiplo è una linea della classe* [4] $\lambda=4p=4(n-1)$. *Essa coincide con l'inviluppo di quelle rette del sistema* σ_2, *che toccano le corrispondenti curve della rete* $[L_n]_1$ *in* σ_1; *il luogo dei rispettivi punti di contatto è la curva doppia* C_ν [5].

(1) Vedi (T. M; definizioni). Con questa abbreviatura (T. M.) richiamerò la precedente mia Nota, *Sulle trasformazioni piane multiple.* Rendiconti Acc. dei Lincei, 21 nov. 1886.

(2) (T. M; I).

(3) (T. M; III).

(4) (T. M; VI).

(5) Vedasi appresso il teorema X.

IV. *La curva doppia* C_ν *qui coincide* (1) *con la Jacobiana della rete* $[\varphi'] \equiv [P_{n+1}]_1$. *Perciò essa è dell'ordine* $\nu = 3n$ *ed ha un punto* $(3r_i - 1)$*-plo in* v_i *e uno doppio in ciascuno dei punti* u.

V. *Il genere della curva doppia e della curva limite è* $\bar{p} = 8n - 10 - f$. (T. M; VI).

« *In questa trasformazione reciproca mancano evidentemente le curve* U *e* U′ (T. M; VII, VIII).

« Dal teorema (T. M; VI), ricordando che in una rete di curve ve ne sono $24p$ dotate di una cuspide (Caporali, *Sopra i sistemi triplamente infiniti di curve algebriche*) (2), si ricava il numero delle cuspidi della curva limite, cioè $\bar{k} = 24p$. Ora conoscendosi la classe, il genere e il numero dei punti cuspidali della curva limite C^λ, se ne possono calcolare le altre caratteristiche, cioè l'ordine $\bar{n}$ e i numeri $\bar{\delta}$, $\bar{\iota}$, $\bar{\tau}$ dei *punti doppi*, delle *tangenti stazionarie* e delle *tangenti doppie;* si trova così:

$$\bar{n} = 6n + f - 3$$
$$\bar{\iota} = 18n - 3f - 27$$
$$\bar{\delta} = n[18n + 6f - 59] + \tfrac{1}{2} f(f - 7) + 44$$
$$\bar{\tau} = 4[2n(n - 6) + f + 13].$$

« Meno il valore di δ, questi valori coincidono con quelli dati dal dott. Guccia in un suo studio delle curve isologiche (3). Alle varie proprietà della curva Θ indicate dal Guccia (l. c.) si può ora aggiungere quella di coincidere con la curva limite C^λ della nostra trasformazione multipla $((\Sigma\sigma_1))_n$.

VI. *A una retta arbitraria del piano* σ_1 *è congiunta una curva* C_N *dell'ordine* $n(n+2)$, *la quale passa con* $n - 1$ *rami per ciascuno degli* n *punti a quella associati. — L'ordine della trasformazione* $((\sigma_1))$, *congiunta alla* $((\Sigma\sigma_1))_n$, *è espresso da* $N = n(n+2)$. — (T. M; IV).

VII. *Sono fondamentali per la trasformazione congiunta* $((\sigma_1))$ *i punti* u *e i punti* v_i; *i loro gradi di moltiplicità sono rispettivamente* $n+1$ *e* $(n+1)r_i$; *le loro curve congiunte, dell'ordine* $n+1$ *e* $(n+1)r_i$ *rispettivamente, sono le linee fondamentali della trasformazione congiunta.*

« Alla curva limite C^λ corrisponde in σ_1 una linea dell'ordine $M.\lambda$, che si compone della curva doppia C_ν, e della sua congiunta $\bar{C}_\nu$; cosicchè se x indica l'ordine di quest'ultima si avrà $(n+1)\lambda = \nu + x$. E sostituendo i

(1) (T. M; V).

(2) Collectanea Mathematica, Milano 1881.

(3) Comptes Rendus (Paris, 2 nov. 1885), *Sur les transformations Cremona dans le plan.* Questo lavoro fu riprodotto nella Nota, *Teoremi sulle trasformazioni Cremoniane nel piano,* pubblicata dal dott. Guccia nei Rendiconti del Circolo matematico di Palermo t. I_2 pag. 56 e t. I_3 pag. 119.

valori di r e di λ, si trova $x = 4n^2 - 3n - 4$; ma evidentemente *dalla linea congiunta della curva doppia si stacca una volta la curva doppia medesima;* dunque:

VIII. *Il luogo degli* n—2 *punti associati alle tangenti della curva limite, ma non situati sulla curva doppia, è una linea* Λ_x *dell'ordine* $x = 4n^2 - 6n - 4$, *la quale passa con* $(4n - 10) r_1 + 2$ *rami per* v_1 *e con* $4(n-2)$ *rami per ogni punto* u.

« Onde il corollario:

IX. *Data una trasformazione Cremoniana* $(\sigma_1 \sigma_2)_n$, *le rette di* σ_2, *che toccano le corrispondenti curve* L_n *di* σ_1, *hanno con queste* n—2 *punti comuni, oltre ai punti di contatto; il luogo di tali gruppi di punti è l'anzidetta curva* Λ_x (1). *Un'altra curva analoga contiene le ulteriori intersezioni di quelle stesse rette con le curve corrispondenti* L'_n *del piano* σ_2.

« Sviluppate le principali proprietà delle trasformazioni $((\Sigma \sigma_1))_n$ e $((\sigma_1))$, osserviamo che nella proposizione I. si poteva considerare il sistema σ_2 anzichè il sistema σ_1 ivi prescelto; si sarebbe pervenuti in tal caso a una 2ª trasformazione n-pla $((\Sigma \sigma_2))_n$ — e relativa trasformazione congiunta $((\sigma_2))$ — affatto analoghe alle $((\Sigma \sigma_1))_n$ e $((\sigma_1))$ precedentemente studiate. Dunque:

X. *A ogni trasformazione birazionale* $(\sigma_1 \sigma_2)_n$ *sono associate due trasformazioni multiple reciproche* (2) *coniugate* $((\Sigma \sigma_1))_k$, $((\Sigma \sigma_2))_k$ [*di grado* $k = n$, *di genere* $p = n - 1$ *e di ordine* $M = n + 1$] *e le rispettive due trasformazioni (involutorie) congiunte* $((\sigma_1))$, $((\sigma_2))$.— *Tanto la 1ª quanto la 2ª trasformazione multipla ha per curva limite una medesima linea* C^λ.

« Consideriamo come esempio qualche caso particolare.

« Per $n = 1$ si ha: *Alla trasformazione omografica è associata la trasformazione quadratica.* In altri termini *i punti di un piano* σ_1 *e le rette che li congiungono ai punti omologhi di un piano omografico sovrapposto* σ_2 *sono in corrispondenza* quadratica birazionale. *Gli elementi fondamentali sono risp. i tre punti uniti e le tre rette unite della collineazione.*

« Per $n = 2$ si ha: *Alla trasformazione quadratica è associata la trasformazione doppia di 3° ordine e di genere 1,* $((\Sigma \sigma_1))_2$. — Nel piano doppio non vi sono elementi fondamentali; nel piano semplice vi sono 7 punti fondamentali *semplici* $a\,b\,c\,u_1 u_2 u_3 u_4$ (ove $u_1 \ldots u_4$ sono i punti uniti ed $a\,b\,c$ i punti fondamentali di σ_1 nella trasformazione quadratica data $(\sigma_1 \sigma_2)_2 \equiv T_2$). — L'ordine della trasformazione congiunta $((\sigma_1))$ è $N = 8$; i punti fondamentali sono $a^3\, b^3\, c^3\, u_1^3\, u_2^3 \ldots u_4^3$ (cioè sono *tripli* e coincidono con $a\,b\,c\,u_1 u_2 \ldots u_4$). —

(1) Questa curva manca naturalmente nel caso della trasformazione quadratica.

(2) Le due trasformazioni n-ple associate a ogni *trasformazione De Jonquières* sono di ordine minimo (T. M; XI); non sono però le sole di ordine minimo (cfr. gli esempi che seguono).

La *curva limite* è della 4ª classe e del genere 3; la *curva doppia* è del 6° ordine e dello stesso genere ed ha 7 punti doppi ($a^2 b^2 c^2 u_1^2 \dots u_4^2$).

« *La* $((\overline{\Sigma}\,\dot{\sigma}_1))_2$ *è del minimo ordine.* Le trasformazioni piane *doppie* di genere $p=1$ possono *tutte* ridursi a quest' una; e viceversa *da questa si possono ricavare tutte le altre mediante trasformazioni birazionali.* Con questo metodo si trovano alcune trasformazioni doppie di genere 1 che mancano nella tabella di De Paolis (l. c. § 6); ad esempio, usando la stessa notazione ivi adoperata, le tre seguenti di ordine 10 e genere 1:

$$N=70\,;\ 4_{2,15}\ 1_{3,23}\ 3_{4,28}\ 1_{5,33}\ 1_{02}\ \ 1_{05}$$
$$N=74\,;\ 1_{1,10}\ 1_{2,16}\ 4_{3,23}\ 2_{4,29}\ 1_{5,36}\ 1_{03}\ 1_{04}$$
$$N=82\,;\ 3_{1,10}\ 1_{2,17}\ 2_{3,25}\ 3_{4,33}\ 1_{5,40}\ 2_{02}\ 1_{03}$$

le quali provengono dalla $((\overline{\Sigma}\,\dot{\sigma}_1))_2$ mediante opportune trasformazinni cremoniane degli ordini 7, 7 e 5 rispettivamente.

« Per $n=3$ si ha: *Alla trasformazione birazionale del 3° ordine* $(\sigma_1\,\sigma_2)_3$ *è associata la trasformazione tripla di 4° ordine e genere 2,* $((\overline{\Sigma}\,\dot{\sigma}_1))_3$. Nel piano triplo Σ non vi sono elementi fondamentali; nel piano semplice σ_1 vi sono *nove* punti fondamentali semplici e *uno* doppio, cioè $a^2\,b\,c\,d\,e\,u_1\,u_2 \dots u_5$, se $u_1\,u_2 \dots u_5$ sono i punti uniti ed $a^2\,b\,c\,d\,e$ i punti fondamentali [*doppio* il primo, *semplici* gli altri] del piano σ_1 nella trasformazione T_3. Ecc. ecc. *La* $((\overline{\Sigma}\,\dot{\sigma}_1))_3$ *è dell'ordine minimo.*

« Per $n=4$ vi sono (v. Cremona, t. V, ser. 2ª, Mem. Acc. Bologna) due trasformazioni birazionali T_4 cioè:

α) la trasformazione De Jonquières $T_4^{\alpha} \equiv (a^3\,b_1\,b_2 \dots b_6)$;

β) la $T_4^{\beta} \equiv (a_1^2\,a_2^2\,a_3^2\,b_1\,b_2\,b_3)$.

« [Con la segnatura $(a^r\,b_1^s\,b_2^s..c_1c_2..c_i...d^2e^3....)$ indico in generale che $a, b_1, b_2, .. c_1, c_2, .. c_i, .. d, e, \dots$ sono *punti* (del piano σ_1) *fondamentali* del grado $r, s, s, .. 1, 1, \dots 1, \dots 2, 3, \dots$ rispettivamente per la trasformazione birazionale o multipla che si considera; e dinoto sempre con $u_1, u_2, .. u_{n+2}$ i *punti uniti* della $T_n \equiv (\sigma_1\,\sigma_2)_n$].

« *Alla* T_4^{α} *è associata la trasformazione quadrupla* $((\overline{\Sigma}\,\dot{\sigma}_1))_4^{\alpha}$ *dell'ordine* $M=5$ *e del genere* $p=3$, avente in σ_1 i *tredici* punti fondamentali $a^3\,b_1\,b_2 .. b_6\,u_1\,u_2 \dots u_6$. *Essa è del minimo ordine* (T. M; XI).

« *Alla* T_4^{β} *è associata la trasformazione quadrupla* $((\overline{\Sigma}\,\dot{\sigma}_1))_4^{\beta}$ *dell'ordine* $M=5$ *e del genere* $p=3$, avente in σ_1 i *dodici* punti fondamentali $a_1^2\,a_2^2\,a_3^2\,b_1\,b_2\,b_3\,u_1\,u_2 \dots u_6$. Questa è *riducibile*, mediante una trasformazione quadratica $(\sigma_1\,\sigma'_1)_2 \equiv (a_1\,a_2\,a_3;\ \alpha_1\,\alpha_2\,\alpha_3)$ (¹), *ad un'altra trasformazione*

(¹) $a_1\,a_2\,a_3$ e $\alpha_1\,\alpha_2\,\alpha_3$ sono i punti fondamentali di σ_1 e di σ'_1 per questa trasformazione quadratica; con $b'_1, b'_2, b'_3, \dots u'_1, \dots u'_6$ indicherò gli omologhi in σ'_1 dei punti $b_1, b_2, b_3, .. u_1, .. u_6$.

quadrupla $((\overline{\Sigma}\,\dot{\sigma}'_1))_4^{\beta_0}$ *dello stesso genere e del minimo ordine* $M_0 = 4$, avente in σ'_1 i *dodici* punti fondamentali $\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 b'_1 .. b'_3 u'_1 u'_2 ... u'_6$.

« Per $n = 5$ vi sono tre trasformazioni birazionali T_5, cioè:

$$\alpha) \quad T_5^{\alpha} \equiv (a^4\, b_1\, b_2 \dots b_8)$$
$$\beta) \quad T_5^{\beta} \equiv (a_1^2\, a_2^2 \dots a_6^2)$$
$$\gamma) \quad T_5^{\gamma} \equiv (a^3\, b_1^2\, b_2^2\, b_3^2\, c_1\, c_2\, c_3)$$

alle quali sono rispettivamente associate le seguenti *trasformazioni quintuple* ($k = 5$) *di genere* $p = 4$ *e dell'ordine* $M = 6$:
la $((\overline{\Sigma}\,\dot{\sigma}_1))_5^{\alpha}$ coi *sedici* punti fondamentali $a^4 b_1 b_2 \dots b_8 u_1 u_2 \dots u_7$ in σ_1;
la $((\overline{\Sigma}\,\dot{\sigma}_1))_5^{\beta}$ coi *tredici* punti fondamentali $a_1^2 a_2^2 \dots a_6^2 u_1 u_2 \dots u_7$ in σ_1;
la $((\overline{\Sigma}\,\dot{\sigma}_1))_5^{\gamma}$ coi *quattordici* punti fondamentali $a^3 b_1^2 b_2^2 b_3^2 c_1 c_2 c_3 u_1 u_2 \dots u_7$ in σ_1.

« *Le prime due sono di ordine minimo; la terza*, mediante una trasformazione quadratica $(\sigma_1 \sigma'_1)_2 \equiv (a\, b_1\, b_2;\ \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3)$, *è riducibile ad un'altra del minimo ordine* $M_0 = 5$, cioè

alla $((\overline{\Sigma}\,\dot{\sigma}'_1))_5^{\gamma_0}$ avente nel piano semplice σ'_1 i *quattordici* punti fondamentali $\alpha_1^2 \alpha_2 \alpha_3 b'^2_3 c'_1 c'_2 c'_3 u'_1 u'_2 \dots u'_7$.

« Senza procedere ad altri esempî, nè fermarci alle trasformzaioni multiple conjugate alle precedenti, osserviamo che tanto nella trasformazione *quadrupla* del minimo ordine $M_0 = 4$, $((\overline{\Sigma}\,\dot{\sigma}'_1))_4^{\beta_0}$, quanto in quest'ultima trasformazione *quintupla* di minimo ordine $((\overline{\Sigma}\,\dot{\sigma}'_1))_5^{\gamma_0}$, la rete del piano semplice è costituita dalle così dette *curve normali* (1) dei rispettivi generi 3 e 4.

« In aggiunta al teorema X, osservo che *una 3ª trasformazione multipla di un determinato genere* p *e di grado* $p + 1$ *è associata a ogni trasformazione piana birazionale.* Stante la strettezza dello spazio me ne occuperò in altra occasione (2).

« Osservo finalmente che nel teorema VI della precedente Nota *Sulle trasformazioni piane multiple* (l. c.), la restrizione, indicata in parentesi, relativa al genere $p_0 - 9p + 1 - f_0$, non è necessaria; PURCHÈ *con* f_0 *s'intenda significato il numero dei punti fondamentali di* π', *non già nella trasformazione multipla considerata, ma nella corrispondente trasformazione multipla di* MINIMO ORDINE ».

Fisica. — *Sulla resistenza elettrica dei miscugli delle amalgame liquide.* Nota del dott. G. G. GEROSA, presentata dal Socio CANTONI.

« 1. In correlazione ai risultati che ottenni nello *Studio sui miscugli delle soluzioni dei sali affini* (Rendiconti della r. Accad. dei Lincei, vol. II, fasc. 3°, 4°, 5°, 6° e 7°, 1886), qui riferisco i fatti presentatisi nella ricerca

(1) Cfr. Clebsch e Gordan, *Theorie der Abelschen Functionen.* Lipsia (1866), pag. 66.

(2) Ho trattato la questione in una Nota presentata all'Istituto Lombardo nell'adunanza del 25 novembre 1886.

stabilita sulla resistenza elettrica dei miscugli delle amalgame liquide di *zinco*, *stagno* e *piombo*, nella fiducia che essi abbiano qualche interesse.

« 2. Le amalgame vennero formate nella proporzione di una quantità di Zn, Sn e Pb corrispondente al peso molecolare in grammi, od a frazioni molto semplici di questo, dei rispettivi metalli, disciolta sempre in 10000 grammi di mercurio (1). Esse dapprincipio le preparavo fuori dell'aria, soffiando sulla parete di un tubo di vetro, chiuso ad un estremo, due bolle, nell'una delle quali ponevo il mercurio e nell'altra il metallo da discioglierví, e suggellando alla fiamma il tubo stesso, dopo avervi operata la rarefazione. Così preparato il tubo, il mercurio era fatto passare dall'una bolla nell'altra. Ma trovai di poi che trascurabile affatto era la quantità di ossido che si formava ancorquando si operasse in presenza dell'aria, se, lasciato cadere sul mercurio, contenuto in una boccetta, il metallo da discioglierví e tappata bene la boccetta stessa, si aveva la cura di non agitare il liquido e la pazienza di aspettare due o tre giorni, perchè il metallo si diffondesse uniformemente nel mercurio.

« I miscugli poi furono preparati nello stesso modo che le amalgame, disciogliendo nel mercurio i metalli, a due od a tre riuniti, nelle opportune proporzioni, in modo che le soluzioni risultanti corrispondessero alle miscele che si sarebbero ottenute mescolando fra di loro a due a due od a tre a tre le amalgame semplici dei diversi metalli, e di un determinato titolo nelle proporzioni in peso che a quel titolo stesso corrispondevano.

« 3. Il mercurio, di cui impiegai circa 130 grammi per ogni amalgama, ed i metalli, nelle debite proporzioni, vennero pesati sovra una bilancia resa sensibile al decimo di milligrammo, e fu applicata ad ogni pesata la correzione rispetto alla sospinta dell'aria, ciascuna volta che tale correzione potesse variare la quinta cifra decimale. I pesi della scatola erano stati diligentemente corretti e riferiti al chilogrammo tipo in platino.

« 4. Per sottoporre le amalgame alla misura della resistenza elettrica seguii il metodo usato da Siemens per preparare un campione di resistenza mediante un cannello di mercurio. E per questo ho scelto un cannello capillare di vetro, di cui la lunghezza l_0 a 0° era di mm. 499,99 ed il rapporto a fra la massima e la minima sezione di 1,0662. Le misure furono eseguite colla macchina divisoria, disponendo il cannello, per maggiore sicurezza, sovra un metro campione, diligentemente studiato dal Carlini per commissione del prof. Belli.

« Il cannello poi a 0° conteneva un peso p_0 di mercurio eguale a milligr. 1312,19, dedotto da cinque prove, ed aveva quindi un raggio r_0 di

(1) I metalli puri, Zn, Sn e Pb, me li ha forniti il dott. Th. Schuchardt di Görlitz, ed il mercurio l'ho purificato trattandolo dapprima con una soluzione satura di bicromato potassico, acidata fortemente con acido solforico, ed agitando di tratto in tratto la poltiglia per una settimana; di poi, sebbene fosse reso per tal via pulitissimo, lavandolo ripetutamente ancora, secondo l'usato, coll'acido nitrico diluito ed in seguito con molt'acqua, distillata appositamente sul permanganato di potassa. Infine venne con ogni cura essiccato.

mm. 0,247. In seguito, a questo cannello, rottosi dopo la 43ª esperienza, venne surrogato un secondo, di cui le analoghe misure, pure accuratamente stabilite, erano $l_0 = 501{,}454$ mm. , $a = 1{,}0463$, $p_0 = 1428{,}76$ mgr. , $r_0 = 0{,}258$ mm.

« Alle due estremità del cannello vennero impegnati, mediante tappi di gomma, due tubi piegati ad angolo retto, di ben 10 mm. di diametro, nell'uno dei quali era versata l'amalgama da studiare. Però questa, mentr'era versata dalla boccetta, ov'era stata preparata, entro il tubo, attraversava un breve cannello capillare, applicato con un tappo alla boccetta stessa, per impedire con siffatta filtrazione che passasse nel tubo quel legger velo d'ossido, che poteva essersi formato. Nello stesso tempo poi il versamento restava regolato in modo che, quando il liquido aveva vinto la resistenza capillare ed incominciava ad attraversare il cannello, vi si muoveva sino alla fine con moto abbastanza lento ed uniforme. Per cui non mi occorse che una sola volta, in tutte le esperienze, di dover rifare il riempimento del cannello, chè sempre riuscì perfettamente tenuto da una colonnina continua e speculare in ogni suo punto. Però il cannello per ogni esperienza veniva dapprima lavato cinque volte con acqua regia, di fresco preparata, spingendovene attraverso ben 25 cc. per ogni volta colla pressione di un'atmosfera, e di poi ripetutamente con molt'acqua distillata. Veniva infine asciugato col spingervi attraverso per una buona mezz'ora, mentr'era leggermente riscaldato, una corrente d'aria, la quale prima di giungere al cannello, attraversava una serie di tubi d'essicamento.

« 5. Nella determinazione della resistenza ho seguito il metodo del galvanometro differenziale, usando dello squisito galvanometro Weber a riflessione, che già mi servì assai bene in un'altra ricerca, ov'ebbi bisogno di molta sensibilità (Nuovo Cimento, ser. 3ª, vol. XIV, XV. 1884).

« La corrente era data da una pila Daniell di grande modello, preparata due giorni prima di essere usata e tenuta a circuito aperto. Dopo una settimana, da che era impiegata, la pila veniva sostituita da un'altra, egualmente preparata. Così durante le esperienze il galvanometro deviò costantemente di circa 5 divisioni della scala per 1 mm. di filo del reocordo, introdotto od escluso del circuito.

« Nell'uno dei rami derivati del circuito era inserito il cannello di resistenza da esaminare mediante due cilindretti di rame, di 3,5 mm. di diametro, rivestiti di un inviluppo di paraffima verso le estremità, meno che per breve tratto ai capi, i quali erano perfettamente amalgamati e destinati a pescare, sempre nella stessa misura, da una banda nei tubi impegnati all'estremità del cannello, dall'altra nei due bicchierini di mercurio, dei quali mi servivo per introdurre od escludere il cannello dal circuito. Il cannello poi, già preparato per l'esperienza, era riposto in una cassetta di latta, munita di grata per lo scolo dell'acqua, e circondato, insieme coi tubi laterali, di ghiaccio fondente, nel quale, prima dell'esperienza, era lasciato non meno di un' ora.

« Nell'altro ramo derivato del circuito erano inseriti alcuni rocchetti di resistenza e un reocordo, munito di nonio. Il filo teso sul reocordo, fornitomi dal Breguet di Parigi, era di argentana e del diametro di 1 mm. Esso fu accuratamente calibrato di 5 in 5 cm. per più volte col metodo usato da Rowland per la calibrazione dei termometri, descritto nel suo classico lavoro sull'equivalente meccanico del calore [1] ed applicato dall'Ascoli alla calibrazione di un filo elettrico (Rendiconti della r. Accad. dei Lincei, vol. I, fasc, 7°, 1885). Coi dati costrussi la curva di correzione, nel modo pure suggerito dal Rowland ed usato dall'Ascoli, la quale risultò regolarissima, sebbene 1 mm. del filo del reocordo fosse rappresentato da 1 cm. sulla carta millimetrata. Anche i rocchetti di resistenza erano di filo d'argentana (diam. 0,6 mm.), e me ne preparai quattro della resistenza rispettiva di circa 10, 20, 40 e 50 cm. di filo.

« 6. Tanto del filo teso sul reocordo che dei due rocchetti e dei due cilindretti di rame determinai con cura la resistenza mediante un campione d'unità Ohm, costruita dalla Casa Breguet, che confrontai poi coll'uno e coll'altro cannello, preparati col mercurio. L'unità Ohm porta il coefficiente di resistenza per la temperatura di 0,00044, cioè quello dell'argentana, e può essere posta in un bagno d'acqua. Per la temperatura del filo del reocordo e dei rocchetti disposi un termometro lungo il primo ed un altro frammezzo ai secondi.

« Risultò che la resistenza dell'unità Ohm, dei due cilindretti di rame insieme, e dei rocchetti di 10, 20, 40 e 50 cm. di filo equivaleva rispettivamente a 0^0 a quella di 290,262, 0,838, 50,703, 101,885, 207,288, 262,238 cm. del filo del reocordo, pure a 0^0; la resistenza poi del 1° e 2° cannello di mercurio corrispondeva a 0^0 a quella di 710,889 e 655,594 cm. dello stesso filo del reocordo, cioè a 2,4491 e 2,2586 unità Ohm rispettivamente; mentre il calcolo, stabilito colla relazione:

$$\text{(a)} \qquad \frac{(l_0+r_0)^2 d}{1000 p_0} \quad \frac{1+\sqrt{a}+\sqrt{a}}{3}^{\frac{1}{}} \quad \frac{1}{1{,}06} \Bigg\} \; d = 13{,}596$$

diede quest'altri due numeri: 2,4473 e 2,2601, i quali differiscono assai poco dai precedenti, quando si consideri che per compensare la resistenza dei cannelli dovevano essere introdotti, insieme all'unità Ohm, tre rocchetti almeno e parte del reocordo, e che pertanto qui vi sono riuniti gli errori d'esperienza di parecchie misure, nell'ipotesi eziandio che i valori numerici posti nella relazione (a) fossero tutti esatti.

« 7. Ed ora qui darò sommariamente i risultati della presente ricerca, essendo essi altrove esposti per esteso.

« E ricordo innanzitutto come Matthiessen e Vogt (Pogg. Ann., vol. CXVI, 1862) trovassero che *la conducibilità del mercurio, quand'esso è in*

[1] *On The Mechanical Equivalent of Heat with subsidary Researches on the variation of the Mercurial from the Air Termometer, and on the variation of the specific Heat of Water.* — Memoria presentata nel 1879 all'Accad. americana di scienze in Boston, cui lessi per la cortesia del prof. F. Rossetti.

lega con un altro metallo, che non sia lo zinco, l'argento o l'oro, è maggiore o minore della media delle conducibilità dei volumi relativi dei metalli associati, secondo che il mercurio sia in lega con piccole o con grandi quantità dell'altro metallo.

« Ma questa regola non può aver valore perchè: 1°) tre sopra sei dei metalli esaminati da Matthiessen e Vogt fanno eccezione; 2°) per lo stagno ed il piombo, ad esempio, dovrebbero essere *piccole* le quantità di 0,4 ed 1,6 per 100 di mercurio rispettivamente, e *grandi* invece quelle di 0,5 ed 1,7; 3°) la media aritmetica delle conducibilità dei volumi relativi dei metalli associati non tiene conto della variazione di volume che accompagna la formazione dell'amalgama.

« Mentre, se poniamo a confronto la resistenza osservata delle amalgame con quella calcolata mediante la media aritmetica delle resistenze dei rispettivi pesi dei metalli allegati, troviamo che in ogni caso i valori osservati sono più piccoli di quelli calcolati, e più particolarmente che *la resistenza del mercurio, quand'esso s'allega a piccole quantità di un altro metallo, corrispondenti circa alla metà di quella che rende saturo il mercurio a 0°, decresce molto più rapidamente che non quando esso è in lega con quantità più grandi; e per le piccole quantità la variazione della resistenza si può senz'altro ritenere proporzionale alle quantità stesse: e tale proporzionalità poi, sebbene con minore approssimazione, ha luogo ancora per le quantità superiori a quella che rende satura l'amalgama a 0°; mentre, per le quantità intermedie a queste due, la variazione è fatta per gradi non costanti, più o meno rapidi secondo il metallo allegato.*

« E questo risulta dalle due tabelle seguenti, delle quali la prima fu calcolata sui valori di conducibilità dati da Matthiessen e Vogt (loco citato) e la seconda composta coi risultati che ottenni in questa ricerca [1]:

Peso del metallo su 100 di Hg.	Zinco		Stagno		Piombo	
	resist. osserv.	resist. calcol.	resist. osserv.	resist. calcol.	resist. osserv.	resist. calcol.
0,1	0,9849	0,9991	0,9881	0,9991	0,9943	0,9992
0,2	0,9711	0,9981	0,9736	0,9983	0,9885	0,9980
0,5	0,9328	0,9953	0,9464	0,9957	0,9722	0,9960
1,0	0,8763	0,9907	0,9252	0,9915	0,9491	0,9921
2,0	0,8042	0,9815	0,8857	0,9831	0,9321	0,9844
4,0	0,7483	0,9638	0,8286	0,9669	0,9189	0,9695

[1] La resistenza delle amalgame è riferita a quella del mercurio presa come unità, ed i numeri della 1ª tabella corrispondono alla temperatura di 13°; quelli della 2ª alla temperatura di 0°.

Frazione del peso molec. del metallo su 1000 di Hg.	Zinco			Stagno			Piombo		
	peso del met. su 100 di Hg.	resist. osservata	resist. calcolata	peso del met. su 100 di Hg.	resist. osservata	resist. calcolata	peso del met. su 100 di Hg.	resist. osservata	resist. calcolata
$^1/_8$	—	—	—	0,1475	0,9814	0,9987	0,25875	0,9835	0,9979
$^1/_4$	0,1625	0,9748	0,9985	0,295	0,9646	0,9974	0,5175	0,9701	0,9959
$^1/_2$	0,3250	0,9523	0,9969	0,590	0,9464	0,9949	1,0350	0,9533	0,9918
$^3/_4$	—	—	—	0,885	0,9347	0,9924	1,5525	0,9441	0,9877
1	0,650	0,9101	0,9939	1,18	0,9228	0,9890	2,07	0,9380	0,9838
$^3/_2$	0,975	0,8734	0,9909	—	—	—	—	—	—

« 8. Così, se si prendessero in esame i miscugli per confrontare i valori *osservati* della loro resistenza a 0° coi valori *calcolati* mediante la media aritmetica delle resistenze dei pesi dei rispettivi metalli associati, si troverebbe ancora che i valori *osservati* sono in ogni caso inferiori ai valori *calcolati* e che le differenze si conservano proporzionali alle quantità in peso dei metalli disciolti, finchè queste quantità sono *piccole*, per crescere di poi con un rapporto viemmeno rapido di quello dei pesi, com'era appunto delle amalgame semplici; se non che qui la variazione è molto più regolare.

« Ma fermiamo l'attenzione sulla tabella qui sotto, nella quale i valori di R_s danno le differenze, in centimetri del filo del reocordo a 0°, fra la resistenza del mercurio e quella delle amalgame, segnate nella prima colonna, mentre quelli di R_m, corrispondenti alle amalgame complesse, rappresentano la media aritmetica dei valori R_s delle relative amalgame semplici, onde le complesse sono formate:

Amalgame	$Zn^{\frac{1}{4}}\ Sn^{\frac{1}{8}}\ Pb^{\frac{1}{8}}$			$Zn^{\frac{1}{2}}\ Sn^{\frac{1}{4}}\ Pb^{\frac{1}{4}}$			$Zn^{1}\ Sn^{\frac{1}{2}}\ Pb^{\frac{1}{2}}$		
	Rs	Rm	Δ	Rs	Rm	Δ	Rs	Rm	Δ
Hg Zn	16,490	—	—	33,940	—	—	63,934	—	—
Hg Sn	12,185	—	—	25,148	—	—	38,095	—	—
Hg Pb	10,793	—	—	21,247	—	—	33,184	—	—
Hg (Zn Sn)	14,330	14,338	—0,008	29,732	29,544	+0,188	54,752	51,015	3,737
Hg (Zn Pb)	13,279	13,642	—0,363	27,755	27,594	+0,161	51,973	48,559	3,414
Hg (Sn Pb)	11,219	11,489	—0,270	23,144	23,198	—0,054	42,051	35,640	6,411
Hg (Zn Sn Pb)	12,859	13,156	—0,297	26,984	26,778	+0,206	49,519	45,071	4,449
Hg (Zn Sn Sn)	13,566	13,620	—0,054	28,282	28,079	+0,203	50,999	46,708	4,291
Hg (Sn Sn Pb)	11,394	11,721	—0,327	23,797	23,848	—0,051	42,490	36,438	6,052
Hg (Sn Pb Pb)	10,859	11,257	—0,398	22,514	22,547	—0,033	40,434	34,821	5,613

« Si rileva in primo luogo come le differenze $\Delta = R_s - R_m$ siano tutte negative ed abbastanza piccole, quando le quantità in peso dello Z_n, S_n, P_b allegate col mercurio siano rispettivamente $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ ed $\frac{1}{8}$ dei loro pesi molecolari, e come tali differenze poi sieno più piccole ancora delle precedenti ed in parte positive, in parte negative, quando le amalgame contengano rispettivamente $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ ed $\frac{1}{4}$ del peso molecolare dei metalli stessi; mentre per proporzioni più grandi di quest'ultime si presentino tutte con valori positivi, i quali, come altrove è provato, vengono sempre più crescendo col crescere delle quantità in peso dei metalli e con una legge più rapida di queste stesse quantità.

« Per cui, se diciamo *corrispondenti* quelle amalgame semplici, che sono formate col disciogliere una quantità tale del peso molecolare dei rispettivi metalli liberi in una medesima quantità di mercurio, eguale per tutte, per modo che le costanti fisiche dei loro miscugli, ottenuti con parti aliquote delle amalgame stesse, presentino lo stesso valore che la media aritmetica dei valori analoghi delle amalgame semplici, onde il miscuglio è costituito, possiamo dire che per la resistenza elettrica a 0° sono *corrispondenti* le amalgame

$$Hg^{100}\,Zn^{1}\,,\quad Hg^{100}\,Sn^{\frac{1}{2}}\,,\quad Hg^{100}\,Pb^{\frac{1}{2}}\,.$$

« 9. In secondo luogo, come pei miscugli delle soluzioni dei sali affini, così anche per i miscugli delle amalgame si verifica con sufficiente approssimazione che *le variazioni nella resistenza elettrica, cui un' amalgama produce in altre due, differiscono fra di loro di una grandezza eguale alla variazione che quest'altre due producono fra di loro; e quelle, che due amalgame determinano sovra una terza, differiscono fra di loro di una grandezza eguale alla variazione che le due amalgame determinano l'una sull' altra di esse;* come appare dal seguente esempio, dove gli indici 1, 2, 3 si riferiscono rispettivamentq alle Zn, Sn e Pb:

	$r_1 - r_{13}$	$r_1 - r_{12}$	diff.	$r_2 - r_{23}$
$Zn^{\frac{1}{4}}\,Sn^{\frac{1}{8}}\,Pb^{\frac{1}{8}}$	3,211	2,160	1,051	0,966
$Zn^{\frac{1}{2}}\,Sn^{\frac{1}{4}}\,Pb^{\frac{1}{4}}$	6,185	4,208	1,977	2,004

« Però la regola ha luogo soltanto per le amalgame formate con $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ ed $\frac{1}{8}$ e con un $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ ed $\frac{1}{4}$ del peso molecolare dei metalli allegati col mercurio, e per quantità in peso più grandi, come 1, $\frac{1}{2}$ ed $\frac{1}{2}$, non si verifica più.

« Infine per queste amalgame si avvera ancora l'altra regola, incontrata nello studio dei miscugli delle soluzioni saline, che *la variazione prodotta da un' amalgama sul miscuglio di altre due è eguale ad* $\frac{1}{3}$ *della*

somma delle variazioni che questa amalgama determina separatamente sull'altre due del miscuglio: e la regola vale ancorquando l'amalgama da unirsi al miscuglio sia eguale ad una delle due amalgame del miscuglio stesso, come risulta dai due esempî seguenti:

	$Zn^{\frac{1}{4}} Sn^{\frac{1}{8}} Pb^{\frac{1}{8}}$	$Zn^{\frac{1}{2}} Sn^{\frac{1}{4}} Pb^{\frac{1}{4}}$		$Zn^{\frac{1}{4}} Sn^{\frac{1}{8}} Pb^{\frac{1}{8}}$	$Zn^{\frac{1}{2}} Sn^{\frac{1}{4}} Pb^{\frac{1}{4}}$
$r_{12}-r_{123}$	$= 1,471$	$= 2,748$;	$\frac{1}{3}\{(r_1-r_{13})+(r_2-r_{23})\}$	$= 1,392$	$= 2,730$
$r_{23}-r_{233}$	$= 0,360$	$= 0,677$;	$\frac{1}{3}\{(r_2-r_{23})+(r_3-r_3)\}$	$= 0,322$	$= 0,652$

« Per cui, posto che la regola, come per i miscugli delle soluzioni saline, continui ad aver luogo anche per miscugli più complessi, se diciamo K_{pq} un coefficiente definito, come il coefficiente di contrazione delle soluzioni saline, dalla relazione

$$K_{pq} = \frac{r_{pq}}{\frac{1}{2}(r_p + r_q)} - 1,$$

possiamo compendiare i fatti or ora discorsi colla relazione

$$\text{(I)} \quad r_{12\cdots n} = \frac{1}{n}\sum_{1}^{n} r + \frac{\frac{1}{2}(r_1+r_2)K_{12}}{1} + \frac{\frac{1}{2}(r_1+r_3)K_{13}+\frac{1}{2}(r_2+r_3)K_{23}}{1+2} + \cdots$$
$$+ \frac{\frac{1}{2}(r_1+r_n)K_{1n}+\frac{1}{2}(r_2+r_n)K_{2n}+\cdots+\frac{1}{2}(r_{n-1}+r_n)K_{n-1n}}{1+2+\cdots+n-1}$$

la quale permette di calcolare la resistenza di un miscuglio d'ordine qualunque colla sola conoscenza delle resistenze delle amalgame semplici e dei coefficienti K dei loro miscugli binarî.

« 10. Cosicchè, riassumendo le cose sopra riferite, si può dire che:

« 1° I metalli in lega col mercurio ne diminuiscono sempre la resistenza, e: a) *con molta rapidità e proporzionalmente alla loro quantità disciolta, fino a che quella non eccede la metà circa di quella che rende satura a 0° l'amalgama;* b) *per gradi non costanti, ma sempre meno rapidi fino al punto di saturazione;* c) *con minor rapidità del primo caso, ma presso che ancora proporzionalmente alle quantità del metallo allegato, quando l'amalgama è più che satura.*

« Cosicchè il metallo allo stato perfettamente solido e fluido determina variazioni di resistenza nel mercurio che sono proporzionali alle quantità in peso; nel primo caso però sono molto più piccole che non nel secondo;

« 2° *Dei diversi metalli vi sono proporzioni tali, espresse da frazioni molto semplici dei loro pesi molecolari, che, disciolte in un' eguale e determinata quantità di mercurio, danno amalgame* corrispondenti:

« 3° *Per i miscugli delle amalgame, formate colle piccole quantità dei metalli allegati, ha luogo la relazione* (I) *del numero precedente.*

Appendice. — Aggiungo che determinai la densità a 0°, il coefficiente di dilatazione fra 0° e 25° e l'indice di rifrazione a 4°,5 dei tre liquidi isomeri, l'*aldeide propilica,* l'*alcole allilico* e l'*acetone acetica,* non che dei

loro miscugli, stimando ch' essi dovessero essere fra di loro *corrispondenti*, mentre nessuna relazione si presentò fra le costanti fisiche dei liquidi primitivi e quelle dei loro miscugli ».

Chimica. — *Sul comportamento del metilchetolo* (*α metilindolo*) *e sulla formola di costituzione del pirrolo.* Nota di GIACOMO CIAMICIAN, presentata dal Socio CANNIZZARO [1].

« In una Nota pubblicata l'anno scorso nei Rendiconti di questa Accademia *Sulla costituzione del pirrolo* [2], io ho sottoposto ad un accurato esame le due formole che vengono attualmente impiegate per esprimere la costituzione di questa sostanza, e sono arrivato alla conclusione che tutte e due potevano ugualmente servire a spiegare i fatti bene stabiliti allora conosciuti.

« Io feci però notare in quell'occasione che se esistono realmente, come si suole ammettere, delle relazioni fra l'indolo ed il pirrolo, queste richiedono di preferenza la formola di Baeyer.

« Nella presente Nota io accennerò brevemente ad esperienze che, sebbene non sieno ancora condotte a termine, pure contribuiscono molto a rendere probabile l'esistenza di una tale relazione.

« Sebbene l'analogia fra il pirrolo e l'indolo non sia stata finora dimostrata sperimentalmente, pure si conoscono già alcuni fatti che non sarà inutile qui ricordare. Oltre alla ben nota reazione del fuscello d'abete umettato con acido cloridrico che hanno in comune una gran parte dei derivati del pirrolo con quelli dell'indolo, merita essere posto in rilievo il fatto che il metilchetolo [3] dà per riduzione una base energica che sarebbe da paragonarsi ad una metilpirrolidina; inoltre sembra che l'indolo dia con l'anidride acetica, come il pirrolo, due derivati acetilici [4] di cui uno potrebbe essere di natura chetonica come il pirrilmetilchetone; si sa infatti che l'acetilmetilchetolo [5] non viene decomposto dalla potassa, ma soltanto dall'acido cloridrico concentrato.

« La prova migliore per dimostrare il nesso esistente fra il pirrolo e l'indolo sarebbe senza dubbio la trasformazione di quest'ultimo o d'un suo derivato in un acido pirroldicarbonico; siccome però una tale reazione non è facilmente effettuabile, io mi sono proposto di trattare la questione da un altro punto di vista, in seguito al seguente ragionamento. Se realmente il pirrolo e l'indolo stanno fra di loro nello stesso rapporto che esiste fra la

(1) Lavoro eseguito nel R. Istituto chimico di Roma.
(2) Rendiconti 1885 (ferie accademiche).
(3) Jackson, Berl. Ber. XIV, 883.
(4) Baeyer, Berl. Ber. XII, 1314.
(5) Jackson, Berl. Ber. XIV, 883.

piridina e la chinolina, dovrebbe essere possibile di trasformare l'indolo in un derivato di quest'ultima, con delle reazioni simili a quelle che permettono di ottenere dei derivati piridici partendo dal pirrolo. Questa idea è stata già espressa alcuni anni fa in una Memoria pubblicata negli Atti di questa Accademia da me assieme al dottor Dennstedt (1); la difficoltà di procurarsi il materiale necessario a queste esperienze, ne ha ritardato fino ad oggi l'esecuzione.

« In seguito alle brillanti sintesi di derivati dell'indolo pubblicate recentemente da Emilio Fischer (2), sono ora in grado di riferire sopra alcune esperienze che io ho fatto assieme al sig. Magnanini.

« Il metilchetolo, che fu da noi prescelto come quel derivato dell'indolo, che si può ottenere più facilmente, si trasforma tanto per azione del cloroformio, che col riscaldamento con acido cloridrico in derivati della chinolina. Riscaldandolo per es. in tubi chiusi con acido cloridrico a 200-220°, si ottiene una base secondaria, che molto probabilmente non è altro che una diidrochinolina. Questa reazione è, come si vede, del tutto analoga alla trasformazione, scoperta da me assieme al dottor Dennstedt, del trimetilpirrolo in diidrolutidina per azione dell'acido cloridrico (3), ed alle trasformazioni di parecchi altri derivati pirrolici in composti idrogenati della serie piridica, che Dennstedt e Zimmermann (4) hanno ultimamente potuto effettuare per l'istessa via.

« Farò ancora notare che il metilchetolo, e sebbene meno facilmente, anche l'indolo, danno tutte le reazioni caratteristiche del pirrolo che furono ultimamente indicate da V. Meyer ed in parte anche da me assieme al dottor Silber. Coll'isatina e col fenantrenchinone il metilchetolo dà in soluzione acetica per aggiunta di alcune goccie di acido solforico, delle colorazioni violette o rosse: col gliossal si ottiene in soluzione acetica subito una bella colorazione rosso-porpora, col chinone una bellissima colorazione azzurra, senza l'aggiunta di acido solforico.

« Non mancherò di ritornare su questo argomento quando saranno condotte a termine le esperienze qui accennate; credo però che fin d'ora si possa considerare come meglio corrispondente ai fatti, quella formola del pirrolo che serve maggiormente a mettere in rilievo le analogie che questo corpo dimostra di avere coll'indolo ».

(1) *Studi sui composti della serie del pirrolo.* Parte II. *Trasformazione del pirrolo in piridina,* 1882.

(2) Liebig's, Ann. d. Chemie 236, 116.

(3) *Sopra un nuovo omologo del pirrolo contenuto nell'olio di Dippel.* R. Acc. dei Lincei, Transunti, V, 1881.

(4) Berl. Ber. XIX, 2196, 2199.

Chimica. — *Sintesi del Pirrolo*, Nota di GIACOMO CIAMICIAN e PAOLO SILBER, presentata dal Socio CANNIZZARO [1].

« Alcuni anni fa abbiamo dimostrato che per azione dell' acido acetico diluito sul percloruro di percloropirocolla [2] si ottiene facilmente l' imide dell'acido bicloromaleico. In seguito abbiamo trovato che si ottiene abbondantemente la bibromomaleinimide, facendo agire il bromo in soluzione alcalina sul pirrolo [3]. Questi risultati ci indussero a tentare la trasformazione dei derivati alogenati dell'imide maleica in pirrolo, e realmente siamo riusciti alcuni anni fa ad ottenere il tetracloropirrolo dell'imide bicloromaleica. [4].

« Già nel 1880 Ch. Bell [5] distillando l'imide succinica sulla polvere di zinco osservò la formazione di piccole quantità di pirrolo e più tardi Bernthsen [6] accennò ai prodotti che si ottengono dalla succinimide per azione del pentacloruro di fosforo. Però questa sostanza male si presta a questo genere di reazioni, mentre invece avviene molto facilmente la sostituzione del cloro all' ossigeno, se, come noi abbiamo trovato, si trasforma prima, per azione del cloro, l' imide succinica in imide bicloromaleica. Questa sostanza dà nettamente per azione del pentacloruro di fosforo un percloruro della formola C_4Cl_7N, dal quale, coll'idrogeno che si svolge dall'acido acetico e zinco si ottiene il tetracloropirrolo senza difficoltà.

« Ci restava ancora a fare l'ultimo passo, cioè ad eliminare il cloro in quest'ultimo composto per trasformarlo in pirrolo. I tentativi fatti allora di ridurre il tetracloropirrolo non condussero a risultati soddisfacenti, perchè dovendo per la speciale natura del pirrolo, escludere i riducenti acidi, si ebbero dei prodotti in cui il cloro non era completamente eliminato.

« Ultimamente la fabbrica di prodotti chimici di Kalle e C. a Biebrich sul Reno, ottenne la privativa per un processo, scoperto nell'istessa fabbrica dal dott. E. Hepp, che permette di trasformare il tetracloropirrolo ed il tetrabromopirrolo nel composto jodurato corrispondente. Lo scambio del cloro col jodio avviene facilmente e completamente, se si fa bollire in un apparecchio a ricadere il tetracloropirrolo colla quantità necessaria di joduro di potassio in soluzione alcoolica.

« Questi risultati ci indussero a riprendere i nostri studî suaccennati,

(1) Lavoro eseguito nel R. Istituto chimico dell'Università di Roma.

(2) *Studî sui composti della serie del pirrolo.* Parte V. *I derivati dalla pirocolla* 1883.

(3) *Sull'azione degli alogeni sul pirrolo in presenza di idrati alcalini,* Rendiconti I, 677.

(4) *Sopra alcuni derivati dell'imide succinica,* Transunti 1884.

(5) Berl. Ber. XIII, 877.

(6) Berl. Ber. XIII, 1048.

perchè non ci sembrò improbabile che le reazioni che si mostrarono insufficienti ad eliminare completamente il cloro nel tetracloropirrolo potessero servire a ridurre il tetrajodo-composto.

« Le nostre previsioni furono realmente confermate dall'esperienza; il tetrajodopirrolo si riduce completamente se lo si riscalda con polvere di zinco in soluzione alcalina. Per ottenere facilmente una soluzione alcalina di jodolo si scioglie questo composto in potassa alcoolica e si riprende con acqua il residuo avuto scacciando l'alcool a b. m.. Trattando questa soluzione con un eccesso di potassa concentrata e con polvere di zinco in un apparecchio a ricadere, avviene una viva reazione durante la quale si svolge dell'ammoniaca. Per ottenere il pirrolo si distilla con vapore acqueo e si separa l'olio che passa assieme all'acqua nel modo ordinario. Il pirrolo fu riconosciuto al suo punto di ebollizione ed alle altre sue proprietà caratteristiche.

« Questa reazione per cui si può ottenere il pirrolo dal suo composto tetrajodurato, dà col tetracloropirrolo e col tetrabromopirrolo dei prodotti alogenati oleosi, più pesanti dell'acqua; che si decompongono violentemente se si cerca di distillarli. Noi speriamo di potere fra breve stabilire la composizione di queste sostanze.

« La trasformazione della succinimide in pirrolo può dunque ora compiersi senza difficoltà, mediante una serie di reazioni nette e bene definite. I prodotti di queste trasformazioni successive sono i seguenti:

Imide succinica, *Imide bicloromaleica* $\left(\begin{array}{l} CCl-CO \\ \| \\ CCl-CO \end{array}\!\!>NH\right)$,

Percloruro di tetracloropirrolo $\left(\begin{array}{l} CCl_2-CCl_2 \\ | \\ CCl_2-CCl \end{array}\!\!>N\right)$, *Tetracloropirrolo*, *Tetrajodopirrolo*, *Pirrolo*.

« Per ultimo faremo ancora notare che dalla stessa sostanza, che può servire come punto di partenza per la sintesi del pirrolo, il cianuro di etilene, si può ottenere mediante le interessanti esperienze di A. Ladenburg, anche il pirrolo tetraidrogenato, la pirrolidina [1].

Meteorologia. — *Sulle due trombe dell'8 novembre 1886*. Nota del dott. A. Cancani, presentata dal socio Blaserna.

« La sera dell'8 novembre corrente due trombe formatesi assai probabilmente sul Mediterraneo, attraversarono la provincia romana nella direzione molto prossima al sud-nord. La prima imperversò nel territorio di Cervetri dalle 7 alle 7,30 pom., la seconda passò sulla via Ostiense all'11° Km.

[1] Berl. Ber. XIX, 782.

e precisamente su i prati di Spinaceto dalle 9 allo 9,30 pom. È da escludere il dubbio che sia stato un solo fenomeno o che siasi scisso in due, tanto per l'ora diversa quanto per la distanza delle due trajettorie superiore ai 30 chilometri.

« Siccome non è bene risoluta la questione del modo come questi fenomeni si producono, e per risolverla occorre indubbiamente che vengano notati nel più gran numero possibile, e colle loro circostanze più caratteristiche, così ho voluto prenderne nota onde contribuire all'incremento del materiale necessario.

« Le notizie più importanti da me raccolte sul luogo, in quanto alla prima sono le seguenti. Nella giornata dominò un forte libeccio, che, alla sera aumentando d'intensità, portò pochi goccioloni di pioggia e molta grandine, che nell'atto quasi di cessare fu seguita dalla tromba in discorso. Un lampeggiare continuato precedette il fenomeno di qualche ora, e non cessò che poco dopo il suo passaggio allorquando si rasserenò completamente il cielo. La tromba toccò il paese di Cervetri soltanto nell'angolo sud-ovest e continuando nella direzione di Oriolo Romano, che lasciò alla sinistra, giunse a Capranica di Sutri ove fece grandi danni, percorrendo così una linea di più di 40 Km. Sarebbe inutile che mi dilungassi a descrivere gli effetti più o meno disastrosi, che facilmente si possono immaginare. Così le centinaia d'alberi sradicati e abbattuti, le case scoperchiate ecc. Soltanto insisterò su alcuni danni speciali dal fenomeno prodotti, sia perchè possono dar lume sulla sua natura, sia perchè possono rettificare alcune idee che su di essa si sono diffuse.

« La tromba che per la gran vicinanza al mare in cui fu osservata fa supporre che da marina divenisse terrestre, attraversò la linea ferrata Roma-Civitavecchia al Km. 49,500 e precisamente il ponte in ferro sul fosso Sanguinara. I due cantonieri fra cui passò intesero un rumore così simile a quello del treno che, ingannati, uscirono dalle loro caselle, per dare il relativo segnale. Al di là del ponte abbattè molti alberi sul confine del Cerreto, e al di quà portò via solamente alcune tegole della vicina casetta per la presa d'acqua. I danni arrecati in questa prima località da me esplorata sono maggiori nella macchia posta all'ovest che non nella casetta posta all'est, e da questo si potrebbe trarre un primo indizio che la tromba avrebbe girato nel senso degli indici di un orologio, vale a dire, con linguaggio marinaresco, avrebbe avuto il suo semicerchio pericoloso alla sinistra e il semicerchio maneggevole alla destra di chi guarda nel senso del suo moto progressivo sud-nord. Questo modo di vedere viene oggi molto contrastato da alcuni che negano perfino l'esistenza dei due semicerchi pericoloso e maneggevole. Ma qui mi sono semplicemente proposto di registrare i fatti che altri a suo tempo discuterà.

« Si è parlato alcune volte di pavimenti sollevati in senso verticale, quasi da un risucchio prodotto dalla tromba. A Cervetri è avvenuto appunto il fatto che in un pavimento costruito in travi di ferro e volticelle, queste ne sono

state sollevate: ma qui è da notare che l'ambiente a piano terreno sottoposto a quel pavimento avea l'ingresso dalla parte da cui è venuto il turbine, ed un solido muro di contro. Di maniera che, evidentemente, l'aria cacciata e compressa entro quest'ambiente ha potuto sollevarne il soffitto. Questo fatto del sollevamento in senso perfettamente verticale e che è il più disastroso in fenomeni di simil genere, si è manifestato molte altre volte, così nell'uragano che imperversò nei territori di Velletri e Cori nell'agosto 1880, in quello terribile di Catania di circa due anni fa, ecc.

« Anche in Cervetri ho notato come i maggiori danni siansi avuti sul lato sinistro della zona percorsa dalla tromba, e ciò pure confermerebbe che il moto rotatorio sarebbe stato nel senso degli indici di un orologio, ma per quanto abbia esaminato in tutto il percorso del fenomeno da me seguito, dal ponte sul Sanguinara fino alla Necropoli etrusca, non mi è riuscito potere accertare dalla direzione in cui sono caduti gli alberi, il senso della rotazione. Poichè la più gran parte sono caduti in direzione sud-nord la minima parte in direzioni affatto confuse. Così sul fosso del Marmo, ove gli effetti sono stati più disastrosi, si trovano per un centinaio di metri parecchie decine di grossi alberi abbattuti e schiantati in tutte le direzioni.

« Varie persone non ostante l'ora già inoltrata della sera hanno potuto ben distinguere la forma solita della tromba, e due in Cervetri mi hanno assicurato di avervi visto dentro assai distintamente delle fiamme e di avere inteso un forte odore particolare a loro affatto sconosciuto. Dalle quali notizie si può arguire che la tromba, almeno nel momento in cui passava a Cervetri, fosse fortemente elettrizzata, e che il forte odore inteso fosse dovuto all'ozono formatosi.

« Riguardo alla seconda, altre notizie non ho potuto raccogliere che le seguenti. Essa investì un pagliaio a Mezzavia Ostiense, ne asportò una metà e proseguendo in direzione sud-nord incontrò a circa 2 Km. nei prati di Spinaceto un capannone di legno solidamente costruito, che guastò completamente e asportò in gran parte a qualche centinaio di metri. Tre cacciatori che erano entro la capanna appena inteso un gran sibilo della tromba che si approssimava, e vista spalancarsi la finestra si distesero immediatamente in terra e non appena erano giunti a nascondersi sotto alcune tavole un secondo colpo distrusse completamente la loro abitazione. Il fatto notevole da me rimarcato in quel luogo, e verificato anche dal mio collega dott. Agamennone, è stato il cambiamento brusco di direzione subìto dalla tromba dopo avere urtato la capanna, poichè dalla direzione sud-nord passò alla direzione sod-ovest nord-est.

« Queste meteore sono più frequenti di quello che comunemente si creda specialmente nella regione litoranea della provincia romana. Così un'altra da me notata (1) fu vista due anni or sono da Roma attraversare la campagna

(1) Boll. dec. del Coll. rom. 3ª dec. febb. 1884.

a poca distanza dalla seconda qui sopra descritta. E nel territorio di Cervetri spesso se ne vedono venire dal mare e guastarsi dopo pochi chilometri da che si sono internate nella spiaggia ».

MEMORIE
DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

E. Artini. *Natrolite della Regione veneta.* Presentata dal Socio Struever.
E. Stassano. *Il delta sommerso del Congo.* Presentata dal Segretario.

RELAZIONI DI COMMISSIONI

Il Socio Blaserna, a nome anche del Socio Cantoni, legge una relazione sulla Memoria del prof. Augusto Righi, intitolata: *Ricerche sperimentali intorno alla riflessione della luce polarizzata sulla superficie equatoriale di una calamita.* La relazione conclude coll'approvare l'inserzione del lavoro negli Atti accademici.

Le conclusioni della Commissione esaminatrice, poste ai voti dal Presidente, sono approvate dalla Classe, salvo le consuete riserve.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario Blaserna presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando quelle dei Socî seguenti:

E. Villari. *Sul potere emissivo delle scintille elettriche e sui varî aspetti che esse presentano in alcuni gas.*

L. von Kronecker. *Zur Theorie der elliptischen Functionen.*

Il Socio Razzaboni presenta, discorrendone, la propria pubblicazione: *Risultati di esperienze idrometriche sopra tubi addizionali conici divergenti,* e fa omaggio delle opere seguenti: *Lezioni sulla costruzione delle gallerie* dell'ing. G. Stabilini; *Sull' equilibrio molecolare* e *Sulla teoria delle travature,* del prof. S. Canevazzi.

Il Socio Betocchi offre all'Accademia, a nome del conte de Charencey una copia del *Cathecismo en lengua chuchona y castellana del P. B. Roldan.*

Il Socio Tacchini presenta la pubblicazione del prof. E. Millosevich: *Determinazione della latitudine del R. Osservatorio del Collegio romano,* e ne dà la seguente notizia:

« Le osservazioni in primo verticale vennero eseguite a mezzo di uno istrumento dei passaggi di Repsold della Commissione del Grado Europeo, gentilmente prestato dal comm. Schiaparelli. Il metodo impiegato fu quello di Bessel, della cui dimostrazione il prof. Millosevich s'intrattiene a lungo nella parte terza della sua Memoria. In questo metodo la declinazione delle stelle avendo un'importanza massima, si ricorse ai migliori cataloghi, cioè a quelli di Anwers, del Lewis Boss, del Safford e del Respighi.

« Le osservazioni vennero incominciate il 16 gennaio del 1886 e terminate col 21 giugno ultimo. I singoli valori ricavati dalle osservazioni sono in numero di 44, e la differenza fra il valore più alto e il più basso delle latitudini residuali per le otto stelle fondamentali impiegate è appena di 0″, 4

« Il medio aritmetico, tenuto conto del numero delle volte in cui si osservò la stessa stella, risultò di

$$(1) \qquad 41^{\circ}.\,53'.\,53'',46$$

e perciò la latitudine del cerchio meridiano dell' Osservatorio del Collegio romano diventa di

$$(1) \qquad 41^{\circ}.\,53'.\,53'',54 \pm 0'',03.$$

« Questo risultato differisce in meno di piccole quantità sui migliori valori della latitudine del nostro osservatorio citati nella Memoria; così ad esempio il Secchi con osservazioni dirette aveva trovato 41°. 53′. 53″, 73.

« Questo esperimento poi del Millosevich ha dimostrato ancor più come coll'uso di tali istrumenti e delle posizioni tanto migliorate delle stelle, con poche sere di osservazioni si possano ottenere risultati per esattezza comparabili ed anche superiori a quelli ricavati in passato con un ingente numero di osservazioni ».

CONCORSI A PREMI

La Classe, adunatasi in Comitato segreto, approva che il premio Carpi di L. 1000 pel biennio 1887-88, sia conferito alla migliore Memoria di *Embriologia* che verrà presentata all'Accademia prima del 31 dicembre 1888.

CORRISPONDENZA

Il Segretario Blaserna comunica la corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

Il R. Istituto lombardo di scienze e lettere di Milano; la R. Società astronomica di Londra; la Società Reale del Canadà, di Ottawa: la Società geologica di Edimburgo; la Biblioteca nazionale braidense di Milano; la R.

Biblioteca palatina di Parma; la Biblioteca comunale di Siena; la R. Università di Genova; la R. Università di Pavia; la Scuola d'applicazione per gl' ingegneri, di Torino; il R. Istituto tecnico superiore di Milano; l' Istituto geografico militare di Firenze; il Municipio di Fabriano.

Annunciano l'invio delle loro pubblicazioni:

L' Ufficio meteorologico di Londra e la R. Università di Tubinga.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

Seduta del 19 dicembre 1886.

G. Fiorelli Vice-Presidente

Aperta la seduta, il Presidente Brioschi, levatosi in piedi, legge la seguente Commemorazione del defunto Accademico, Marco Minghetti.

« Egregi Colleghi

« L'Accademia, la Classe di scienze morali, conoscono già il grave lutto che le affligge; non ho dunque la dolorosa missione di annunciarvelo. Permettete però questo conforto all'animo mio, che io, prima d'altri, qui, in questa Aula, dove ciascuno di noi ha potuto dal pallore del volto, dall'accasciato portamento, misurare il fatale progresso della crudele malattia che doveva troncar la sua esistenza, ed ammirare insieme la potenza della sua volontà, io vi parli di lui, di Marco Minghetti.

« La mia parola sarà sobria, e per molte ragioni. Innanzi tutto io non devo considerare in questa adunanza che il Socio dell'Accademia; in secondo luogo sebbene la molta varietà delle discipline, che formano argomento di scritti del compianto Collega, permetta anche a me di apprezzarne direttamente alcuno, pure sento che un esame, un giudizio complessivo sull'opera sua siccome scrittore, dev'essere riservata ad altri. Infine voi vorrete tenermi conto della brevità del tempo, ed ancora più del mio dolore per l'amico perduto.

« La manifestazione universale di cordoglio che da ogni terra italiana giunse in Roma all'annuncio della morte di Marco Minghetti, le commemorazioni che di lui pubblicarono i più importanti periodici di Europa, furono

specialmente dirette all'eminente uomo politico, all'eloquente oratore, all'illustre uomo politico, in una parola all'uomo di azione. Ma può egli esistere nei tempi moderni, azione, opera, efficace e duratura siccome quella compiuta dal Minghetti, senza essere preparata e sorretta di continuo da una vasta coltura e da una lunga meditazione?

« Chi, parlando o scrivendo di lui, porrà in luce questa parte meno nota della vita del Minghetti, chi lo mostrerà nella sua giovinezza, alieno da frivoli passatempi, tutto dedito agli studî classici, ai filosofici, agli economici, non avrà solo reso omaggio alla venerata memoria sua, ma avrà insieme additato alla gioventù italiana che sentesi attratta verso la vita pubblica un alto esempio, e indicatale la via a percorrere per rimanere in essa, come egli scriveva (1), avendo *per unica norma l'ossequio alla verità, e per unico fine il bene della patria.*

« Io non credo di aver potuto in questi pochi giorni raccogliere tutti gli scritti giovanili del Minghetti, e me ne duole giacchè sono essi che più specialmente avrei desiderato ricordare in questo momento. Però posso citarne due, i quali ritraggono maggiore importanza dal fatto che l'ordine di idee svolto nei medesimi esercitava non lieve influenza nella vita pubblica dell'autore.

« Appare dal primo di essi che il Minghetti all'età di circa ventisei anni recatosi in Inghilterra e fatta ivi dimora di vari mesi, abbia assistito ad una parte almeno della discussione nella Camera dei Comuni sulla riforma delle leggi frumentarie che porta il nome di Roberto Peel, ed abbia conosciuto gli uomini principali di quella lega fondata in Manchester che ne furono i promotori. Ritornato in patria leggeva il primo marzo del 1846 alla Società agraria di Bologna una estesa Memoria (2) intorno a quella riforma ed agli effetti che dalla medesima potevano derivare al commercio italiano. In essa dopo avere narrate storicamente le diverse fasi della politica economica inglese, dall'atto di navigazione al principio della riforma commerciale, egli espone alcuni suoi pensieri intorno la libertà di commercio che a me sembrano degni d'essere riferiti testualmente *Enunciando il principio della libertà del commercio io non voglio perciò inferire che debba essere prosciolto da ogni misura, e sempre e da per tutto, e senza alcuna riserva introdotto. Ogni libertà se non è ordinata al fine degenera in anarchia, ed è questo il problema più arduo e sovrano delle scienze sociali di conciliare l'ordine colla libertà. Per la qual cosa può essere utile in certi momenti e in alcuni casi speciali porre ai traffici regola e misura, e serbare nella nazione una industria anche più costosa perchè necessaria. Similmente non si vuol negare a certe manifatture incipienti, quando si*

(1) *Elogio di Gaetano Recchi,* letto alla Società agraria di Bologna il 7 marzo 1857.

(2) *Della riforma delle leggi frumentarie in Inghilterra e degli effetti che possono derivarne al commercio italiano,* 1 marzo 1846.

riconoscano appropriate al paese, lo aiutarle finchè abbiano pigliato saldezza. Da considerazioni politiche e morali verranno ancora argomenti a modificare i principî della economia, perchè le leggi della economia pubblica e tutte quelle che risguardano il ben essere materiale sono sottoposte in debita gerarchia alle leggi della Morale e della Politica e con queste hanno da concordarsi prima di essere poste in atto.

« Le quali ultime parole dimostrano che già fino d'allora il Minghetti meditava intorno a quelle attinenze della Economia pubblica colla morale e col diritto, le quali furono argomento del libro, pubblicato in Firenze nell'anno 1859, che rese tanto chiaro il suo nome.

« Ma oltre a quelle sane e temperate idee sulla libertà dei commerci, altri ammaestramenti egli portava dall'Inghilterra ai suoi concittadini intorno ai progressi della agricoltura. In una Memoria letta alla stessa Società di Bologna (1) egli espone con molta chiarezza e precisione, dimostrando le migliori qualità di un perspicace osservatore, ciò che aveva veduto colà in fatto di miglioramenti agricoli, le varie domande da lui rivolte agli agricoltori inglesi, e le risposte ottenutene; ponendo in maggior rilievo quegli esempi che potevano trovare applicazione nel nostro paese.

« Altri scritti concernenti l'agricoltura esistono del Minghetti ed il fermarcisi sopra non sarebbe vano giacchè coloro i quali ebbero qualche famigliarità con lui sanno come in certi momenti di stanchezza subito vinta, egli si sentisse attirato verso la vita dell'agricoltore. Singolare coincidenza. Nella commemorazione del conte Camillo di Cavour letta a Torino il 21 giugno 1886, giunto ad uno dei più gravi momenti della vita del grande Statista, così il Minghetti si esprimeva: *Intanto il Cavour usciva dal Ministero; ma cercava inutilmente la quiete in geniali viaggi, o nelle cure tanto dilette dell'agricoltura; oggimai non poteva posare che nell'adempimento del gran disegno che gli stava riposto nel profondo dell'animo.*

« Dissi poc'anzi come gli anni giovanili del Minghetti fossero in molta parte dedicati agli studî letterari e filosofici. Della estensione e profondità di questi studî ne fanno testimonianza tutti i suoi scritti posteriori; ma già da alcune meno note scritture di quella prima età può arguirsi quanto fosse in lui vivo l'amore del sapere.

« Citerò due fra esse, forse le prime, giacchè dettate a diciotto od a dicianove anni. Il professor Paolo Costa, noto in allora pel suo libro: *Della Sintesi e della Analisi*, nel quale, così scrive il Minghetti, *messi in aperto gli errori del Condillac e del Tracy, addimostrò il vero metodo di insegnamento essere il sintetico, cioè quello che prendendo a fondamento la esperienza e la osservazione, incomincia dai fatti più semplici, ed aggiungendo sempre nuovi elementi procede gradatamente alle cose più composte*

(1) *Di alcune novità agrarie in Inghilterra.* Discorso letto alla Società agraria di Bologna 1854.

assegnando a ciascuna un singolare vocabolo; aveva allargato il disegno di quel primo libro pubblicandone un secondo col titolo: *Del modo di comporre le idee e di contrassegnarle cen vocaboli precisi, e delle forze e dei limiti dell'umano intelletto.* Di questa opera, la quale sotto modesto titolo, comprendeva le varie parti di un trattato di filosofia, il Minghetti facea un accurato e dotto esame in un articolo pel giornale dei letterati di Pisa, pubblicato nell'anno 1837 (1).

« Nell'anno successivo, la pubblicazione di un dramma del sig. marchese Biondi intitolato: *Dante in Ravenna*, dava a lui occasione di esporre, insieme ad osservazioni critiche sul dramma, alcuni suoi pensieri rispetto alla imitazione degli antichi nel dramma moderno (2).

« Io devo necessariamente limitarmi a ricordare queste scritture giovanili, ma se il ricordo potesse invogliare alcuno alla loro lettura, troverebbe nell'una una coltura filosofica, nell'altra una coltura classica e letteraria, non solo non comùni, ma straordinarie in quella età.

« Più tardi è alla filosofia della storia che si dirige la mente del Minghetti, e nell' anno 1852 (3) adottando il metodo Galileano scrive un dialogo fra due interlocutori Eupronio e Carmo, il secondo dei quali ammette che da due secoli siavi costante progresso nelle scienze naturali e nelle matematiche, ma dubita forte dei vantati progressi nelle scienze umane e civili, mentre Eupronio essendo di opinione opposta sopra quest'ultimo punto chiede alla storia ed alla filosofia i migliori argomenti per convincere il suo interlocutore.

« Ed ancora di carattere storico può dirsi un bellissimo discorso letto nell'anno 1854 (4) alla Accademia di belle arti in Bologna. *Odo alcuni recare innanzi*, scriveva il Minghetti, *che le guerre le quali insanguinarono l'Europa nel principio del secolo, e le civili agitazioni che poscia la sconvolsero, abbiano impedito il fiorir dell'arte. Altri ne accagionano lo smisurato incremento delle industrie e dei traffichi, onde l'utile soverchia il bello, e l'ideale è soffocato dalla materialità. Altri infine si lagnano della mancanza di mecenati e di propizie occasioni. Io non contrasto l'efficacia di tali fatti, ma perchè rade volte è dato ai privati uomini di mutarli, questa considerazione riesce ad uno sterile compianto e a un disperato abbandono. Che se invece di cercare ognora gli argomenti e la scusa*

(1) Intorno all'opera del prof. Paolo Costa intitolata: *Del modo di comporre le idee e di contrassegnarle con vocaboli precisi per potere scomporle regolarmente a fine di ben ragionare, e delle forze e dei limiti dell'umano intelletto.* Nuovo Giornale dei Letterati. N. 91. Pisa, 1837.

(2) Intorno al *Dante in Ravenna.* Dramma del sig. marchese Biondi. Osservazioni critiche. 1838.

(3) *Della filosofia della storia* – Dialogo. Firenze, Le Monnier, 1852.

(4) Orazione detta nella Bolognese Accademia di Belle Arti l'anno 1854. Bologna.

della nostra piccolezza nelle cose esteriori, ci facessimo all' incontro a riguardare per entro noi medesimi, io credo che le più possenti cause della grandezza e della decadenza delle arti si troverebbero nell'animo degli artisti medesimi. Parlo del natural genio, della rettitudine del giudicio, del calore degli affetti, della vivacità della fantasia; sopratutto della tempra morale, vigore, saldezza, tenacità, ardimento, tutte quelle doti insomma che rampollando dal libero arbitrio, in gran parte da noi dipendono, e scadute una volta possono per opera nostra ristorarsi. E questo è il tema del mio discorso.

« Queste elevate premesse, svolgeva il Minghetti nel suo discorso, seguendo mano mano, specialmente in Italia, la storia politica, e la storia dell'arte.

« Ma io sono costretto sebbene a malincuore di abbondonare questi primi lavori del Minghetti perchè mi sia concesso il dire qualche parola delle sue opere maggiori. Sarebbe però colpa il non rammentare ancora fra i primi le dodici lettere al sig. don Vincenzo Ferranti intorno la libertà religiosa, pubblicate nell' anno 1855 (1), nell'ultima delle quali il concetto della separazione della Chiesa dallo Stato trovasi chiaramente espresso con queste parole: *Ma se la libertà religiosa è il destino dei popoli culti, e se le relazioni fra Stato e Chiesa saranno nell'avvenire fondate sulla rispettiva autonomia e sulla completa loro indipendenza, segue forse da ciò che la potestà civile e la ecclesiastica debbano vivere sempre in conflitto fra loro? No, certamente; e sarebbe in quella vece più conveniente il presagire che la separazione della Chiesa dallo Stato sarà apparecchio e tirocinio ad uno stato di cose, nel quale l'armonia loro potrà essere promossa confidentemente e attesa senza pericolo.*

« Le opere, che ho denominate maggiori, del Minghetti, sono, seguendo l'ordine della loro pubblicazione, le quattro seguenti: *Della Economia pubblica e delle sue attinenze colla morale e col diritto,* anno 1859; *Stato e Chiesa,* anno 1878; *I partiti politici e la ingerenza loro nella giustizia e nella amministrazione,* anno 1881; *Raffaello,* anno 1885, opera da lui prediletta, e già tradotta in varie lingue.

« La prima di esse, come già ebbi a dire, classificava il Minghetti fra i più eminenti economisti. Il sig. Passy, membro dell'Istituto di Francia, nel presentare a quella Accademia di Scienze Morali e Politiche la traduzione francese del libro del Minghetti, così lo giudicava — « Il fallait, pour l'en-
« treprendre, un ensemble de connaissances que bien peu d'écrivains possèdent.
« Grâce à des études qui allient la diversité à la profondeur, M.r Minghetti
« a réussi à le mener à bonne fin. Une érudition sûre d'elle même, la finesse
« ingénieuse des analyses, le classement méthodique des idées, l'élègante sim-
« plicité du style, tout, dans son œuvre, décèle la main d'un maître, et, sans

(1) *Della libertà religiosa.* Lettere dodici al sig. don Vincenzo Ferranti, professore all' Università di Bologna, 1855.

« nul doute, cette œuvre figurera parmi celles qui, en eclairant les sciences de « lumières nouvelles, contribuent à faciliter l'extention de leurs conquètes ».

« Ma ciascuna di queste opere sia per la importanza dell'argomento, sia per lo sviluppo ad esso dato dal chiaro autore, non comportano una breve analisi. D'altronde esse sono a voi tutti così note che io non mi sento l'ardire di aggiungere parola. Epperò io non dubito avervi consenzienti con me nell'asserire, che una vita più utilmente laboriosa di quella del Minghetti è difficile lo immaginare.

« Egregi Colleghi. La morte di un uomo illustre, di un uomo che ha ben meritato dalla patria e dalla scienza, incute al primo momento un senso di scoraggiamento e quasi un dubbio dell'avvenire. Ma l'opera benefica sua dura oltre la tomba. Il Minghetti fu preclaro esempio d'ogni virtù pubblica e privata: è a queste che noi dobbiamo rivolgere il nostro pensiero per riprendere lena e per ridare vigore a quelle forze interiori che a lui non mancarono mai ».

Il Socio Mariotti ringrazia il Presidente Brioschi di essersi fatto interprete dei sentimenti dell'Accademia, ed accennando al valido aiuto prestato dal Minghetti a Quintino Sella per la ricostituzione dell'Accademia dei Lincei, propone che del benemerito Socio estinto si faccia, in epoca e nel modo da destinarsi, una solenne Commemorazione.

Questa proposta è approvata all'unanimità.

Il Socio Tommasini comunica che il Socio nato Teodoro von Sickel, direttore dell'Istituto storico austriaco in Roma, lo ha incaricato di partecipare ai Colleghi come egli si associ ai sensi di rimpianto dell'Accademia per la morte di Marco Minghetti.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Archeologia. — Il Socio Fiorelli presenta all'Accademia il fascicolo delle *Notizie*, sulle scoperte di antichità per lo scorso mese di novembre, accompagnandolo colla Nota seguente:

« Poche scoperte si ebbero recentemente nell'Italia superiore. Si esplorarono alcune tombe di un antico sepolcreto presso Gutto, in provincia di Novara (Regione XI), senza che vi si raccogliesse suppellettile alcuna; e fu rinvenuta un' iscrizione latina sepolcrale in Ravenna (Regione VIII).

« In Etruria (Regione VII) si scoprirono varie tombe nei dintorni di Perugia, ed altre in Civitella d'Arna, le quali diedero suppellettile funebre

non spregevole, per quanto si può giudicare dalla descrizione sommaria che ne venne fatta, essendovisi raccolti orecchini ed anelli di oro, un vasetto di argento, e varî fittili.

« Dall' Umbria (Regione VI) si ebbe un nuovo rapporto intorno alle scoperte dei cereali bruciati, di cui si disse nelle *Notizie* dello scorso luglio (p. 225), rapporto che conferma doversi attribuire il fatto all' incendio del castello di *Pietra Pertusa* per mano dei Longobardi, tra il 570 ed il 571.

« Nella Regione I (Latium et Campania) numerose iscrizioni rividero la luce dal suolo urbano; ed un nuovo frammento arvalico fu riconosciuto tra i pezzi di lapidi iscritte, ricavati dall' alveo del Tevere nei lavori per la sistemazione del corso urbano del fiume.

« Nella Regione IV (Samnium et Sabina) molti studî di topografia furono fatti dall' ispettore cav. De Nino, nell' agro Peligno, ove si riconobbero vari centri di antichissime abitazioni, e l'andamento di alcune strade, così nel territorio di Corfinio, come in quello di Sulmona, senza dire di alcune iscrizioni, invano ricercate dai dotti, che il De Nino ebbe la fortuna di ritrovare.

« Altre iscrizioni, e pregevolissime, furono riconosciute nel territorio degli Hirpini nella Regione II (Apulia); nella quale si ebbe pure un bellissimo torso di statua marmorea, rinvenuto nella città di Taranto.

« Nella Regione III (Lucania et Bruttii) proseguirono le indagini dell'antica topografia reggina, per cura del ch. Di Lorenzo; e molti nuovi oggetti si recuperarono ad incremento del Museo locale ».

Bibliografia. — Il Socio Monaci presenta la pubblicazione del sig. Delpech Henri: *La tactique au XIIIe siècle*, accompagnandola col seguente cenno bibliografico.

« Ho l'onore di presentare all'Accademia in nome del sig. H. Delpech di Montpellier due volumi da lui pubblicati intorno alla tattica nel secolo XIII.

« In quest'opera il valoroso filologo ha affrontato un problema arduo quanto attraente: il problema se in fatto di guerra il medioevo abbia mai avuto e seguito alcuna teoria. L' opinione comunemente ammessa, benchè priva di altro fondamento che un preconcetto, era negativa; e il non trovarsi di quella età nemmeno uno scritto di didattica militare, com'anche l'assoluto silenzio di quei condottieri e capi d'esercito intorno alle loro operazioni guerresche non potevano incoraggiar troppo la critica a rimetter la cosa in dubbio. Tuttavia il sig. Delpech non si lasciò sgomentare da queste o da altre difficoltà, e seppe vincerle, aprendosi così la strada a conclusioni che formano uno dei più notevoli acquisti fatti di recente dagli studi sul medioevo. Per tali conclusioni resta omai accertato che gli eserciti medioevali, lungi dal combattere alla ventura e senza ordine o disegno prestabilito, si mossero invece secondo regole abbastanza determinate e precise, e giunsero ad avere

una tattica vera e propria, una tattica, se si vuole, elementare quanto le armi stesse delle quali disponeva, ma pure intelligentissima ed in piena armonia con l'armamento contemporaneo.

« Il processo da lui tenuto per dimostrare tutto ciò è il seguente. Egli ha cominciato dal rifare con la scorta dei documenti contemporanei il quadro delle due grandi battaglie di Bouvines (1214) e di Muret (1213); due battaglie delle quali i particolari copiosissimi che se ne hanno, permettono una ricostruzione completa. Il contingente degli eserciti, la topografia dei terreni ove essi operarono, i vari movimenti strategici dei corpi sono da lui più che descritti rappresentati con rigorosa fedeltà storica e con la precisione tecnica di un maestro. L'autore mette poi a confronto i metodi di combattimento seguiti in queste due battaglie, e rileva le differenze che corrono fra quello di Bouvines e quello di Muret. Nel primo i due eserciti si affrontano schierandosi su due linee parallele; nel secondo invece ciascun esercito si dispone in tre corpi scaglionati uno dietro l'altro sopra un solo asse, presentando tutt' assieme di contro all'inimico una linea perpendicolare anzichè orizzontale: a Bouvines insomma si dà agli eserciti più fronte che profondità, a Muret più profondità che fronte; e in questa antitesi il Delpech ritrova i principî fondamentali di tutta la tattica del medioevo. Difatto, ricomposte e analizzate più o meno completamente, secondo l'abbondanza del materiale, le descrizioni di quasi cento altre battaglie, egli osserva che tutte possono essere classificate secondo il duplice sistema dell'ordine parallelo o dell'ordine perpendicolare: due sistemi le cui differenze consistevano non solamente nella formazione ossia nella disposizione dei corpi belligeranti, ma si estendevano alla maniera di combattere e a ciò che l'autore elegantemente chiama la fisonomia morale del combattimento medesimo; diguisachè ne emergevano due tipi affatto distinti e diversi, i quali, secondo l'autore, furono i veri tipi primitivi della tattica feudale. Da quelli esso poi deduce altri tipi secondari che vede apparire qua e là, spiegandoli come altrettante modificazioni e combinazioni dei primi due.

« Riconosciuto questo, il Delpech si volge a ricercare quante e quali armi servivano a comporre un esercito, quale era il compito riservato a ciascun'arma, quali i modi con cui ciascun'arma spiegava la sua azione.

« La fanteria era di due specie, feudale e comunale o mercenaria. La prima consisteva essenzialmente di arcieri, i quali operavano sparpagliati innanzi al fronte di battaglia; l'altra costituiva la vera fanteria regolare, composta di borghesi e di popolani, ben fornita di vesti e di armi, e destinata principalmente pei combattimenti a pie' fermo, dove agiva disposta regolarmente in figure geometriche, ora in linea o in cerchio, ora in cuneo o in quadrato. La cavalleria era composta di cavalieri propriamente detti e di sergenti a cavallo, nobili i primi, reclute per lo più mercenarie i secondi; e distinguevasi in cavalleria di linea e in cavalleria mobile, ognuna con armi proprie

e con funzioni distinte. Procedendo nello esame delle più note battaglie storiche egli mostra numerose conferme di queste e di molte altre particolarità di tutto quel sistema militare, nonchè la costante e rigorosa applicazione delle varie regole che costituirono questa tattica finora sconosciuta della età media. Così riesce anche a commentare tecnicamente alcune pagine di storia italiana, e in ispecie le due famose battaglie di Benevento e di Tagliacozzo trovano in quest'opera una illustrazione ammirabile.

« Dopo aver ricostruito e spiegato tutto il sistema, l'autore vien da ultimo a ricercarne la genesi e a determinare i principali momenti della sua evoluzione; e qui per noi è importante soprattutto il fatto che a fondamento della tattica medioevale si ritrovi la tradizione della tattica romana del IV secolo, quale fu tramandata da Vegezio. Il principio cardinale che destinava la cavalleria all'offensiva, alla difensiva la fanteria; il metodo di combattimento in ordine parallelo; il circolo, il cuneo, il quadrato e gli altri atteggiamenti delle milizie pedestri; le norme per l'equipaggiamento, per la scherma, per le armi da tiro, pei segni di comando e altri particolari della tecnologia militare, furono tutti appresi dal libro di Vegezio e derivati dalla tradizione romana. Questa tradizione, perfezionata col progredire dei tempi e delle armi, non snaturata dalle influenze orientali, passò al secolo del rinascimento; e quel secolo, conchiude l'autore, non ha diritto a tutto il vanto di aver creata l'arte militare. Il medioevo ebbe un' arte militare anch'esso, e ciò che di romano si ritrovò nella tattica del secolo XV, il medio evo l'aveva conservato ».

Archeologia. — *Di una rarissima iscrizione del beneventano, relativa al culto di Giunone.* Nota del Socio F. Barnabei.

« L'ispettore degli scavi cav. Ferdinando Colonna di Stigliano, essendosi recato in s. Nicola Manfredi, ad otto chilometri da Benevento, ebbe la fortuna di ritrovarvi alcuni titoli latini, di non comune importanza, che sfuggirono alle ricerche dei dotti, quando ultimamente furono fatti nuovi studi sul materiale epigrafico delle provincie meridionali.

« Questi titoli si trovano nel castello baronale, posseduto dalla famiglia Sozi-Carafa. Il primo è una pietra di travertino, alta m. 1,04, larga m. 0,51, per quanto attualmente si può vedere, essendo usata nel muro, come materiale di costruzione, presso il pavimento dell'atrio, ed ignorandosi quanta parte se ne celi sotterra. Riproduce con qualche variante l' epigrafe riportata nel vol. IX del *C. I. L.* sotto il n. 2116. Ma a volerne dare l'apografo esatto, convien verificare se altre linee della leggenda siano ancora nascoste. Nondimeno quello che per ora si può dire si è, che questo frammento appartenga ad un titolo dedicatorio di pubblico edificio.

« Il secondo è un cippo di travertino, alto m. 1,24, largo m. 0,51, profondo m. 0,55, nel quale si legge l'iscrizione posta ad una sacerdotessa di

Giunone Regina, epigrafe varie volte edita, e finalmente riprodotta nel vol. IX del *C. I. L.* sotto il n. 2111. Dallo esame del calco trasmesso rimane ancora il dubbio se pel nome della madre, che pose il titolo, debba accettarsi la lezione data; ma a ben decidere intorno a ciò, sarà necessario aspettare una nuova impronta cartacea, che esattamente riproduca la parte ultima della leggenda.

« Il terzo titolo è quello che merita principale riguardo. È un cippo di travertino, alto m. 0,85, largo m. 0,39, profondo m. 0,44, messo ora capovolto. Vi restano solo i primi due versi di un'epigrafe, che era composta di sei linee, chiarissimi essendo i segni dello scalpello, con cui i quattro versi inferiori furono cancellati in antico. Questi due primi versi, come vien comprovato dal calco cartaceo, dicono:

IVNONI
VERIDICÆ
/////////
/////////
/////////
/////////

« È chiaro esser questa l'iscrizione che il ch. Mommsen riprodusse nel n. 1384 delle napoletane, sull'apografo del De Vita (*Thes. Ant. Ben.* Romae 1754, p. 67), e che poi ripudiò nel vol. IX del *C. I. L.* (n. 2110), accettando la lezione IVNONI REGINAE (cfr. Garrucci *Diss. Arch.* p. 114), secondo l'altro apografo del titolo che il De Vita per errore avrebbe attribuito a Benevento, e che fu edito nel n. 1382 delle napoletane predette. -

« È chiaro parimenti, dall'esame del calco, non doversi più accogliere i dubbi manifestati dai dotti sulla genuinità di questa iscrizione, che da alcuni fu ritenuta assolutamente falsa (Orelli-Henzen 1311).

« Resta a vedere se sotto i colpi dello scalpello, nelle linee inferiori, sieno rimaste alcune traccie di lettere, che ne mettano in grado di fare qualche studio non inutile per reintegrare il resto del titolo; intorno al quale argomento nulla si può dire col semplice sussidio del calco mandato, in cui solo i primi due versi, che furono rispettati in antico, sono riprodotti.

« Tuttavolta bastano questi due versi a far dichiarare il titolo di straordinaria importanza, essendo il solo finora conosciuto in cui la Regina degli Dei sia onorata con l'appellativo di *Veridica*; il che quanto pregio abbia per lo studio della mitologia, può essere indicato colle semplici osservazioni seguenti

« Il Preller (ed. Jordan I, p. 283) aveva accennato in una nota, alla probabilità di un rapporto che corresse tra la *Juno Veridica*, conosciuta per mezzo di questa lapide, e la *Juno Moneta*. Ma questo solo accenno veniva a perdere ogni valore, una volta che la sentenza degli uomini più autorevoli portava a togliere qualunque autenticità all'epigrafe del beneventano, nella quale soltanto l'ipotesi del Preller aveva fondamento.

« Restituita ora la sua dignità a quella epigrafe, non sembra inopportuno il fermarsi un poco ad esaminare il concetto del Preller, esponendo alcune ragioni, per le quali il concetto medesimo non abbia solamente il carattere della probabilità, ma acquisti tutta la forza della certezza.

« Il culto di *Giunone Moneta* richiama subito alla mente il tempio innalzato sul Campidoglio alla Regina dei numi l'anno di Roma 410, 344 av. Cristo, per voto fatto dal dittatore L. Furio, in una battaglia contro gli Aurunci (Liv. IV, 7, 20; VI, 20; VII, 28; XLII, 1; Ovid. Fast. 1, 368; VI, 183).

Che a questo tempio, in cui era la zecca, e quindi al relativo culto della dea, non venisse il nome dal *denaro*, risulta evidentemente da ciò, che il nome ed il tempio esistevano molto prima che quivi la zecca fosse istituita (Becker, *Topographie der Stadt Rom*; Handbuch I, p. 409), ammettendo ora i più autorevoli che l'officina monetaria fu fondata in questo sacro edificio l'anno 485 della città, 269 avanti l'era volgare, ossia 75 anni dopo che il tempio sarebbe stato costruito (Mommsen, *Röm. Münzw.* p. 301).

« Del resto che il nome di *Moneta* non venisse al tempio ed alla divinità dalla zecca e quindi dal denaro, e che per contrario prendesse la zecca questo nome appunto perchè istituita in quel tempio, verrebbe anche provato da altro tempio innalzato a *Giunone Moneta* sul monte Albano (Liv. XIV, 15; cfr. Preller, l. c.), in cui nessuno potrebbe supporre che avesse avuto sede un' officina monetaria.

« Nè occorre insistere sopra altre ragioni che valgano a dimostrare l'errore di quelli, che si ostinassero a ritenere il contrario; affermando che il cercare altra spiegazione corrisponde a voler trovare nel nome *moneta* un senso diverso da quello che realmente aveva (Smith, *Dict. of. Gr. and Rom. Biograph. and Myth.* ad v. *Iuno*). Perocchè è appunto l'esame del significato vero di questa parola che impone cercare una spiegazione diversa.

« Il rapporto intimo che corre tra *moneo* e *moneta* appare evidente; e quantunque un *nomen agentis* in *e-ta* accenni piuttosto a grecismo che a voce indigena, pure sembra innegabile che il nome *mon-e-ta* corrisponda perfettamente a *mon-i-tor*, nel primitivo senso della parola, indicando la persona che avverte e dà consigli. Per la qual cosa *Iuno Moneta* non altro significa che Giunone consigliera (*Ratherin*, come giustamente scrisse il Mommsen nell' opera sopra citata alla p. 301, traducendo il *σύμβουλον* di Suida, ad v. *Μονῆτα*), vale a dire la divinità, a cui nei momenti difficili si può ricorrere, per conoscere la via che ne faccia uscire dai mali.

« Che la cosa sia in tal modo viene confermato dalle leggende APOL · MONET (Cohen, III p. 34 n. 7), ed APOL · MONETAE (ib. p. 126, n. 459) poste nel rovescio dei denari di Commodo, battuti l'anno 190 dell'era volgare; ossia l'anno seguente a quello in cui Roma era stata oppressa da così grave pestilenza, che mai simile si ricordava, come dice Dione (l. 72, 14); durante

la quale tutto porta a credere che non fosse stato trascurato il culto del Dio della salute, a cui in simili avversità pubbliche non inutilmente si ricorreva, ottenendone responsi di oracolo, che giovassero a calmare lo sdegno dei numi.

« Nè si comprende come mai queste leggende dei denari di Commodo, che ho riferite, paressero inesplicabili alla sagacia del dottissimo Eckhel (*Doct. num. vet.* II 7, p. 122); perocchè, anche a non voler tener conto della coincidenza della peste raccontata da Dione, e delle spiegazioni date dal Vaillant (*Numismat. imp. rom. praest.* II p. 182), dovrà sempre riconoscersi nell'epiteto *Moneta* la qualità fatidica del nume degli oracoli, che avvertiva gli uomini intorno al volere di suo padre, o del sommo degli Dei.

« Che questa qualità medesima di avvertire (*monere*) quello che convenisse di fare, fosse attribuita presso i romani anche a Giunone, donde il culto di *Iuno Moneta*, risulta dalla testimonianza di Cicerone (*De Div.* I, 45; II, 32), secondo cui in un terremoto sarebbe uscita fuori dal tempio di Giunone sul Campidoglio una voce, che avvertì (*monens*) quale sacrifizio bisognava di fare. E risulta parimenti dal passo di Suida, che si crede tratto da Svetonio (Mommsen, *Rom. Münzw.* p. 301, nota 36), passo in cui si racconta che avendo i romani difetto di denaro nella guerra contro Pirro ed i Tarantini, si rivolsero a Giunone, che li avvertì per mezzo di oracolo, che se avessero usato le armi con giustizia, il danaro non sarebbe ad essi mancato. Per la qual cosa, avendo i romani riconosciuto che la dea aveva avvisato il vero, onorarono Giunone Moneta, cioè consigliera.

« Se adunque in tale appellazione di Moneta è incluso il concetto non solo di chi avverte, ma di chi avverte il vero, forza è concludere che l'equivalente dell'appellazione stessa sia da riconoscere nell'epiteto di VERIDICA, con cui nella nostra lapide la Regina degli Dei fu invocata.

« Quello in cui il Preller avrebbe errato, si è nello ammettere con troppa sicurezza che da questa lapide si potesse dedurre una nuova prova della ripetizione delle cose di Roma nella colonia latina di Benevento. Si sapeva che dalla madre patria erano derivate una *Regio Exquilina* (*C. I. L.* IX, n. 1569) ed una *Regio Viae Novae* (ib. n. 1596). Inoltre si sapeva per testimonianza di Svetonio (*de illustr. gram.* c. 9) che vi era un *Capitolium*, sul quale i beneventani innalzarono una statua al loro concittadino Orbilio Popilio, che fu il maestro *plagosus* ricordato da Orazio (*Ep.* II, 1, 71). Ma documenti per ammettere, come il Preller pare abbia supposto (I p. 283, nota 3), essere stati eretti in questo *Capitolium* i templi di Giove Ottimo Massimo e di Giunone Moneta come in Roma, non pare si possano avere nei titoli conosciuti, e specialmente in quello di cui ci occupiamo [1].

« Al più possiamo essere condotti ad ammettere essere stati in Benevento un tempio a Giove (IOVI/TVTATORI/MARIS, *C. I. L.* IX, n. 1549)

[1] Intorno al *Capitolium* di Benevento cfr. Kuhfeldt, *De Capitolis imperii romani* Berolini, Weidmann 1883, p. 25.

ed un altro a Giunone Quirite (ib. 1547). Ma niente più di questo possiamo sapere dai titoli; i quali in nessun modo autorizzano a supporre che questi templi fossero stati eretti *in Capitolio*.

« E dato pure che vi sia stato in Benevento un tempio a Giunone Quirite, non ne deriva da ciò che vi fosse stato un tempio anche a Giunone *Veridica* o *Moneta*; perocchè se si può esser certi che il documento relativo al culto di Giunone Quirite sia da attribuire alla città di Benevento, niente autorizza a credere che alla città stessa sieno da attribuire le lapidi di s. Nicola Manfredi, il titolo cioè di una sacerdotessa di *Giunone Regina*, che ho ricordato in principio, riprodotto nel n. 2111 del vol. IX del *C. I. L.*, e l'altro a *Giunone Veridica*, del quale specialmente tratta questa nota. Che anzi, fino a quando non si trovino documenti certi, che dimostrino questi titoli essere stati trasportati in s. Nicola Manfredi dalla città di Benevento (il che sembra quasi impossibile, non essendo tali che sarebbero stati scelti per l'abbellimento artistico dell'edificio; essendo ben forte la distanza di otto chilometri quanti ne corrono da Benevento; ed essendo le pietre di non facile trasporto per la loro grandezza, che non presenta nulla di artistico; finalmente trovandosi una di esse adoperata come semplice materiale di costruzione in un vecchio muro del castello), dovrà ritenersi che le nostre iscrizioni appartengano al territorio anzi al paese stesso di s. Nicola, dove altre antichità si rinvennero (1), che fanno fede esser quivi sorto un centro abitato, compreso nella pertica beneventana, e con un tempio sacro a Giunone Regina, invocata anche coll' appellativo di Veridica, come la nostra lapide ci dimostra (2) ».

MEMORIE
DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

R. Nasini. *Sulla rifrazione molecolare delle sostanze organiche dotate di forte potere dispersivo*. Presentata dal Socio Blaserna.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario Carutti presenta le pubblicazioni pervenute all' Accademia, segnalando fra esse l'opuscolo del Socio P. E. Levasseur: *Discours*

(1) Il cav. Colonna accennò anche a mattoni con bollo CART.

(2) Forse al detto tempio appartenne il titolo, di cui esiste il frammento nel muro dell' atrio, riprodotto nel n. 2116 del *C. I. L.* vol. IX. Il ch. Garrucci credè che questo tempio a Giunone forse stato eretto più vicino a Benevento, presso Pastene, senza addurre le ragioni di tale sentenza, che pare non si possa accettare, essendo state le epigrafi ritrovate a considerevole distanza da questo sito.

prononcé à la distribution des prix au lycée Condorcet, le 3 août 1886, ed il *Cartulaire Lyonnais* Tome I. pubblicato per cura del sig. M. C. Guigue, e mandato in dono dall'Accademia delle scienze di Lione.

Lo stesso Segretario fa inoltre particolar menzione di cinque volumi, I-IV e VI, che formano parte dei *Documenti di Storia Italiana pubblicati a cura della R. Deputazione di Storia patria per le provincie della Toscana, dell'Umbria e delle Marche.*

Il Socio Le Blant fa omaggio all'Accademia di alcune pubblicazioni del sig. E. Müntz, accompagnando la presentazione di esse colle parole seguenti:

« Mr. Müntz, ancien membre de l'Ecole française de Rome et aujourd'hui conservateur de l'Ecole des Beaux arts me charge de présenter à l'Académie des Lincei trois publications relatives à la ville de Rome.

« 1° *La bibliothèque du Vatican sous les Papes Nicolas V et Callixte III.*

« 2° *La bibliothèque du Vatican au XVIe siècle.*

» 3° *Les antiquités de la ville de Rome aux XIVe, XVe et XVIe siècles, d'après des documents nouveaux.*

« Composés, comme le fait toujours Mr. Müntz, d'après les sources originales qu'il recherche avec tant de persévérance, ces travaux offrent à ce point de vue un intérêt tout particulier. La dernière des brochures qui compte près de deux cents pages, donne d'après Bernard Bembo et un anonyme du XVIe siècle, la description des monuments de Rome, de ses ponts, de ses murs et de ses portes. Elle se termine par des notes sur un précieux recueil de dessins à la plume conservé à la bibliothèque de l'Escurial et daté de 1491, où figurent divers croquis des grands monuments de Rome et aussi des peintures et des sculptures relevées dans cette ville ».

Il Socio Monaci fa omaggio dell'opera del sig. Henri Delpech: *La tactique au XIIIe siècle*, accompagnandola con una Nota bibliografica (1).

CONCORSI A PREMI

Conformandosi all'art. 5 del R. Decreto che regola i premî del Ministero della pubblica istruzione, la Classe approva la proposta della Commissione formata dai Socî Carutti e Tommasini, che delle lire ottomila non concesse nel concorso ai premî Ministeriali per le *Scienze storiche* pel 1885-86, si facciano due premî di lire quattromila ognuno, da conferirsi alle due

(1) Vedasi p. 367.

migliori Memorie, che su ciascuno dei temi seguenti, saranno presentate all'Accademia prima del 31 dicembre 1889.

I° « *I marchesi di Monferrato in Italia e in Oriente durante i secoli XII e XIII* ».

Premesse le notizie genealogiche intorno alla casa di Monferrato, secondo gli studî più recenti, si esporranno: 1° Le condizioni politiche dell'Italia superiore al tempo di Guglielmo IV il Vecchio; 2° Le imprese dei Marchesi di Monferrato nella seconda, terza e quarta crociata e i loro successi nell'Oriente latino; 3° Si darà pure notizia degl'italiani che seguirono i Marchesi in Oriente, e della gaia scienza che dalla Francia, passando le Alpi, trovò ospizio e culto nella Corte di Monferrato.

II° « *Dell'Istoriografia annalistica in Italia dal secolo XVI al XVIII, ragguagliando più particolarmente tra loro gli « Annali » del Baronio con quelli del Muratori, e discutendo, giusta l'odierno criterio della scienza, il materiale storico e la critica, di cui quegli illustri italiani si valsero* ».

CORRISPONDENZA

Il Segretario Carutti comunica la corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia palermitana di scienze, lettere e belle arti di Palermo; la Società storica lombarda di Milano; la R. Società delle scienze di Praga; la R. Società zoologica di Amsterdam; la Società filosofica di Cambridge; la R. Biblioteca palatina di Parma; la civica Biblioteca di Reykjavik.

Annunciano l'invio delle loro pubblicazioni:

L'Accademia magiara e la R. Società di scienze naturali di Budapest; l'Università di Marburgo.

D. C.

INDICE DEL VOLUME II. — RENDICONTI

1886. 2° Semestre.

INDICE PER AUTORI

A

Artini. Invia per esame la sua Memoria: « Natrolite della Regione veneta ». 358.

B

Barnabei. « Di un raro bollo figulino a lettere mobili ». 30.

— « Iscrizioni latine del comune di Cermignano, nella provincia di Teramo ». 287.

— « Di una rarissima iscrizione del beneventano, relativa al culto di Giunone ». *Id.* 369.

Bartoli. « Sulla dipendenza della conducibilità elettrica dalla temperatura nelle soluzioni degli alcoli $C_n H_{2n+2} O$, nei liquidi poco conduttori od isolanti ». 122.

— « La conducibilità elettrica al punto critico ». 129.

— « Sulla conducibilità elettrica delle combinazioni del carbonio allo stato liquido, ed in ispecie su la conducibilità delle combinazioni dei radicali acidi cogli alogeni, dei solfocianati, degli isosolfocianati, dei nitrili dei solfuri, e delle combinazioni organometalliche ». 132.

Battaglini. Riferisce sulla Memoria del prof. *Visalli*. 258.

Battelli e Martinetti. « Sulla variazione di volume che si avvera nell'atto della mescolanza di sostanze organiche ». 247.

Bertini. « Sui fasci di quadriche in uno spazio ad *n* dimensioni ». 208.

Betocchi. Presenta una pubblicazione filologica a nome del conte *de Charencey*. 358.

Bianchi. « Sulle soluzioni comuni a due equazioni a derivate parziali del 2° ordine con due variabili ». 218. 237. 307.

Bizzozero. Riferisce sulla Memoria del dott. *U. Mosso*. 257.

Blaserna (Segretario). Dà conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti. 260. 359.

— Presenta le pubblicazioni inviate dai Socî: *von Kronecker*. 358; *Seguenza*. 258; *Villari*. 358.

— Presenta le pubblicazioni inviate dai signori: *Cocco; Conwentz; Garbini; Masini*. 258.

— Richiama l'attenzione dei Socî sulla raccolta delle pubblicazioni inviate dalla Società de' naturalisti di Copenaghen e sulle *Osservazioni* della spedizione polare internazionale, 1882-83. 258.

— Presenta i programmi dei concorsi a premî del R. Istituto Veneto. 259.

— Presenta, per esame, le Memorie dei prof.: *Righi*. 257; *Nasini*. 373.

— Riferisce su questa Memoria. 558.

Bono. « Ioduro di trimetilallilammonio e suoi prodotti di decomposizione con la potassa ». 67.

Bordiga. Invia per esame la sua Memoria: « La superficie del 6° ordine, con 10

rette, nello spazio R_4; e le sue proiezioni nello spazio ordinario ». 236.
Brioschi. « Sopra una formola di trasformazione di integrali multipli ». 111.
— « Commemorazione del Socio *M. Minghetti* ». 361.

C

Cancani. « Sulle due trombe dell' 8 novembre 1886 ». 355.
Cantoni G. Fa parte della Commissione esaminatrice della Memoria *Righi*. 558.
— « D'una probabile estensione della legge su la caloricità specifica dei corpi indecomposti ». 3. 43.
— « Osservazioni lucimetriche ». 321.
Caporali. Annuncio della sua morte. 27.
Carpi. Tema pel concorso al premio — pel biennio 1887-88. 359.
Carutti (Segretario). Dà conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti. 313; 375.
— Presenta le pubblicazioni inviate dai Socî: *von Ihering*. 310; *Levasseur*. 373.
— Presenta le pubblicazioni inviate dai signori *Lallemand*. 310.
— Presenta una copia della *Divina Commedia* commentata da Stefano Talice da Ricaldone, donata da S. M. il Re all'Accademia, e ne discorre. 310.
— Fa omaggio di una sua pubblicazione sopra la *Gioventù del principe Eugenio di Savoja*, e di un volume della *Bibbia volgare* ristampata per cura di *C. Negroni*. 311; di cinque volumi delle pubblicazioni della R. Deputazione di Storia patria per le provincie di Toscana, dell' Umbria e delle Marche. 374; del *Cartulaire Lyonnais* donato dall'Accademia delle scienze di Lione. 373.
— Presenta i temi per i secondi concorsi ai premi istituiti dal Ministero della P. I. per le *Scienze storiche*. 374.
Cesàro. « Intorno a taluni gruppi di operazioni ». 35.
— « Formes algébriques à liens arithmétiques ». 56.
Ciamician. « Sul tetrajodopirrolo (Jodolo) e sulle sue proprietà terapeutiche ». 252.
— « Sul comportamento del metilchetolo (« metilindolo) e sulla formola di sostituzione del pirrolo ». 352.
Ciamician e Silber. « Sopra alcuni derivati bisostituiti del pirrolo e sulla loro costituzione ». 8.
— Sull'azione della luce sopra il nitrobenzolo in soluzione alcoolica ». 256.
— « Sintesi del pirrolo ». 354.
Ciolfi. Invia per esame la sua Memoria: « Sul microbo colerigeno ». 236.
Credaro. « Alfonso Testa o i primordî del Kantismo in Italia ». 20. 155. 290.
Cremona. Presenta perchè siano sottoposte ad esame, le Memorie dei professori: *Padova*. 27; *Bordiga*. 236.
Crosa. V. *Fileti*.
Curci. « Sull'azione biologica della monoclorocanfora comparativamente ad altri derivati della canfora ». 16.

D

De Paolis. Fa parte della Commissione esaminatrice della Memoria del prof. *Visalli*. 258.
— « Sulle involuzioni proiettive ». 335.
Dorna. Annunzio della sua morte. 109.

F

Ferri (Segretario). Presenta una pubblicazione del prof. *D'Ercole* e ne discorre. 311.
Fileti. « Azione del solfocianato potassico sugli acidi benzoico e cuminico ». 92.
— « Sull'acido bromotereftalico ». 95.
— « Sulla trasformazione dei derivati cuminici in cimenici e riciprocamente ». 142. 194.
Fileti e Crosa. « Clorocimene e bromocimene dal timol ». 98. 135.
Fiorelli. « Notizie sulle scoperte di antichità » del mese di giugno. 29; luglio. 55; agosto. 117; settembre. 207; ottobre. 275; novembre. 366.

G

Gerosa. « Sulla resistenza elettrica dei miscugli delle amalgame liquide ». 344.

Giambelli « Storia di Vincenzo Bellovacense ». 103. 169.

Govi. Presenta una copia dei discorsi pronunciati a Parigi pel centenario del Socio *Chevreul*. 258.

— Fa omaggio di un suo scritto intorno ad una lente per cannocchiale lavorata da E. Torricelli. 259.

Guccia. Invia un piego suggellato per prender data. 236.

J

Jordan. Annuncio della sua morte. 311.

Jung. « Sulle trasformazioni piane multiple ». 302.

— « Di due trasformazioni multiple associate a ogni trasformazione birazionale ». 339.

L

Lanciani. Presenta una Memoria del sig. *Zampa* perchè sia sottoposta ad esame di una Commissione. 53.

Lazzeri. « Sulle reciprocità birazionali nel piano ». 61. 73.

Le Blant. Presenta alcune pubblicazioni del sig. *Müntz* e ne discorre. 374.

— « Le vol des reliques ». 278.

M

Magnanini. « Sul piperilene ». 13.

Mancini. Lettera colla quale s'invia all'Accademia una copia della medaglia commemorativa del Congresso penitenziario tenuto in Roma. 260.

Marangoni. « La staderina dei coseni e le variazioni della costante di capillarità ». 224.

Mariotti. Propone che si faccia una Commemorazione solenne del defunto Socio *M. Minghetti*. 366.

Marotta. « Sul microparassita del vaiuolo ». 246.

Martinetti. V. *Battelli*.

Millosevich. « Osservazioni della cometa Finlay fatte all'equatoriale di 0,25 di apertura del R. Osservatorio del Collegio Romano ». 337.

— « Osservazioni del pianeta Irma (177) e sui nuovi pianeti fra Marte e Giove ». 338.

Minghetti. Annuncio della sua morte. 361.

Monaci. « Cenno bibliografico dell'opera del sig. *H. Delpech:* La tactique au moyen âge ». 367.

Monari. « Sulla formazione della Xantocreatinina nell'organismo ». 202.

Morghen. « Sull' influenza che produce la densità non uniforme dei corpi sulle misure relative alla componente orizzontale del magnetismo terrestre e alla gravità ». 87.

Mosso. Presenta, per esame, una Memoria del dott. *U. Mosso*. 236.

Mosso U. Invia per esame la sua Memoria: « Sull'azione fisiologica della cocaina ». 236.

— Sua approvazione. 257.

N

Narducci. « Lavori bibliografici varî ». 288.

Nasini. Invia per esame la sua Memoria: « Sulla rifrazione molecolare delle sostanze organiche dotate di forte potere dispersivo ». 373.

P

Padova. Invia per esame la sua Memoria: « Sulle espressioni invariabili ». 27.

Peratoner. « Sulla costituzione dell'acido bibromosalicilico ». 147.

— « Sugli acidi mono- e bibromoalchilsalicilici ». 150. 198. 228.

— « Sull' ossidazione degli eteri metilici del mono- e del bibromoortoisopropilfenol ». 232.

Piccini. « Su di un minerale che accompagna la columbite di Craveggia in Val Vigezzo ». 46.

Pieri « Sulle normali doppie di una superficie algebrica ». 40.

Pincherle « Alcune osservazioni sui polinomî del prof. Appell ». 214.

Piutti. « Sintesi degli eteri trimesitici ». 241.

Presidente (Brioschi). Presenta una medaglia commemorativa del Congresso penitenziario, e legge la lettera che accompagnava il dono. 260.

— Presenta, facendone particolare menzione, l'opera del prof. Mantegazza: « Studî sull'etnologia dell'India ». 258.

R

Razzaboni. Presenta una sua pubblicazione e le opere dei signori *Stabilini* e *Canevazzi*. 358.

Respighi. « Sullo spettroscopio obbiettivo ». 315.

Righi. Invia per esame la sua Memoria: « Ricerche sperimentali intorno alla riflessione della luce polarizzata sulla superficie equatoriale d'una calamita ». 257.

— « Sulla causa della polarizzazione rotatoria magnetica ». 7.

— « Sulla calibrazione elettrica di un filo ».8.

Ricci. « Sui sistemi di integrali indipendenti di una equazione lineare omogenea a derivate parziali e di 1° ordine ». 119. 190.

Riccò. « Riassunto delle osservazioni dei crepuscoli rosei » 187.

S

Salinas. Ringrazia per la sua nomina a Socio corrispondente dell'Accademia. 42.

Schupfer. « Il diritto romano nell' Italia meridionale durante i secoli di mezzo ». 261.

Segretario della Classe di scienze fisiche. Presenta perchè siano sottoposte ad esame le Memorie dei signori: *Ciolfi*. 236; *Stassano*. 358.

Signorile. « Nuovi studî e ricerche sulla teoria chimica dell'indurimento subacqueo delle malte pozzolaniche impiegate nelle opere idrauliche, e specialmente nelle marittime ». 47.

Sickel. Si associa ai sensi di rammarico dell'Accademia per la morte di *M. Minghetti*. 366.

Silber V. *Ciamician*.

Stassano. Invia per esame la sua Memoria: « Il delta sommerso del Congo ». 358.

Strüver. Presenta, perchè sia sottoposta ad esame, una Memoria del sig. *E. Artini*. 358.

— « Magnetite pseudomorfa di ematite micacea dell'Ogliastra in Sardegna ». 331.

T

Tacchini. Presenta una pubblicazione del prof. *Millosevich* e ne discorre ». 358.

— « Sull'ecclisse totale di Sole osservato in Grenada il mattino del 29 agosto 1886 ». 185.

— « Sui fenomeni della cromosfera solare osservati al R. Osservatorio del Collegio Romano nel 2° e 3° trimestre 1886 ». 333.

— « Osservazioni di macchie e facole solari ». 334.

Tommasi-Crudeli. Fa parte della Commissione esaminatrice della Memoria del dott. *U. Mosso*. 257.

— « Ricerche sulla natura della malaria, eseguite dal dott. Bernardo Schiavuzzi in Pola (Istria) ». 329.

Tommasini. Annuncia come il Socio nato *von Sickel* lo abbia incaricato di esprimere i suoi sensi di rammarico per la morte dell' accademico *Minghetti*. 366.

V

Vice Presidente (Fiorelli). Annuncia la morte del Socio *Jordan* e ne legge un cenno necrologico. 311.

— Presenta una copia della medaglia commemorativa del Congresso penitenziario tenuto in Roma. 313.

Visalli. « Sopra una serie di superficie rappresentabili punto per punto sopra un piano ». 80. 84.

— Approvazione della sua Memoria: « Sulle correlazioni in due spazi a tre dimensioni ». 258.

Volterra. « Sopra una proprietà di una classe di funzioni trascendenti ». 211.

Z

Zampa. Invia per esame la sua Memoria: « Etnografia storica ed antropologica delle Puglie ». 53.

INDICE PER MATERIE

A

Archeologia. Notizie sulle scoperte di antichità. *G. Fiorelli.* Giugno. 29; luglio. 55; agosto. 117; settembre. 207; ottobre. 275; novembre. 366.

— Di un raro bollo figulino a lettere mobili. *F. Barnabei.* 30.

— Iscrizioni latine nel comune di Carmignano, nella provincia di Teramo. *Id.* 287.

— Di una rarissima iscrizione del beneventano, relativa al culto di Giunone. *Id.* 369.

Astronomia. Sullo spettroscopio obbiettivo, *L. Respighi.* 315.

— Sull'eclisse totale di Sole osservato in Grenada il mattino del 29 agosto 1886. *P. Tacchini.* 185.

— Sui fenomeni della cromosfera solare osservati al R. Osservatorio del Collegio Romano nel 2° e 3° trimestre 1886. *Id.* 333.

— Osservazioni di macchie e facole solari. *Id.* 334.

— Osservazioni sulla cometa Finlay fatte all' equatoriale di 0,25 di apertura del R. Osservatorio del Collegio Romano. *E. Millosevich.* 337.

— Osservazioni sul pianeta Irma (177) e sui nuovi pianeti fra Marte e Giove. 338.

— Riassunto delle osservazioni dei crepuscoli rosei. *A. Riccò.* 187.

B

Bibliografia. Cenno bibliografico dell'opera del sig. *H. Delpech:* « La tactique au moyen âge ». *E. Monaci.* 367.

— Lavori bibliografici varî. *E. Narducci.* 288.

C

Chimica. Ioduro di trimetilallilammonio e suoi prodotti di decomposizione con la potassa. *A. Bono.* 67.

— Sul tetrajodopirrolo (Jodolo) e sulle sue proprietà terapeutiche. *G. Ciamician.* 252.

— Sul comportamento del metilchetolo (α metilindolo) e sulla formola di costituzione del pirrolo. *Id.* 354.

— Sopra alcuni derivati bisostituiti del pirrolo e sulla loro costituzione. *G. Ciamician* e *P. Silber.* 8.

— Sintesi del pirrolo. *Id.* 354.

— Sull'azione della luce sopra il nitrobenzolo in soluzione alcoolica. *Id.* 256.

— Sull' azione biologica della monoclorocanfora comparativamente ad altri derivati della canfora. *A. Curci.* 16.

— Azione del solfacianato potassico sugli acidi benzoico e cuminico. *M. Fileti.* 92.

— Sull'acido bromotereftalico. *Id.* 95.

— Sulla trasformazione dei derivati cuminici in cimenici e reciprocamente. *Id.* 142.

— Clorocimene e bromocimene dal timol. *Id.* e *Crosa.* 98. 142.
— Sul piperilene. *G. Magnanini.* 13.
— Sulla sostituzione dell'acido bibromosalicilico. *A. Peratoner.* 147.
— Sugli acidi mono- e bromoalchilsalicilici. *Id.* 150. 198. 228.
— Sull' ossidazione degli eteri metilici del mono- e del bibromoortoisopropilfenol. *Id.* 232.
— Sintesi degli eteri trimesitici. *A. Piutti.* 241.
Chimica docimastica. Nuovi studi e ricerche sulla teoria chimica dell'indurimento subacqueo delle malte pozzolaniche impiegate nelle opere idrauliche, e specialmente nelle marittime. *G. Signorile.* 47.
Chimica fisiologica. Sulla formazione della Xantocreatinina nell' organismo. *A. Monari.* 202.
Concorsi a premî. — Tema pel premio *Carpi* pel biennio 1887-88. 359.
— Temi per i secondi concorsi ai premî del Ministero della P. I. per le *Scienze storiche.* 374.
Corrispondenza relativa al cambio degli Atti. 42; 27; 53; 72; 109; 184; 206; 236; 260; 313.

F

Filosofia. Alfonso Testa o i primordi del Kantismo in Italia. *L. Credaro.* 20. 155. 290.
Fisica. D' una probabile estensione della legge su la caloricità specifica dei corpi indecomposti. *G. Cantoni.* 3. 43.
— Sulla dipendenza della conducibilità elettrica dalla temperatura nelle soluzioni degli alcoli $C_n H_{2n+2} O$ nei liquidi poco conduttori od isolanti. *A. Bartoli.* 122.
— La conducibilità elettrica al punto critico. *Id.* 129.
— Su la conducibilità elettrica delle combinazioni del carbonio allo stato liquido, ed in ispecie su la conducibilità delle combinazioni dei radicali acidi cogli alogeni, dei solfocianati, degli isosolfocianati, dei nitrili dei solfuri e delle combinazioni organometalliche. *Id.* 132.
— Sulla variazione di volume che si avvera nell'atto della mescolanza di sostanze organiche. *A. Battelli* e *M. Martinetti.* 247.
— Sulla resistenza elettrica dei miscugli delle amalgame liquide. *G. Gerosa.* 344.
— La staderina dei coseni e le variazioni della costante di capillarità. *C. Marangoni.* 224.
— Sull' influenza che produce la densità non uniforme dei corpi sulle misure relative alla componente orizzontale del magnetismo terrestre e alla gravità. *A. Morghen.* 87.
— Sulla causa della polarizzazione elettrica. *A. Righi.* 7.
— Sulla calibrazione elettrica di un filo. *Id.* 8.

G

Giurisprudenza. Il diritto romano nell'Italia meridionale durante i secoli di mezzo. *F. Schupfer.* 261.

M

Matematica. Sopra una formola di trasformazione di integrali multipli. *F. Brioschi.* 111.
— Sulle involuzioni proiettive. *R. De Paolis.* 335.
— Sui fasci di quadriche in uno spazio ad *n* dimensioni. *E. Bertini.* 208.
— Sulle soluzioni comuni a due equazioni a derivate parziali del 2° ordine con due variabili. *L. Bianchi.* 218. 237. 307.
— Intorno a taluni gruppi di operazioni. *E. Cesàro.* 35.
— Formes algébriques à liens arithmétiques. *Id.* 56.
— Sulle trasformazioni piane multiple. *G. Jung.* 302.
— Di due trasformazioni multiple associate a ogni trasformazione birazionale. *Id.* 339.

— Sulle reciprocità birazionali nel piano. *G. Lazzeri.* 61. 73.
— Sulle normali doppie di una superficie algebrica. *M. Pieri.* 40.
— Alcune osservazioni sui polinomî del prof. Appell. *S. Pincherle.* 214.
— Sui sistemi di integrali indipendenti di una equazione lineare ed omogenea a derivate parziali di 1° ordine. *G. Ricci.* 119. 190.
— Sopra una serie di superficie rappresentabili punto per punto sopra un piano. *P. Visalli.* 80. 84.
— Sopra una proprietà di una classe di funzioni trascendenti. *V. Volterra.* 211.
Meteorologia. Osservazioni lucimetriche. *G. Cantoni.* 321.
— Sulle due trombe dell'8 novembre 1886. *A. Cancani.* 355.
Mineralogia. Magnetite pseudomorfa di ematite micacea dell' Ogliastra in Sardegna. *G. Strüver.* 331.
— Su di un minerale che accompagna la columbite di Craveggia in Val Vigezzo. *A. Piccini.* 46.

N

Necrologie. Annunzio della morte dei Socî: *Caporali.* 27; *Dorna.* 109; *Jordan.* 311; *Minghetti.* 361.
Commemorazione del Socio *Minghetti.* 361.

P

Patologia. Ricerche sulla natura della malaria, eseguite dal dott. Bernardo Schiavuzzi in Pola (Istria). *C. Tommasi-Crudeli.* 329.
— Sul microparassita del vaiuolo. *A. Piutti.* 246.
Piego suggellato inviato dal sig. *G. Guccia.* 236.
Programmi di concorsi a premî del R. Istituto Veneto. 259.
Pubblicazioni inviate in dono dai Socî: *Briosi.* 27; *Fischer.* 236; *Gozzadini.* 206; *von Helmholtz.* 183; *Kronecker.* 236; *Klein.* 27. 206; *von Jhering.* 206; *Levasseur.* 53. 183; *Paris.* 53; *von Rath.* 183; *Seguenza.* 27; *Soret.* 183.

S

Storia. Le vol des reliques. *E. Le Blant.* 278.
— Storia di Vincenzo Bellovacense. *C. Giambelli.* 103. 169.

ERRATA-CORRIGE

A pag.	279	linea	6	invece di	*distrabat*	leggasi:	*distrahat*
»	282	»	10	»	*Martin*	»	*Marien*

BINDER!
NOTE!

---

p. 1-32 of this

BOLLETINO METEOROLOGICO
is not found. please insert
stubs here for it to
be supplied if it should
be acquired

Osservazioni meteorologiche del R. Osservatorio del Campidoglio

Specchio I. **Settembre 1886.**

Giorno	Altezza del Barometro ridotto a 0°								Termometro Centigrado							Temperatura		
	6h	9h	Mezzodì	3h	6h	9h	Mezza-notte	Media	6h	9h	Mezzodì	3h	6h	9h	Mezza-notte	Media	Massima	Minima
	700 mm. +																	
1	59,04	59,13	58,41	57,54	57,40	58,15	58,48	58,31	20°,8	25°,8	30°,8	31°,0	29°,0	23°,4	22°,4	26°,2	32°,1	19°,3
2	59,14	59,29	58,41	57,99	58,72	58,62	58,78	58,71	20,4	25,9	30,1	30,7	22,8	20,6	19,6	24,3	31,4	19,3
3	59,11	59,75	59,[illegible]6	58,85	58,63	59,64	59,80	59,29	18,2	24,0	28,6	27,2	25,5	23,8	22,9	24,3	28,9	17,3
4	59,80	60,35	60,26	60,19	60,01	60,61	60,90	60,30	20,9	24,6	28,2	28,6	26,4	23,4	21,8	24,8	29,4	20,4
5	60,37	60,55	60,29	59,36	59,29	59,63	59,79	59,90	19,3	23,8	28,3	28,3	25,4	22,6	21,1	24,1	29,2	18,1
6	59,68	59,76	59,17	58,31	58,09	58,71	58,73	58,92	19,7	23,6	28,6	28,8	26,0	23,2	21,0	24,4	29,8	18,8
7	58,65	59,17	58,50	57,47	57,46	58,01	57,91	58,17	18,9	23,6	28,6	30,2	26,6	22,9	20,8	24,5	31,3	17,8
8	57,79	58,13	57,61	56,80	56.62	57,35	56,97	57,32	18,3	24,2	29,2	29,9	27,3	22,9	20,6	24,6	31,1	17,7
9	56,99	57,47	56,86	56,08	56,40	57,15	56,84	56,83	18,2	24,2	29,7	29,0	25,8	23,3	21,5	24,5	30,2	17,7
10	56,49	56,64	56,07	54,87	55,02	55,58	55,84	55,79	18,1	23,8	29,1	28,4	25,4	22,8	21,2	24,1	30,2	17,4
11	55,64	56,35	55,81	55,32	56,02	57,26	57,44	56,26	18,8	23,2	28,6	27,8	24,0	21,9	20,5	23,5	29,2	17,7
12	57,60	58,27	57,94	57,04	57,33	58,69	58,51	57,91	18,1	23,2	28,0	29,6	26,4	22,8	20,6	24,1	29,7	17,6
13	59,05	59,49	59,14	58,07	58,71	59,91	59,81	59,17	18,3	23,5	28,0	26,9	25,6	23,4	22,1	24,0	2[illegible],8	17,7
14	59,70	60,17	59,97	59,86	60,15	60,59	60,36	60,11	19,1	23,8	2[illegible],9	25,8	23,0	20,8	20,0	23,1	29,3	18,2
15	59,93	60,09	59,57	59,28	59,01	59,62	59,60	59,59	17,7	22,0	27,1	27,2	24,6	21,4	19,4	22,6	28,7	17,4
16	59,32	59,91	59,22	58,53	58,41	58,48	59,49	59,19	17,1	22,0	27,2	27,9	25,3	21,0	18,6	22,7	28,6	17,1
17	59,22	59,58	59,00	58,12	58,48	59,19	59,09	58,95	16,9	22,1	27,2	27,1	24,5	22,0	19,6	22,8	27,6	16,5
18	58,87	59,20	58,44	57,76	58,14	58,72	58,73	58,55	17,2	23,0	27,2	24,0	24,3	21,5	19,0	22,3	28,6	16,3
19	57,82	58,24	57,28	56,77	56,68	56,80	56,03	57,09	15,3	21,4	27,1	25,6	23,0	20,4	17,8	21,5	27,4	14,8
20	55,40	55,34	56,03	53,71	53,62	53,92	53,17	54,31	16,2	19,6	22,9	21,1	18,8	17,7	17,2	19,1	23,4	15,7
21	52,68	53,23	52,70	51,86	52,46	53,45	53,08	52,78	15,8	19,6	24,0	24,4	21,8	19,8	17,6	20,4	24,8	15,3
22	52,73	53,76	53,90	53,54	53,55	53,95	53,82	53,61	20,3	23,7	25,7	26,0	23,5	21,4	21,4	23,1	26,3	17,0
23	53,17	53,36	53,11	53,30	50,71	51,38	52,42	52,49	22,2	25,6	26,8	25,3	24,0	23,2	21,8	24,1	27,0	20,8
24	50,60	50,19	50,40	49,83	50,72	51,76	52,56	50,87	21,2	24,7	27,2	25,1	20,2	19,8	19,4	22,5	27,5	19,4
25	52,55	53,14	53,37	53,16	53,68	54,70	55,15	53,68	18,2	20,4	20,2	22,2	16,6	15,6	14,5	18,2	22,6	14,5
26	55,26	56,71	57,11	56,84	57,81	59,20	60,15	57,58	13,0	16,9	20,7	20,8	20,1	16,7	15,0	17,6	22,4	12,8
27	60,27	61,84	61,91	61,56	62,43	63,96	64,69	62,38	13,0	16,9	21,3	22,6	20,2	17,8	15,3	18,2	22,9	12,7
28	64,98	66,89	66,74	65,53	65,25	65,97	66,52	65,98	12,2	17,0	22,4	23,4	20,6	17,2	15,1	18,3	23,6	12,0
29	65,18	65,90	65,41	64,08	63,45	63,67	63,49	64,45	11,4	16,7	22,1	23,8	20,4	18,3	15,2	18,3	24,1	11,4
30	61,99	62,26	62,58	60,18	59,95	59,86	59,82	60,95	12,8	17,0	22,8	24,4	20,8	18,0	16,1	18,8	24,8	12,6
D. 1ª	58,71	59,02	58,48	57,75	57,76	58,34	58,40	58,35	19,3	24,4	29,1	29,2	26,0	22,9	21,3	24,6	30,4	18,4
„ 2ª	58,25	58,66	58,14	57,45	57,65	58,32	58,28	58,11	17,5	22,4	27,2	26,3	23,9	21,3	19,5	22,6	28,1	17,0
„ 3ª	56,94	57,73	57,72	56,99	57,00	57,79	58,17	57,48	16,0	19,8	23,3	23,8	20,8	18,8	17,1	19,9	24,6	14,8
Mese	57,97	58,47	58,11	57,40	57,47	58,15	58,28	57,98	17,6	22,2	26,5	26,4	23,6	21,0	19,3	22,4	27,7	16,7

Osservazioni meteorologiche del R. Osservatorio del Campidoglio.

Specchio II. **Settembre 1886.**

Giorno	Umidità assoluta								Umidità relativa								Acqua evaporata in 24 ore
	6h	9h	Mezzodì	3h	6h	9h	Mezza-notte	Media diurna	6h	9h	Mezzodì	3h	6h	9h	Mezza-notte	Media diurna	mm
1	13,64	11,86	11,20	12,99	12,38	14,64	14,52	13,03	75	48	34	39	41	68	72	54	4,19
2	11,00	10,68	9,98	9,77	12,20	12,52	12,23	11,20	62	43	31	29	59	69	72	52	5,88
3	12,51	12,96	13,59	15,63	16,62	18,19	17,33	15,27	79	58	46	58	68	83	83	68	4,05
4	16,51	13,40	14,07	13,15	13,07	15,93	15,28	14,49	90	58	50	42	51	74	79	63	3,25
5	12,41	14,39	13,71	15,19	16,08	17,34	16,39	15,07	75	66	47	53	66	85	88	69	6,00
6	16,73	16,55	15,71	13,30	16,42	16,57	15,72	15,86	98	76	54	45	65	78	84	71	3,20
7	14,40	13,20	13,59	11,58	13,45	14,88	14,15	13,61	89	61	46	36	52	71	77	62	4,00
8	12,13	13,48	12,99	10,98	11,03	14,88	12,61	12,59	77	60	43	34	41	71	69	56	4,48
9	11,61	12,20	11,61	11,47	15,14	15,65	15,74	13,35	75	54	37	38	61	73	82	60	3,77
10	12,55	13,08	14,43	13,20	16,97	17,39	16,27	14,84	81	60	41	46	70	84	86	68	3,32
11	12,71	13,45	13,06	13,36	12,63	11,43	11,68	12,62	79	64	45	49	57	53	65	60	3,00
12	11,67	11,86	11,81	11,17	11,75	14,94	11,92	12,16	76	56	42	36	46	72	66	56	3,47
13	12,28	12,47	10,83	12,92	15,09	15,99	15,53	23,59	78	58	39	50	61	75	78	63	3,45
14	12,39	12,44	11,47	15,14	15,66	11,49	12,59	13,03	75	57	38	61	74	63	72	63	2,87
15	12,21	11,67	12,31	11,26	12,85	14,81	12,59	12,53	81	60	46	42	56	78	75	63	4,10
16	11,84	11,37	9,51	8,93	9,59	13,36	11,74	10,91	82	58	35	32	40	72	73	56	4,50
17	10,42	10,79	10,93	11,86	12,27	10,70	10,61	11,08	73	54	41	44	53	54	62	54	4,58
18	10,66	11,06	11,10	10,30	12,39	11,61	11,86	11,28	73	53	41	46	55	60	72	57	4,77
19	10,43	11,73	10,90	11,34	12,30	13,20	12,29	11,74	81	62	41	46	59	74	81	63	3,47
20	11,69	11,93	14,28	13,40	13,77	13,99	13,64	13,24	85	70	69	72	85	93	93	81	2,58
21	11,23	13,75	13,44	13,04	13,83	14,20	12,85	13,19	84	81	61	56	71	82	86	74	1,63
22	15,23	16,49	13,83	12,06	16,72	15,87	15,87	15,15	86	76	56	48	77	84	84	73	2,89
23	16,56	16,02	15,05	14,65	13,44	12,81	13,34	14,55	83	66	57	61	61	61	69	65	3,85
24	16,33	16,57	17,00	14,54	13,32	12,71	13,57	14,86	87	72	63	61	75	74	81	73	3,22
25	13,39	14,62	15,33	13,04	12,06	11,00	9,99	12,90	86	81	86	65	92	84	81	82	1,37
26	7,59	8,28	9,45	9,68	8,55	8,26	8,32	8,59	68	57	52	53	48	58	65	57	3,40
27	7,59	8,21	7,90	8,64	10,62	8,51	8,40	8,55	68	57	41	42	60	56	65	56	3,35
28	8,26	9,48	8,85	8,87	9,51	9,69	9,56	9,17	78	65	44	41	52	66	74	60	3,70
29	8,81	9,39	9,81	10,82	12,34	11,84	11,45	10,64	88	66	50	49	69	76	89	70	2,10
30	9,97	11,00	10,13	12,08	12,10	13,32	11,26	11,41	91	76	49	53	66	80	82	71	1,90
D. 1ª	13,55	13,18	13,09	12,63	14,34	15,80	15,02	13,93	80	58	43	42	57	76	79	62	42,14
„ 2ª	11,63	11,88	11,62	11,96	12,83	13,15	12,44	12,22	78	59	44	48	59	70	74	62	36,79
„ 3ª	11,50	12,38	12,08	11,74	12,34	11,82	11,46	11,90	82	70	56	53	67	72	78	68	27,41
Mese	12,16	12,48	12,26	12,11	13,17	13,59	12,97	12,68	80	62	48	48	61	73	77	64	106,34

Osservazioni meteorologiche del R. Osservatorio del Campidoglio.

Specchio III. **Settembre 1886.**

Giorno	Direzione del vento							Velocità oraria del vento in chilometri							Totale in 24 ore
	6h	9h	Mezzodì	3h	6h	9h	Mezza-notte	6h	9h	Mezzodì	3h	6h	9h	Mezza-notte	
1	NE	NE	O	O	O	OSO	N	15	10	2	18	6	8	5	234
2	NNE	NNE	SO	SO	NE	NE	NE	10	8	5	22	23	15	16	275
3	NE	NE	SO	SO	S	S	S	11	6	20	21	10	1	1	246
4	S	S	SO	SO	SO	SO	ENE	1	3	11	17	12	1	3	160
5	NE	NE	SSO	OSO	OSO	SSO	calma	10	6	4	15	11	2	calma	160
6	NE	NE	ONO	O	ONO	ONO	N	6	6	6	24	6	3	1	166
7	NE	NE	NO	O	OSO	calma	O	2	8	4	16	5	calma	5	133
8	NNE	NNE	O	O	O	SSO	NO	5	4	1	22	8	2	3	147
9	N	E	SO	O	O	S	N	4	3	8	20	5	1	3	140
10	NNE	NE	OSO	O	OSO	SSO	calma	10	3	5	17	7	2	calma	133
11	NNE	NNE	SSO	OSO	NE	NE	NE	10	6	6	10	16	7	4	154
12	NNE	NNE	SO	OSO	NNO	SO	NNE	15	6	4	8	2	1	3	175
13	NNE	NNE	NNE	SSO	SO	SO	NNE	2	4	1	10	6	1	2	124
14	NNE	NNE	SO	SSO	O	NNE	NNE	11	10	6	12	9	6	14	232
15	NNE	NNE	O	SO	OSO	calma	NNE	13	14	4	19	8	calma	3	241
16	NNE	NNE	O	OSO	OSO	S	N	11	14	4	17	7	2	8	207
17	NNE	NNE	S	SO	OSO	E	NNE	8	9	6	12	6	10	8	236
18	NNE	NE	SO	NE	NE	NE	NNE	16	8	10	18	7	3	6	209
19	NNE	E	S	SSO	NE	NE	NNE	10	3	16	28	8	1	4	231
20	NNE	NE	S	E	NNE	NNE	NE	5	5	10	7	7	5	5	179
21	NNE	NNE	SSO	SSO	SSO	S	SE	6	6	3	15	4	5	5	159
22	SSE	S	SSO	SSO	SSO	SSE	SSE	15	20	18	16	15	18	18	375
23	SSE	SSE	S	S	SSE	S	S	22	26	30	28	22	22	14	602
24	SSE	S	SSO	OSO	S	S	S	7	19	26	12	14	6	2	311
25	S	SSO	SSO	OSO	N	N	N	3	3	8	16	15	20	17	272
26	N	N	N	NNE	NNE	NNE	NNE	20	20	10	8	18	13	22	366
27	NNE	NNE	NNE	N	O	NNE	NNE	20	16	10	6	10	10	10	334
28	NNE	NNE	N	O	OSO	SSO	calma	12	9	2	10	11	1	calma	210
29	NNE	ENE	ENE	O	O	ONO	N	6	6	5	12	8	1	2	172
30	N	NNE	O	O	O	O	calma	6	7	3	7	7	5	calma	126
D. 1ª	—	—	—	—	—	—	—	7,4	5,7	6,6	19,2	9,3	3,5	3,7	179
„ 2ª	—	—	—	—	—	—	—	10,1	7,9	6,7	14,1	7,6	3,6	5,7	199
„ 3ª	—	—	—	—	—	—	—	11,7	13,2	11,5	13,0	12,4	10,1	9,0	293
Mese	—	—	—	—	—	—	—	9,7	8,9	8,3	15,4	9,8	5,7	6,1	224

Osservazioni meteorologiche del R. Osservatorio del Campidoglio.

Specchio IV. **Settembre 1886.**

Giorno	Stato del cielo in decimi di cielo coperto								Altezza della pioggia in millimetri	Ozono				Meteore varie	*ANNOTAZIONI*
	6h	9h	Mezzodì	3h	6h	9h	Mezza-notte	Media		9p 9a	9a 9p	9a 3p	3p 9p		
1	0	0	0	0	1	1	1	0,4		8,5	7,0	6,0	6,0		
2	1	0	2	5	3	1	1	1,9		7,5	7,0	6,0	7,0	Vento forte	Vento forte nel pomer.
3	4	2	8	7	6	6	9	6,0		8,0	7,5	6,0	6,5	Vento forte	Vento forte nel pomeriggio
4	8	4	7	4	1	1	1	3,7	0,1	3,5	6,5	5,5	5,5	Goccie	Goccie nel mattino.
5	0	0	2	1	1	0	1	0,7		7,0	7,0	6,5	6,5		
6	9	0	3	1	1	0	0	2,0		5,0	6,5	6,0	4,5	Nebbia densa vento forte.	Gran nebbia nel matt. vento O forte a tre ore pom.
7	3	0	0	1	1	0	1	0,9		3,0	7,0	7,0	6,0		
8	0	0	0	0	0	0	2	0,3		6,5	7,5	7,5	5,5	Vento forte	Vento O forte nel pomer.
9	1	2	3	3	4	1	0	2,0		5,5	6,5	6,0	5.5	Vento forte	Vento forte SO nel pomerig.
10	3	0	1	2	3	2	3	2,0		4,5	6,5	6,0	3,5		
11	1	1	7	8	6	5	2	4,3	11,5	6,5	9,0	6,5	8,0	Pioggia, lampi, tuoni.	Temporali al SE con pioggia e tuoni al pom.
12	1	4	3	6	3	5	1	3,3	0,0	7,0	7,5	6,5	7,0	Lampi, t., goccie	Temporali lontani all'E e N nel pom. con goccie
13	0	1	3	7	4	10	6	4,4	0,0	8,0	7,5	7,5	6,5	Goccie, l., tuoni	Temporali lontani al S e NE nel pom. e nella sera
14	2	1	4	9	7	6	3	4,6	0,2	7,5	8,5	6,5	7.5	Pioggia, l., t.	Temporali in distanza a S e all'E con poca piog. nel p.
15	1	0	2	2	0	0	0	0,7		8,0	9,0	9,0	8,0		
16	0	0	0	1	0	0	0	0,1		8,0	8,0	6,5	7,0		
17	3	3	5	3	7	7	2	4 3		7,0	8,5	6,5	7,5	Lampi e tuoni	Temporale lontano con tuoni nel pomeriggio
18	3	1	4	8	6	1	1	3,1		7,0	6,5	6,0	5,5	Lampi t., f.	Temporale vicino con fulmini nel pomeriggio
19	3	2	6	6	5	9	3	4,9		7,0	7,0	6,5	6,5	Lampi, v. f.	Lampi al S nella sera, vento SSO forte nel pomeriggio
20	9	8	9	10	10	10	9	9,3	12,6	7,5	8.0	6,5	7,5	Pioggia, l., e t.,	Temporali nel pomer., gran tem. nella sera con pioggia
21	2	3	7	4	2	10	8	5,1	4,6	7,0	7,5	6,5	5,5	Pioggia, l., e t.	Poca pioggia nella notte, tem. nella sera con pioggia
22	5	7	6	2	1	0	5	3,7	0,8	7,5	7,5	7,0	6,5	Pioggia v. f.	Pioggia nella notte vento SSO forte alla matt. e pomer.
23	2	3	3	10	5	2	5	4,3	0,1	8,0	7,0	3,5	6,5	Goccie, l., v. f.	Goc. nel pom. lampi al N nella sera, vento S a SSE forte
24	10	7	8	10	7	7	3	7,4	2,2	6,5	5,5	4,5	4,5	Piogg., l., v. f.	Temporali nel matt. e pomer. con pioggia, vento forte S
25	10	10	10	7	7	4	2	7,1	14,1	9,0	10,0	10,0	8,0	Piogg., l., v. f.	Pioggia nel matt. e pom. lampi nella sera, v. f. N pom.
26	3	1	1	1	1	0	5	1,7		10,0	9,0	8,5	8,0		
27	7	2	2	2	1	0	0	2,0		10,0	8,5	7,0	5,5	Vento forte	Vento NNE forte nella matt.
28	0	1	0	0	0	0	1	0,3		9,0	7,0	7,5	6,5		
29	1	0	0	0	0	0	0	0,1		7,0	9,5	8,5	6,5		
30	0	0	0	0	0	0	0	0,0		6,0	8,5	7,5	6,0		
D. 1ª	2,9	0,8	2,6	2,4	2,1	1,2	1,9	2,0	0,1	5,9	6,9	6,3	5,7		
„ 2ª	2,3	2,1	4,3	6,0	4,8	5,3	2,7	3,9	24,3	7,4	8,0	6,8	7,2		
„ 3ª	4,0	3,4	3,7	3,6	2.4	2,3	2,9	3,2	21,8	8,0	8,0	7,1	6,4		
Mese.	3,1	2,1	3,5	4,0	3,1	2,9	2,5	3,0	46,2	7,1	7,0	6,7	6,4		

Osservazioni meteorologiche del R. Osservatorio del Campidoglio

Specchio I.

Ottobre 1886.

Giorno	Altezza del Barometro ridotto a 0°								Termometro Centigrado							Temperatura		
	6h	9h	Mezzodì	3h	6h	9h	Mezza-notte	Media	6h	9h	Mezzodì	3h	6h	9h	Mezza-notte	Media	Massima	Minima
	700 mm. +																	
1	58,50	58,81	58,41	57,30	57,18	57,60	57,37	57,88	13,0°	17,8°	24,0°	23,4°	20,6°	18,6°	16,2°	19,1°	24,4°	12,8°
2	57,83	58,01	58,11	57,41	57,94	58,81	58,93	58,18	12,6	16,7	23,3	25,0	21,7	19,2	16,6	19,3	25,2	12,0
3	59,82	60,26	60,00	59,82	60,32	60,98	60,82	60,29	14,6	19,1	25,7	26,4	22,8	20,7	17,8	21,0	27,4	14,5
4	60,92	61,47	60,70	59,88	59,78	60,84	59,41	60,31	15,6	19,9	25,6	26,2	22,6	19,5	17,6	21,0	26,9	15,0
5	59,11	59,55	58,49	58,14	58,55	58,21	58,75	58,68	14,8	19,2	25,1	25,1	22,0	19,4	16,7	20,3	26,5	14,3
6	57,99	57,67	57,15	56,94	56,46	57,10	57,01	57,19	14,2	21,3	23,5	19,1	18,3	17,8	17,4	18,8	23,7	13,6
7	56,81	57,43	57,31	56,79	57,55	58,35	58,47	57,53	14,6	16,3	21,5	22,1	20,0	17,8	17,0	18,5	22,4	14,6
8	59,26	59,08	60,10	59,34	59,70	59,95	59,19	59,60	16,0	18,7	23,4	23,6	20,9	19,2	19,2	20,1	24,4	15,4
9	57,92	58,22	57,92	57,12	57,62	58,83	59,02	58,09	17,8	18,1	17,1	18,1	16,6	15,6	14,3	16,8	19,2	14,3
10	59,04	59,42	58,86	58,07	58,41	59,13	58,70	58,80	15,2	16,2	21,6	21,1	19,2	17,6	18,2	18,1	21,8	11,1
11	57,68	58,05	57,29	55,96	55,96	56,41	56,41	56,82	15,2	17,4	22,0	21,3	19,2	17,0	14,7	18,1	22,2	14,5
12	56,57	58,11	57,62	56,61	56,90	57,36	57,04	57,17	13,7	17,1	20,8	21,5	19,2	16,6	14,8	17,7	21,8	13,0
13	55,47	55,58	54,59	53,73	53,54	53,09	52,35	54,05	10,4	15,3	21,4	20,6	18,6	17,5	17,7	17,4	21,8	9,7
14	51,36	51,82	50,88	50,30	50,93	51,64	51,96	51,27	15,3	15,7	20,3	17,3	15,6	14,3	13,8	16,0	21,7	13,8
15	52,81	53,90	53,76	52,91	53,02	53,04	52,17	53,09	10,2	12,3	17,4	19,2	16,9	13,6	11,3	14,5	19,6	9,6
16	49,06	48,82	46,72	42,99	43,14	42,37	43,28	45,20	14,1	17,0	19,1	18,6	19,9	18,4	17,6	17,8	19,7	10,8
17	42,05	43,44	44,55	45,45	46,28	47,40	48,41	45,40	16,6	17,4	19,4	19,2	16,8	15,5	15,0	17,1	19,6	15,0
18	48,85	50,01	50,56	50,48	50,62	51,62	51,47	50,52	14,9	16,7	19,3	17,7	18,2	19,0	18,4	17,7	19,7	13,4
19	50,73	51,49	51,00	50,24	50,67	51,80	52,14	51,15	18,3	19,4	25,0	24,7	22,3	21,6	21,6	21,8	25,4	17,5
20	54,39	56,11	57,82	57,01	57,01	58,04	57,35	56,82	18,3	21,2	25,3	24,7	22,0	21,8	20,4	22,0	26,2	17,6
21	56,79	58,82	57,21	56,60	57,61	58,74	58,64	57,77	19,2	19,6	22,0	21,4	18,8	17,2	16,0	19,2	23,1	16,0
22	57,31	58,21	58,00	57,84	57,25	58,80	58,71	58,16	15,7	18,6	19,6	19,1	16,5	14,9	12,4	16,7	19,9	12,4
23	58,49	59,04	58,48	58,12	58,52	58,96	59,72	58,76	11,7	14,4	19,1	19,9	17,6	14,8	12,4	15,7	20,3	9,9
24	61,30	62,42	62,58	61,69	62,73	63,83	63,60	62,62	11,1	14,4	19,9	20,7	18,0	15,4	12,5	16,0	21,3	10,1
25	63,25	64,36	63,28	61,34	61,04	61,17	59,91	62,05	12,1	15,6	20,2	22,6	19,4	16,4	14,8	17,3	23,1	10,1
26	58,60	59,02	57,72	56,32	55,82	55,63	54,96	56,87	12,7	17,0	22,2	20,6	19,0	17,5	16,0	17,9	22,3	12,1
27	54,41	55,05	54,31	53,79	53,90	55,28	55,25	54,57	17,3	17,2	22,2	23,1	20,9	20,2	18,1	19,9	23,6	15,5
28	56,78	57,46	57,70	57,79	58,72	60,11	60,21	58,40	18,3	20,0	23,2	23,5	21,8	20,2	19,2	20,9	24,2	16,7
29	61,55	62,49	62,3.	62,04	62,92	64,44	64,45	62,90	17,3	17,6	22,2	23,8	19,9	17,4	16,0	19,2	24,0	16,0
30	64,00	64,78	64,39	63,00	63,56	63,80	63,67	63,89	11,4	13,8	17,8	20,2	16,6	13,6	10,6	14,9	20,5	10,6
31	64,64	63,69	63,04	62,22	62,48	63,14	63,19	63,20	9,6	12,2	17,0	18,3	16,0	13,2	10,6	13,8	18,4	8,6
D. 1ª	58,72	59,05	58,70	58,08	58,35	58,98	58,77	53,66	14,8	18,3	23,1	23,0	20,5	18,5	17,1	19,3	24,2	13,98
„ 2ª	51,90	52,73	52,48	51,57	51,81	52,28	52,26	52,15	14,7	16,9	21,0	20,5	18,9	17,5	16,6	18,0	21,8	13,5
„ 3ª	59,74	60,49	59,92	59,16	59,60	60,36	60,21	59,93	14,2	16,4	20,5	21,2	18,6	16,4	14,4	17,4	21,9	12,5
Mese	56,79	57,42	57,03	56,27	56,59	57,21	57,08	56,91	14,6	17,2	21,5	21,6	19,3	17,5	16,0	18,2	22,6	13,3

Osservazioni meteorologiche del R. Osservatorio del Campidoglio.

Specchio II. **Ottobre 1886.**

Giorno	Umidità assoluta								Umidità relativa								Acqua evaporata in 24 ore
	6h	9h	Mezzodì	3h	6h	9h	Mezza-notte	Media diurna	6h	9h	Mezzodì	3h	6h	9h	Mezza-notte	Media diurna	mm
1	10,11	11,42	12,32	12,94	13,39	12,99	12,25	12,20	91	75	56	60	74	81	89	75	1,80
2	10,48	12,09	10,06	11,33	12,32	12,77	11,66	11,53	96	85	47	48	64	77	82	71	1,70
3	10,58	11,65	11,6	12,80	14,12	14,92	12,73	12,64	86	71	48	50	68	82	84	70	2,55
4	10,52	12,80	11,22	13,19	13,76	13,69	12,79	12,57	80	74	45	52	67	80	85	69	3,35
5	11,15	12,71	11,10	12,87	14,67	14,13	12,76	12,77	89	76	47	54	75	84	90	72	1,88
6	11,31	13,59	13,53	15,01	14,49	14,54	13,58	13,72	93	72	62	91	92	96	92	85	1,47
7	12,38	13,29	14,21	12,32	13,61	13,27	11,99	13,01	100	96	74	62	78	87	83	83	1,20
8	11,38	12,33	13,10	13,53	14,25	13,69	14,00	13,18	84	77	61	62	77	83	85	76	1,57
9	14,54	13,54	14,00	12,79	12,01	11,63	11,39	12,84	96	87	96	82	85	88	93	90	1,20
10	9,77	11,12	12,47	11,85	13,01	12,27	14,00	12,07	90	81	65	63	78	82	90	78	1,21
11	11,05	12,10	13,80	11,67	12,41	11,70	10,20	11,85	86	82	70	61	75	81	81	77	1,74
12	8,66	9,21	8,47	8,12	8,96	9,12	8,83	8,77	74	63	46	42	54	64	70	59	2,98
13	8,45	9,50	10,92	10,81	11,08	11,89	11,12	10,54	90	73	57	60	69	80	74	72	1,88
14	10,85	11,43	9,07	7,90	9,20	9,13	9,11	9,53	84	86	51	54	69	75	78	71	2,35
15	6,11	7,06	6,92	8,75	9,20	9,17	7,65	7,84	64	66	47	53	64	79	74	64	2,19
16	9,58	12,05	12,47	13,44	14,99	12,67	10,21	12,20	80	84	75	84	87	80	68	80	1,53
17	9,85	8,49	8,48	8,82	10,35	10,72	11,03	9,68	70	57	51	53	73	82	87	68	2,95
18	10,54	11,04	10,53	11,57	11,98	12,53	13,82	11,72	84	77	62	76	77	76	87	77	1,87
19	10,55	12,35	13,76	13,94	13,52	14,37	13,47	13,14	67	74	58	60	68	74	70	67	3,25
20	13,48	14,61	13,74	15,64	14,67	14,25	13,83	14,32	86	78	57	67	75	73	77	73	2,42
21	13,53	13,75	14,40	13,12	14,25	11,36	10,96	13,05	82	81	72	69	88	78	81	79	2,25
22	11,15	9,94	9,48	9,80	10,39	9,75	9,20	9,96	84	62	56	59	74	77	86	71	1,56
23	8,50	9,07	9,96	9,37	10,55	9,75	9,45	9,52	83	74	60	54	70	77	88	72	2,09
24	8,75	9,26	9,43	9,17	9,54	10,78	9,14	9,44	89	76	55	50	62	83	85	71	1,75
25	8,26	9,32	9,75	12,01	10,88	10,39	9,94	10,08	79	71	55	59	65	74	79	69	2,47
26	9,27	10,21	12,16	12,46	10,83	10,92	11,25	11,01	85	72	61	69	66	73	83	73	1,95
27	9,63	10,94	11,18	12,24	11,08	9,53	11,23	10,83	66	75	56	58	60	54	73	63	2,65
28	9,42	10,08	9,22	11,00	10,15	10,62	12,18	10,38	60	58	44	51	52	60	73	57	4,65
29	9,83	9,85	10,53	9,52	11,83	11,18	9,75	10,36	71	66	53	44	68	75	72	64	3,45
30	8,02	8,85	11,35	8,75	10,06	9,04	8,57	9,23	79	75	74	50	72	77	90	74	2,65
31	7,28	7,78	8,21	10,06	10,29	8,65	7,79	8,58	82	73	57	64	76	76	81	73	1,50
D. 1ª	11,22	12,45	12,37	12,86	13,56	13,39	12,71	12,65	91	79	60	62	76	84	87	77	17,93
„ 2ª	9,91	10,78	10,80	11,07	11,64	11,56	10,93	10,96	78	74	57	61	71	76	77	71	23,16
„ 3ª	9,42	9,91	10,52	10,68	10,90	10,18	9,95	10,22	78	71	59	57	69	73	81	70	26,97
Mese	10,18	11,05	11,23	11,54	12,03	11,71	11,20	11,28	82	75	59	60	72	78	82	73	68,06

Osservazioni meteorologiche del R. Osservatorio del Campidoglio.

Specchio III. **Ottobre 1886.**

Giorno	Direzione del vento							Velocità oraria del vento in chilometri							Totale in 24 ore
	6h	9h	Mezzodì	3h	6h	9h	Mezza-notte	6h	9h	Mezzodì	3h	6h	9h	Mezza-notte	
1	NNE	NNE	S	SO	O	calma	N	5	5	7	15	6	calma	5	143
2	NNE	NNE	calma	O	O	O	O	5	10	calma	8	8	9	10	175
3	NE	NE	NE	SO	OSO	O	N	6	7	4	14	6	1	8	143
4	N	N	SSO	SO	OSO	SSO	N	8	8	4	10	4	1	5	153
5	N	calma	ESE	SO	SO	SE	calma	3	calma	4	15	5	2	calma	125
6	N	SE	SE	O	ONO	NNE	NNE	8	5	28	12	4	7	4	229
7	NNE	NNE	O	OSO	SSO	calma	calma	6	7	2	7	3	calma	calma	104
8	NNE	NNE	S	ESE	SE	S	SSO	3	3	10	11	5	16	1	155
9	S	ESE	OSO	E	N	N	N	12	7	5	9	13	6	4	198
10	N	N	SSO	SSO	S	NE	NNE	7	3	9	15	1	4	4	153
11	N	NNE	SSE	S	SE	ESE	N	7	8	10	15	7	3	20	218
12	N	N	NNE	N	N	NNE	N	15	28	35	14	8	4	7	345
13	N	NNE	SSO	SSO	S	E	SSE	4	3	9	16	8	12	8	196
14	N	NNE	calma	OSO	E	calma	E	9	6	calma	12	4	calma	1	134
15	N	NE	NE	NO	O	calma	N	10	5	3	6	2	calma	4	141
16	SSO	S	SSE	SSE	S	SO	OSO	3	6	24	9	29	18	17	378
17	OSO	O	O	OSO	SSO	SE	ESE	14	19	28	19	10	7	4	349
18	O	SE	SSE	SSE	SE	SE	ESE	3	13	28	18	22	23	6	333
19	ESE	ONO	SSE	SSE	S	SSE	SSE	2	1	28	27	23	30	23	432
20	SSO	NO	S	S	SSO	N	N	10	1	20	13	11	8	4	220
21	O	calma	ESE	SSO	SSO	SSO	SSO	1	calma	4	14	9	3	6	145
22	S	SO	SSO	SSO	SE	calma	N	4	8	12	8	9	calma	4	172
23	N	NNE	NE	SSO	SSO	SSO	N	5	7	4	3	1	1	3	100
24	NNE	NNE	SO	N	SE	calma	N	12	8	3	9	2	calma	6	123
25	N	N	NNE	SSE	SSE	NNE	N	19	9	6	15	9	7	8	281
26	NNO	N	SSE	S	S	N	N	7	6	2	18	3	1	6	163
27	N	O	SSE	NNO	N	NNE	NNE	5	1	14	1	2	10	9	108
28	NE	ENE	ESE	E	E	E	NNE	11	8	19	13	15	9	6	265
29	NNE	N	NNE	SE	SE	NNE	NNE	13	11	5	5	1	14	11	172
30	NNE	N	NNE	NO	calma	OSO	N	15	24	6	2	calma	2	13	234
31	N	NNE	N	calma	OSO	N	NNE	18	15	5	calma	1	2	13	222
D. 1ª	—	—	—	—	—	—	—	6,3	5,5	7,3	11,6	5,5	4,6	4,1	158
„ 2ª	—	—	—	—	—	—	—	7,7	9,0	18,5	16,9	12,4	10,5	9,4	275
„ 3ª	—	—	—	—	—	—	—	10,0	8,8	7,3	8,0	4,7	4,4	7,7	180
Mese	—	—	—	—	—	—	—	8,0	7,8	11,0	12,2	7,5	6,5	7,1	204

Osservazioni meteorologiche del R. Osservatorio del Campidoglio.

Specchio IV. Ottobre 1886.

Giorno	Stato del cielo in decimi di cielo coperto								Altezza della pioggia in millimetri	Ozono				Meteore varie	*ANNOTAZIONI*
	6h	9h	Mezzodì	3h	6h	9h	Mezza-notte	Media		9p 9a	9a 9p	9a 3p	3p 9p		
1	1	0	1	0	0	0	1	0,4		7,0	8,0	7,5	6,0		
2	2	1	0	1	1	1	1	1,0		7,0	9,0	9,0	6,0	Nebbia densa b.	
3	0	0	0	0	0	1	0	0,1		8,5	6,5	6,5	4,5		
4	0	0	1	0	0	0	0	0,1		7,0	6,5	6,5	3,5		
5	0	0	0	1	1	1	2	0,7		5,5	6,0	5,5	5,5		
6	3	6	10	10	10	10	3	7,4	24,7	4,0	5,5	2,5	4,0	Pioggia, lampi, tuoni. v. forte	Temp. con pioggia dirotta nel pom. con v. forte SSE
7	10	10	8	9	2	2	9	7,1		5,5	6,5	6,5	5,0	Gran nebbia	Nebbia densa generale nella mattina
8	5	6	8	4	6	10	10	7,0	0,0	3,5	7,5	7,0	7,0	Goccie, lampi	Goccie e lampi all'E a tarda sera
9	10	10	10	4	1	1	1	5,3	42,8	7,5	7,5	7,0	7,0	Pioggie pesanti	Piog. nella notte e nella matt. e dirotta verso mezzodì
10	6	6	8	8	9	8	8	7,6	1,6	6,0	7,5	5,5	6,5	Pioggia, lampi	Pioggia leggera e lampi al NO nella sera
11	7	6	9	10	7	1	3	6,1	2,0	7,0	7,0	4,5	5,5	Pioggia	Pioggia a tarda sera
12	0	0	0	1	1	1	1	0,6		8,5	8,0	8,0	5,0	Vento forte	Vento N a NNE forte sin verso il mezzodì
13	0	1	7	7	10	10	5	5,7	1,5	7,0	7,5	4,5	6,0	Pioggia v. f.	Goc. nel pom. poca piog. nella sera, v. SSO forte nel pom.
14	10	9	2	9	2	0	2	4,9	0,0	8,0	8,0	8,0	5,0	Goccie, l., tuoni	Goccie nel mattino, temporale lontano nel pom. con v. f. SO
15	1	2	2	2	1	1	10	2,7		8,0	7,5	7,5	3,0	Vento forte	
16	10	10	10	10	10	10	10	10,0	12,6	2,0	8,0	6,5	7,0	Piog. gran. lam., tuono, v. forte	P. leggera nel matt. e pom. t. con p. e gr. nella s., v. f. SSE
17	9	5	4	4	2	10	4	5,4	3,9	9,0	7,5	7,5	6,5	Pioggia, v. forte	Piog. nella sera, v. O a SSO f. in quasi tutta la giornata
18	9	9	9	10	10	4	10	8,7	10,5	7,0	8,5	7,0	8,0	Pioggia, v. forte	P. nella matt. e nel pom. v. SSE f. nel meriggio e sera
19	9	10	8	10	7	3	3	7,1		6,0	7,0	4,0	7,0	Vento forte	Vento forte prima e dopo il mezzodì
20	2	2	7	7	8	8	10	6,3	0,1	3,0	0,5	0,5	0,0	Goccie, v. f.	P. leggera nella s., v. SSE f. nel pomeriggio
21	9	10	9	7	5	3	3	6,6	2,7	0,0	3,5	3,0	2,5	Pioggia	Pioggia leggera nel pom. e in prima sera
22	8	6	8	5	2	1	0	4,3		7,0	7,5	7,0	6,5		
23	2	6	9	6	1	3	1	4,0		7,0	5,0	5,0	1,5		
24	0	0	1	3	2	0	2	1,1		7,0	7,5	6,0	6,5		
25	1	3	3	4	4	3	2	2,9		7,0	4,5	4,5	1,0	Lampi, v. f.	Lampi all'O e all'ONO nella s. v. N forte nella notte
26	3	7	9	10	4	3	9	6,4	0,0	5,0	1,0	0,5	0,0	Goccie lampi	Goccie nel pomeriggio lampi all'O nella sera
27	8	4	10	10	8	10	9	8,4	0,0	0,5	0,5	0,5	0,0	Goccie	Goccie nella sera
28	7	5	9	10	8	9	10	8,3		6,0	5,5	5,0	4,5	Vento forte	Vento E forte nel meriggio
29	4	5	1	2	2	1	0	2,1	0,1	5,5	6,0	5,5	5,0	Poca pioggia	P. leggera dopo mezzanotte
30	2	3	2	2	2	0	1	1,7		7,0	9,0	9,0	0,0	Vento forte	Vento N forte nella mattina
31	5	4	1	1	3	0	0	2,0		8,5	7,0	7,0	5,0	vento forte	V. N f. in prima mattina
D. 1ª	3,7	3,9	4,6	3,7	3,0	3,4	3,5	3,7	69,1	6,2	7,1	6,4	5,5		
„ 2ª	5,7	5,4	5,8	7,0	5,8	4,8	5,8	5,8	30,6	6,6	6,9	5,8	5,3		
„ 3ª	4,5	4,8	5,6	5,4	3,7	3,0	3,4	4,3	2,8	5,5	5,2	4,8	3,0		
Mese.	4,6	4,7	5,3	5,4	4,2	3,7	4,2	4,6	102,5	6,1	6,4	5,7	4,6		

Osservazioni meteorologiche del R. Osservatòrio del Campidoglio

Specchio I. **Novembre 1886.**

Giorno	Altezza del Barometro ridotto a 0°								Termometro Centigrado							Temperatura		
	6h	9h	Mezzodì	3h	6h	9h	Mezza-notte	Media	6h	9h	Mezzodì	3h	6h	9h	Mezza-notte	Media	Massima	Minima
	700 mm. +																	
1	64,09	63.50	63,81	63,19	63,77	64,61	65,00	64,00	8°.8	12°,0	17°,2	18°,5	16°.2	13°.2	10°,2	13°,7	18°,8	8°,1
2	64,90	65,54	65,40	64,99	64,78	65,43	65,40	65,21	10,4	11,9	16,8	17,4	15,6	13.6	10,5	13.7	18.0	7,8
3	64,19	65,67	64,51	63,39	63,38	63,75	63,48	63,97	8,2	11,4	17,6	17,2	15,7	13,8	12,5	13,9	17.8	7.5
4	62.26	62,76	61,28	59,79	59,87	59,23	58,69	60,55	13,2	15,8	18,4	18,1	15,1	13.8	13,5	15,4	18.8	11,0
5	56,20	56.85	55,99	54,48	53,69	53,55	52,34	54,74	13,3	14,8	16,9	16,9	15,1	13,8	13,8	14,9	17.5	12,5
6	51,03	52,14	51,38	49,92	50,17	51,19	51,79	51,09	12,6	14,8	17,7	17,2	15,6	16,4	17,7	16,0	17.7	11,9
7	52,38	54,23	53,96	54.31	55,12	55,94	56,04	54,57	16,9	18,9	20,4	20,3	17,8	17,4	17,5	18,4	20,8	15,9
8	54,59	55,36	54,21	52,91	52 18	51,66	51,28	53,17	18,0	19,4	21,1	20,6	19,1	17,8	16,7	19,0	21,6	16,1
9	50,08	51,37	50,47	50,35	50,02	52,39	52,64	51,05	14,0	15,0	17,3	13,4	12,8	11,9	10,8	13,6	17,7	10.8
10	52,44	54,16	54,06	53,62	53,69	54,94	54,75	53,95	11,1	13,9	15,8	15,9	15,1	14,8	14,6	14,5	16,9	10,1
11	54,66	55,84	55,41	54,77	54,21	55,49	55,93	55,19	13,5	17,2	19,3	18,2	16,6	16,1	16,3	16,7	19,4	13,5
12	54,87	56,10	55,57	54,43	54,07	53,88	53,66	54,65	16,4	18,1	19,8	19,2	17,4	18,0	17,3	18,0	20,1	15,5
13	51,49	51,86	51,03	50,31	51,78	51,01	51,06	51,22	17,2	19,3	20,7	19,7	17,8	17,5	17,0	18,5	21,0	16,5
14	49,70	50,07	48,58	48,35	48,40	49,93	51,02	49,44	16,1	17,0	17,6	15,6	13,8	13,3	13,0	15,2	19,4	13,0
15	51,79	53.38	53.23	53,13	53,64	54,34	54,70	53,46	10,1	13,0	17,0	17,6	14,9	13,8	12,8	14,3	17,9	10,1
16	54,41	55.16	54.84	54,35	55,50	56,29	56,84	55,34	11.5	12.0	16,5	17,2	14,6	12,9	10,8	13,6	17,4	9,8
17	57,27	58,82	58,80	58,34	58,93	59,33	58,99	58,64	8,8	10,4	15,7	17,0	14,4	12,6	11,9	13,0	17,2	7,7
18	57,00	58,19	57,89	57,11	56,88	56,26	56,08	57,06	13,8	15,4	17,4	17,0	14,6	13,5	13,0	15,0	17,7	10,9
19	55,33	54,74	54,30	54,11	55,22	56,43	56,74	55,27	11.8	13,2	14,8	15,1	11,2	8,6	7,6	11,8	16,0	7,6
20	56,21	57,08	55,94	56,02	56,47	56,90	57,13	56,54	7,1	8,5	12,3	12,6	9,2	8,4	7,6	9,4	13.1	5,4
21	55,56	55,40	54,29	53,89	54,86	54,70	54,10	54,69	7,2	8,2	10,1	9,1	6,8	5,8	6,0	7,6	10,3	5,8
22	53,81	53.48	53,05	52,95	54,09	55,36	55,93	54,10	5,6	7,4	10,5	9,9	7,2	6,0	5,8	7,5	10,9	4,8
23	56,56	57,65	57,30	57,03	58,06	58,41	58,54	57,65	5,7	6.3	12,1	13,1	8.5	8,5	7,8	8,9	13,3	3,8
24	57,37	59,20	58,41	57,48	57,98	58,19	58,24	58,12	5,6	8,2	11,6	12,2	7,4	5,6	5,6	8,0	12,3	4,9
25	58,56	59,61	59,28	59,0.	59,78	60,59	61,30	59,74	4,8	7,1	11,0	11,6	7,8	5,4	4,4	7,4	11,9	4,1
26	61,31	62,55	62.09	61,36	61,54	61,71	62,18	61,82	1,7	3,6	9,2	11,6	8,8	6,2	4,7	6.5	11,6	1.0
27	61,60	62,50	61,97	61 65	62,00	63,32	63,66	62,39	1,8	4,3	9,4	12,2	10,0	7,4	5,6	7,2	12.3	0,8
28	63,84	64,80	64,30	63,72	63,89	64,19	64,00	64,01	2,2	4,6	11,0	13,3	10,6	6,8	5,8	7,8	13,4	1,5
29	62,76	63,04	61,72	60,18	59,70	59,13	58,09	60,66	4,2	5,7	10,8	12,5	10,2	7,2	5,2	8,0	12,6	3,4
30	55,28	55,59	54,11	52,76	52,06	52,26	51,85	53,42	5,0	5,9	11,5	12,3	10,3	9,3	9,2	9,1	13.0	2,7
D. 1ª	57,22	58,10	57,51	56,69	56,69	57,27	57,14	57,23	12,7	14,8	17,9	17,5	15,8	14,6	13,8	15,3	18,6	11,2
„ 2ª	54,27	55,12	54,56	54,09	54,51	54,99	55,22	54,68	12,6	14,4	17,1	16,9	14,4	13,5	12,7	14,5	17,9	11,0
„ 3ª	53,66	59,38	58,65	58,01	58,40	58,79	58,79	58,66	4,4	6,1	10,7	11,8	8,8	6,8	6,0	7,8	12,2	3,3
Mese	56,72	57,53	56,91	56,26	56,53	57,02	57.05	56,86	9,9	11,8	15,2	15,4	13,0	11,6	10,8	12,5	16,2	8,5

Osservazioni meteorologiche del R. Osservatorio del Campidoglio.

Specchio II. **Novembre 1886.**

Giorno	Umidità assoluta								Umidità relativa								Acqua evaporata in 24 ore
	6h	9h	Mezzodì	3h	6h	9h	Mezza-notte	Media diurna	6h	9h	Mezzodì	3h	6h	9h	Mezza-notte	Media diurna	mm
1	7,25	7,96	8,81	6,92	8,70	8,21	7,85	7,96	85	76	60	43	64	73	84	69	1,78
2	7,09	7,89	8,59	10,61	10,87	10,74	8,63	9,20	75	76	60	71	82	92	91	78	1,50
3	7,45	8,50	10,27	9,22	9,73	9,24	8,51	8,99	92	84	69	63	73	79	79	77	1,37
4	7,41	8,15	8,22	9,08	11,24	10,01	10,60	9,24	65	61	52	58	88	86	92	72	2,20
5	9,87	9,55	9,87	9,81	8,91	9,37	9,37	9,54	86	76	69	68	69	80	80	75	1,66
6	10,29	10,88	11,34	11,16	10,87	13,23	13,63	11,63	94	87	75	76	82	95	90	86	1,15
7	13,08	13,26	11,51	12,96	12,09	12,91	12,77	12,65	91	82	65	73	79	87	87	81	1,17
8	9,69	11,11	13,09	12,52	12,47	12,91	11,60	11,91	63	66	70	69	75	84	81	67	3,08
9	10,23	9,95	8,10	8,53	9,21	8,38	7,91	8,90	85	78	55	74	84	81	81	77	1,55
10	7,73	9,12	10,21	10,42	8,26	9,28	9,21	9,18	77	77	76	77	64	74	74	74	1,42
11	10,27	11,08	10,30	10,27	10,41	10,57	10,73	10,52	89	76	62	66	73	77	77	74	2,30
12	11,50	11,38	11,51	11,88	11,81	10,53	10,96	11,37	82	74	67	72	80	68	74	74	2,56
13	12,16	12,35	11,80	11,07	11,16	11,83	12,13	11,79	83	74	65	64	65	79	84	73	2,23
14	10,85	10,58	12,21	11,43	9,11	10,85	10,37	10,77	79	73	81	86	78	95	93	84	2,04
15	8,81	10,18	11,20	9,66	10,14	9,56	9,21	9,82	95	91	78	64	80	82	85	82	1,08
16	8,93	9,00	10,06	10,31	10,45	10,04	9,05	9,69	88	85	72	70	85	91	94	84	0,56
17	7,77	8,51	9,46	9,34	9,20	9,84	9,12	9,03	92	90	71	64	75	90	88	81	0,53
18	9,63	10,51	9,51	8,94	9,87	10,07	9,53	9,72	82	81	64	62	79	87	85	77	0,68
19	8,26	8,57	8,25	5,61	4,10	4,17	4,04	6,14	79	81	66	44	41	50	52	59	2,12
20	3,74	4,80	3,44	3,80	3,96	4,35	6,04	4,30	49	57	32	35	45	53	77	50	4,28
21	4,33	4,77	3,95	4,02	4,42	4,62	4,10	4,32	57	58	42	46	60	67	59	56	3,53
22	4,43	4,52	4,30	4,71	4,33	4,70	4,41	4,49	65	58	45	51	57	67	64	58	4,20
23	4,57	4,97	4,43	4,55	5,55	5,29	4,44	4,83	67	69	42	40	66	64	56	53	1,85
24	4,64	4,83	4,73	3,01	4,21	3,98	4,13	4,22	68	59	46	28	54	58	61	53	3,50
25	4,41	4,66	4,16	4,84	4,80	4,65	4,46	4,57	68	62	42	47	60	69	71	60	3,12
26	4,15	4,26	4,93	5,97	5,54	5,82	5,38	5,16	80	71	67	58	65	82	84	72	0,80
27	4,65	4,91	3,63	6,18	6,36	5,95	5,76	5,35	89	79	41	58	70	77	85	71	1,16
28	4,93	5,44	5,99	6,93	6,68	5,82	5,24	5,86	91	85	61	61	70	78	77	75	1,23
29	5,17	5,39	6,22	6,82	6,63	6,28	5,18	5,96	84	78	64	63	71	83	78	74	1,05
30	5,44	5,99	6,84	7,53	7,56	7,70	7,76	6,97	83	86	67	71	81	88	89	81	1,55
D. 1ª	9,01	9,64	10,00	10,12	10,23	10,43	10,01	9,92	81	76	65	67	76	83	84	76	16,88
„ 2ª	9,19	9,70	9,77	9,23	9,02	9,18	9,12	9,32	82	78	66	63	70	77	81	74	18,38
„ 3ª	4,67	4,97	4,92	5,46	5,61	5,48	5,09	5,17	75	71	52	52	65	73	72	66	21,99
Mese	7,62	8,10	8,23	8,27	8,29	8,36	8,07	8,13	79	75	61	61	70	78	79	72	57,25

Osservazioni meteorologiche del R. Osservatorio del Campidoglio.

Specchio III. **Novembre 1886.**

Giorno	Direzione del vento							Velocità oraria del vento in chilometri							Totale in 24 ore
	6h	9h	Mezzodì	3h	6h	9h	Mezza-notte	6h	9h	Mezzodì	3h	6h	9h	Mezza-notte	
1	NNE	NNE	NNE	calma	OSO	calma	NNE	15	15	2	calma	1	calma	2	165
2	NNE	NNE	calma	SO	calma	N	N	14	12	calma	5	calma	4	6	149
3	NNE	NNE	SO	SSE	SSE	SE	N	10	6	1	7	12	1	4	172
4	ESE	ESE	SE	SSE	S	ESE	ESE	5	10	14	32	11	15	4	290
5	ESE	ESE	ESE	SE	ESE	ESE	E	10	6	8	10	10	12	11	188
6	ENE	SE	SSE	SSE	SSE	S	S	3	3	15	22	16	3	10	237
7	SSE	SSE	SSE	S	SSE	SSE	SSE	24	18	28	27	18	18	20	544
8	SE	S	S	SSE	SSE	S	S	26	30	37	46	3[illegible]	40	28	738
9	calma	SSO	SO	O	SE	ESE	SE	calma	1	10	6	2	2	3	151
10	SE	SE	SE	S	SSE	SSE	SSE	2	15	26	26	23	20	21	373
11	SE	SSE	SSE	SSE	SSE	SSE	S	10	21	34	36	23	20	26	546
12	S	SSE	SSE	S	S	SSE	SSE	26	25	33	28	24	23	28	615
13	SSE	S	S	S	S	S	S	24	30	38	32	22	37	30	754
14	S	S	S	O	ENE	NE	calma	30	27	18	2	3	2	calma	337
15	NNE	calma	SE	S	S	SSE	SSE	3	calma	5	10	14	6	12	131
16	calma	SSE	SSE	SSE	calma	SE	SE	calma	6	5	3	calma	5	10	91
17	SE	SE	SE	SE	calma	S	calma	2	5	2	2	calma	1	calma	63
18	S	S	SO	SO	SSO	SSO	SSO	8	18	12	12	7	2	1	183
19	calma	calma	NNE	NNE	NNE	N	N	calma	calma	14	27	18	16	16	296
20	N	N	NNE	NNE	NNE	NNE	NNE	14	20	26	22	15	28	11	495
21	N	N	NNE	NNE	NNE	N	N	28	27	32	38	34	16	12	599
22	NNE	NNE	NNE	NNE	NNE	NNE	NNE	37	26	28	25	28	26	24	656
23	NNE	NNE	NNE	NNE	NNE	NNE	NNE	3	8	8	17	17	20	15	304
24	NNE	NNE	NNE	NNE	NNE	NNE	NNE	20	20	27	22	32	24	22	542
25	NNE	NNE	NNE	NNE	NNE	NNE	NNE	20	18	20	17	17	22	16	464
26	NNE	NNE	calma	OSO	NO	calma	NNE	12	12	calma	3	2	calma	1	142
27	NNE	NNE	NNE	NNE	calma	NNE	calma	4	1	4	8	calma	5	calma	82
28	NNE	NNE	NNE	calma	NNE	NNE	NNE	11	12	3	calma	5	8	10	139
29	NNE	NNE	NNE	NE	SO	calma	NNE	15	12	2	3	2	calma	10	178
30	NNE	NNE	E	SSE	SE	ESE	ESE	8	7	6	12	10	2	3	177
D. 1ª	—	—	—	—	—	—	—	10,9	10,2	14,1	18,1	13,1	11,5	10,8	301
„ 2ª	—	—	—	—	—	—	—	11,7	15,2	18,7	17,4	12,6	14,0	13,4	351
„ 3ª	—	—	—	—	—	—	—	15,8	14,3	13,0	14,5	14,7	12,3	11,3	328
Mese	—	—	—	—	—	—	—	12,8	13,3	15,3	16,7	13,5	12,6	11,8	327

Osservazioni meteorologiche del R. Osservatorio del Campidoglio.

Specchio IV. **Novembre 1886.**

Giorno	Stato del cielo in decimi di cielo coperto								Altezza della pioggia in millimetri	Ozono				Meteore varie	*ANNOTAZIONI*
	6h	9h	Mezzodì	3h	6h	9h	Mezzanotte	Media		9p 9a	9a 9p	9a 3p	3p 9p		
1	0	0	1	0	0	0	0	0,1		8,0	7,5	7,5	4,5		
2	9	6	7	9	9	3	3	6,6		7,0	5,5	4,0	3,5		
3	3	3	9	9	5	3	5	5,3		6,0	6,0	4,5	4,5		
4	8	9	9	10	10	10	7	9,0	5,6	5,5	8,5	6,5	7,5	Pioggia, v. forte	Piog. nel pom. fino a tarda sera; vento SSE forte nel pom.
5	10	7	7	8	9	3	3	6,7	1,3	8,5	7,0	5,5	6,0	Pioggia	Poca pioggia nella notte e nel mattino
6	8	10	10	10	10	10	10	9,7	8,5	6,0	6,5	6,5	6,0	Piog. neb. v. f.	Piog. nella not. e nel pom. forte in prima sera; v. SSE f. al p.
7	10	9	6	5	2	1	1	4,9	2,3	7,5	5,5	0,5	5,5	Pioggia, v. forte	Piog. leggera al mat., V. SSE sempre forte
8	7	8	9	7	6	10	10	8,1	6,5	8,5	7,0	6,0	7,0	Piog. gran. lam., tuono, v. proc.	Tem. con piog. gran. nella sera: vento S a SE procelloso
9	6	3	8	10	4	3	7	5,9	11,4	7,5	7,0	6,5	5.0	Piog., l., tuono, fulmini vento f.	Gran temp. con piog. dirotta e ful. dopo mezzanotte
10	2	10	8	10	8	10	5	7,6	1,3	7,0	10,0	7,5	8,0	Pioggia v. f.	Poca piog. nel matt., goc. nel p.; v. S a SSE f. nel giorno
11	3	4	6	7	2	4	8	4,9	1,3	9,0	8,0	4,5	7,5	Pioggia v. f.	Piog. nella not. v. SSE quasi sempre f. o procelloso
12	6	7	5	9	5	9	3	6,3	0,3	9,0	8,0	4,5	8,0	Pioggia v. f.	Poca pioggia nella notte, vento S sempre forte
13	4	3	1	4	4	1	1	2,6		9,0	5,5	4,5	5,0	Vento proc.	Vento S a SSE sempre forte e procelloso nel meriggio
14	10	6	9	10	9	3	7	7,7	20,2	8,0	6,0	6,5	6,0	Pioggia, lampi, tuoni. v. for. e	Piog. interrotte e temp. dopo mezzodì, v. S f. nella matt.
15	3	5	9	7	6	3	1	4,9	0,2	0,0	6,5	4,5	6,0	Pioggia	Poca pioggia nella notte.
16	3	2	7	2	2	0	0	2,3		5,5	4,5	4,5	2,5	Nebbia densa b.	Nebbia densa all' orizzonte in prima sera.
17	0	0	1	1	0	0	10	1,7	0,0	4,5	6,5	6,5	0,5	Goccie	Goccie nella sera: atmosfera sempre calma
18	4	9	4	8	7	10	3	6,4	2,4	5,0	8,0	6,5	5,0	Pioggia	Poca piog, nella notte, e piog. leggera in prina sera
19	3	5	1	1	0	0	0	1,4		6,0	8,5	6,0	7,0	Vento forte	Vento NNE a N f. nel pom. e sera
20	1	0	0	0	0	0	4	0,7		7,5	9.5	6,5	7,5	Vento forte	Vento NNE forte dalle 8 ore matt. sino a sera.
21	3	2	2	1	1	3	1	1,9		7,5	7,5	8,0	7,5	Lampi, v. proc.	Lampi nella notte e nella sera v. N a NNE sempre f. o proc.
22	2	1	1	1	2	1	1	1,3		7,5	8,0	7,0	8,0	Vento forte	Vento NNE sempre forte
23	6	4	6	4	3	10	5	5,4		6,8	7,5	6,5	5,5	vento forte	Vento NNE forte nella sera
24	3	2	1	1	0	2	1	1,4		7,0	8,5	7,0	7,5	Vento forte	Vento NNE sempre forte
25	2	1	1	1	0	0	0	0,7		8,0	7,5	7,5	6.5	Vento forte	Vento NNE sempre forte
26	0	0	0	0	1	2	1	0,6		7,5	4,5	4,5	0,5	Nebbia b. densa. brina	Brina nebbia bassa densa nella sera.
27	2	1	0	0	1	1	1	0,9		2,0	6,5	6,5	0,5	Nebbia b. densa, brina gelo	Nebbia densa bassa nella sera brina, gelo nella notte.
28	0	0	0	0	0	0	0	0,0		5,5	6,5	6.5	0,5	Nebbia b. densa, brina	Nebbia densa. bassa nel matt. e brina
29	7	3	1	1	2	2	1	2,4		7,5	5,0	5,0	0,0	Nebbia d. b.	Nebb. densa all'orizzonte nella sera.
30	9	10	6	10	4	10	7	8,0	5,8	4,5	6,5	6,5	1,5	Pioggia	Pioggia leggera nel mattino e nella sera.
D. 1ª	6,3	6,5	7,4	7,8	6,3	5,3	5,1	6,4	36,9	7,2	7,1	5,5	5,8		
„ 2ª	3,7	4,1	4,3	4,9	3,5	3,0	3,7	3,9	24,4	6,4	7,1	5,5	4,5		
„ 3ª	3,4	2,4	1,8	1,9	1.4	3,1	1,8	2,3	5,8	6,4	6,8	6,5	3,8		
Mese.	4,5	4,3	4,5	4,9	3,7	3,8	3,5	4,2	67,1	6,7	7,0	5,8	4,7		

Osservazioni meteorologiche del R. Osservatorio del Campidoglio

Specchio I. **Decembre 1886.**

Giorno	Altezza del Barometro ridotto a 0°								Termometro Centigrado							Temperatura		
	6h	9h	Mezzodì	3h	6h	9h	Mezza-notte	Media	6h	9h	Mezzodì	3h	6h	9h	Mezza-notte	Media	Massima	Minima
	700 mm. +																	
1	49,67	50,01	48,99	48,07	47,01	46,77	46,03	48,08	9°,8	11°,2	11°,3	10°,8	10°,4	10°,8	9°,8	10°,6	12°,4	8°,6
2	44,94	47,28	48,05	48,45	49,31	50,38	50,69	48,44	9,7	10,5	11,6	11,2	10,6	9,9	9,6	10,4	12,4	8,8
3	52,66	53,56	53,16	52,82	53,18	52,86	51,56	52,83	8,4	9,1	9,6	7,8	7,2	6,7	6,0	7,8	10,5	6,0
4	49,48	49,43	47,37	46,74	46,98	48,24	48,78	48,15	5,2	5,1	8,6	9,8	6,9	5,7	5,6	6,7	10,1	4,3
5	49,85	50,96	51,29	52,27	53,79	55,70	56,77	52,95	4,8	5,0	10,4	10,0	7,9	6,8	4,6	7,1	10,7	3,0
6	58,19	58,86	59,10	58,55	59,59	60,40	60,62	59,33	3,0	4,0	9,2	11,4	8,9	6,2	3,9	6,7	11,4	2,1
7	59,81	60,06	58,73	57,41	56,45	55,83	54,77	57,58	0,9	3,3	9,2	11,6	9,3	8,6	8,0	7,3	11,6	0,5
8	52,03	51,94	50,90	50,52	50,95	51,03	50,05	51,06	8,1	8,8	11,2	11,4	8,6	6,6	5,4	8,6	11,5	5,4
9	46,05	45,50	43,10	40,50	40,44	40,69	40,80	42,44	11,1	12,0	13,0	13,5	11,9	11,6	11,6	12,1	13,6	4,7
10	43.29	44,11	44,33	44,84	46,35	48,00	50,23	45,88	7,1	8,0	12,5	12,0	8,5	6.4	4,8	8,5	12,6	4,8
11	53,65	55,22	56,16	56,96	58,59	59,80	60,31	57,94	3,2	4,2	8,4	10,2	8,6	5,3	3,2	6,2	10,6	2,4
12	58,97	58,96	57,85	56,62	55,44	55,47	55,07	56,91	6,3	6,9	9,3	9,2	11,8	12,4	11,2	9,6	12,4	2,5
13	54,97	55,89	56,04	55,74	56,12	56,97	57,13	56,12	8,3	9,6	13,4	15,0	11,0	8,6	6,2	10,3	15,0	6,2
14	57,55	58,52	58,11	58,10	58,74	59,41	59,50	58,56	4,2	5,4	10,3	12,5	11,1	11,2	10,4	9,3	12,5	2,9
15	58,90	59,37	58,76	58,30	58,38	57,99	57,98	58,53	9,2	10,3	14,1	14,6	13,2	13,1	12,6	12,4	14,7	8,1
16	56,35	56,43	55,39	54,38	53,18	52,65	52,50	54,41	12,3	13,8	15,6	15,1	14,8	14,4	14,7	14,4	16,1	11,6
17	53,74	54,10	54,30	54,27	54,88	56,02	56,53	54,83	14,3	14,4	14,8	14,6	14,7	15,1	14,8	14,7	15,2	13,5
18	57,12	57,99	58,05	57,93	58,01	58,81	58,74	58,09	14,8	15,2	16,6	15,9	14,0	13,6	13,8	14,8	16,7	13,6
19	57,87	58,28	58,12	57,36	56,33	56,31	55,00	57,04	13,2	14,8	16,2	15,6	14,5	14,7	15,0	14,9	16,5	12,4
20	53,26	53,85	53,61	52,98	52,88	52,83	52,33	53,11	15,6	15,9	16,6	17,0	15,6	14,8	15,1	15,8	17,3	14,3
21	49,62	48,56	50,11	52,15	53,65	54,83	55,21	52,02	15,1	15,5	10,4	9,2	8,2	7,5	7,4	10,5	15,9	7,4
22	54,08	54,71	54,10	53,74	53,79	54,71	55,28	54,34	6,5	7,4	8,6	6,2	5,4	4,6	2,8	5,9	9,6	2,8
23	56,37	56,72	56,34	55,94	55,74	55,19	55,45	55,96	—0,5	0,6	3,8	5,8	4.2	3,8	4,2	3,1	6,4	—1,0
24	53,69	54,90	54,56	54,14	54,32	53,93	53,07	54,09	5,7	4.6	8,8	9,8	7,9	7,3	6,8	7,3	9,8	2,6
25	48,66	47,15	49,14	47,66	49,16	50,86	51,63	49,18	7,9	8.4	7,4	7,8	6,1	5,3	4,6	6,8	8,7	4,6
26	55,19	56,95	57,40	57,69	58,96	59,37	59,66	57,89	3,5	4,0	8,8	9,3	5,8	4,5	2,5	5,5	9,4	2.5
27	57,67	57,68	56,74	54,34	52,34	50,14	49,34	54,04	0,1	2,0	7,8	9,8	9,2	9,8	9,2	6,8	10,2	—0,7
28	49,72	51,77	52,72	52,99	53,27	53,68	52,90	52,44	7,6	7,6	10,1	10,1	8,8	8,0	7,8	8,6	11,0	6,7
29	50,76	50,26	48,95	46,35	45,40	45,49	45,24	47,49	6,1	5,4	8,3	9,3	8,5	6,8	5,2	7,1	9,3	5,2
30	45,42	46,27	45,59	45,07	45,27	45,55	45,74	45,56	5,0	5,8	7,7	7,6	5,5	5,4	5,4	6,1	8,5	4,3
31	46,45	47.45	47,68	47,77	48,68	49,42	49,73	48,17	4,6	5,0	7,4	8,1	5,2	4,1	3,3	5,4	8,7	3,3
D. 1ª	50,60	51,17	50.50	50,02	50,40	50,99	51,03	50,67	6,8	7,7	10,7	10,9	9,0	7,9	6,9	8,6	11,7	4.8
„ 2ª	56,24	56,86	56,64	56,26	56,26	56,63	56,51	56,49	10,1	11,1	13,5	14,0	12,9	12,3	11,3	12,2	14,7	8,7
„ 3ª	51,60	52,04	52,12	51,62	51,87	52,11	52,11	51,92	5,6	6,0	8,1	8,5	6,8	6,1	5,4	6,6	9,8	3,5
Mese	52,81	53,36	53,09	52,63	52.84	53,24	53.22	53,03	7,5	8,3	10,8	11,1	9,6	8,8	7,9	9,1	12,1	5.7

Osservazioni meteorologiche del R. Osservatorio del Campidoglio.

Specchio II. **Decembre 1886.**

Giorno	Umidità assoluta 6h	9h	Mezzodì	3h	6h	9h	Mezza-notte	Media diurna	Umidità relativa 6h	9h	Mezzodì	3h	6h	9h	Mezza-notte	Media diurna	Acqua evaporata in 24 ore
																	mm
1	6,93	7,79	7,51	8,44	7,33	7,20	7,[illegible]	7,57	76	77	73	87	77	74	88	79	1,15
2	7.16	7,21	6,31	6,26	5,66	4.88	5,71	6,17	79	76	62	63	59	53	64	65	1,17
3	5,40	7,01	7,05	6,68	7,20	6,50	6,14	6,66	65	81	79	84	94	91	88	83	0,45
4	5,94	5,75	6,25	6,26	6.04	5,90	5,56	5,96	89	87	74	69	81	86	81	81	0,83
5	5.72	5.50	6,29	6.30	5,86	5,46	5.48	5,80	89	84	66	68	73	74	86	77	0,90
6	4,81	4,80	5,46	5,30	5,81	5,34	4,95	5,21	84	78	62	53	68	75	82	72	1,05
7	4,53	4,57	6.28	7,01	7.23	7.43	7.24	6,36	92	80	72	60	83	89	92	82	1,00
8	8,08	8,23	6.93	7,90	6,58	6,94	6,18	7.15	100	97	69	79	83	91	92	86	0,55
9	7.67	8,69	9,70	11,13	9,82	8,50	8,20	9,14	77	83	87	97	94	85	81	86	0,95
10	6,45	6,45	5,83	6,50	5,44	6,38	5,93	6,11	85	80	73	79	65	88	92	75	0,40
11	5,17	5,17	5,78	5,62	6,42	5,83	5,17	5,59	90	84	70	60	77	87	90	80	0,55
12	5,55	6,04	7,70	7,84	8,26	9,57	9,42	7,77	78	81	88	89	79	90	95	86	0,35
13	7,96	7,87	8,09	5,90	7,91	7,66	6,56	7,42	97	88	70	47	80	92	92	81	0,50
14	5,47	5,88	8,03	9,77	9,11	9,42	8,75	8,06	88	88	86	90	92	95	92	90	0,30
15	7,88	8,15	9,84	8,88	9,22	9,79	9,78	9,08	91	87	82	72	82	87	89	84	0,50
16	9,96	10,62	10,19	10,02	9,35	9,78	10,67	10,08	93	90	77	78	74	81	86	83	0,66
17	11,05	10,85	10,88	11,27	10,94	10,97	10,53	10,90	97	89	86	91	88	86	82	88	1,29
18	10,82	10,98	10,55	10,55	10,20	10,14	9,37	10,39	86	85	75	78	86	87	80	82	1,40
19	9,47	9,75	9,29	9,19	7,67	6,51	8,38	8,61	84	77	67	70	63	52	66	68	2,18
20	9,26	9,27	10,06	10,64	10,06	10,88	11,04	10,17	70	69	72	74	76	87	86	76	2,08
21	10,22	10,25	5,66	5,08	5,73	5,68	5,52	6,88	79	78	59	58	70	73	71	70	1,89
22	4,85	5,74	4,17	5,71	5,62	5,54	5,12	5,25	66	74	50	80	83	87	91	76	0,90
23	4,17	4,71	5,21	4,56	3,99	4,23	4,58	4,06	94	98	87	66	66	70	74	79	0,40
24	5,90	5,23	6,41	6,93	6,73	6,87	6,57	6,38	86	82	76	76	84	90	88	83	0,70
25	6,67	7,89	6,86	6,36	5,46	4,81	4,14	6,03	83	94	89	80	77	72	65	80	0,73
26	3,74	4,60	4,05	3,75	3,82	3,72	4,05	3,96	63	75	48	43	55	59	73	59	2,80
27	3,77	3,60	5,28	4,83	5,46	6,93	8,22	5,44	81	67	67	53	62	76	95	72	1,70
28	6,59	6,69	6,30	6,98	6,52	5,74	5,50	6,33	84	86	68	75	77	71	69	76	0,60
29	4,94	5,77	4,98	5,13	5,40	5,25	2,98	5,06	70	86	61	58	65	71	60	67	2,10
30	4,20	4,02	4,30	4,50	3,61	3,67	3,67	4,08	64	67	55	57	53	55	55	58	3,05
31	4,14	4,39	4,31	4,51	4,57	4,44	4,34	4,39	65	67	55	55	69	72	74	65	1,92
D. 1ª	6,27	6,61	6,66	7,16	6,71	6,46	6,35	6,61	84	83	69	73	78	81	85	79	8,45
» 2ª	8,26	8,46	9,04	8,97	8,92	9,06	8,95	8,81	87	84	77	75	80	84	86	82	9,81
» 3ª	5,17	5,77	5,23	5,30	5,17	5,17	5,06	5,26	76	79	65	64	68	72	74	71	16,79
Mese	6,56	6,95	6,98	7,14	6,94	6,90	6,79	6,89	82	82	70	71	75	79	82	77	35,05

Osservazioni meteorologiche del R. Osservatorio del Campidoglio.

Specchio III. **Decembre 1886.**

Giorno	Direzione del vento							Velocità oraria del vento in chilometri							Totale in 24 ore
	6h	9h	Mezzodì	3h	6h	9h	Mezza-notte	6h	9h	Mezzodì	3h	6h	9h	Mezza-notte	
1	ESE	ESE	SSE	SE	E	SE	E	16	18	19	18	18	23	6	380
2	SSE	SSO	SSO	SSO	SSO	SO	SSO	10	7	24	20	16	18	21	332
3	SSO	SE	S	S	ENE	ENE	N	12	5	16	10	4	4	7	230
4	NNE	ENE	calma	SE	SO	S	E	1	2	calma	1	1	4	7	61
5	NE	ENE	S	SE	E	NE	NE	2	16	8	9	8	12	9	170
6	NNE	NNE	NNE	NNE	NE	NNE	NNE	7	5	8	4	1	5	12	134
7	NNE	NNE	N	ESE	SSE	calma	S	11	10	2	1	5	calma	2	200
8	ESE	ESE	ESE	ENE	calma	calma	calma	1	2	3	3	calma	calma	calma	69
9	S	S	S	S	SSO	S	OSO	24	25	24	24	11	8	12	373
10	NNE	ENE	O	ONO	ENE	NNE	S	7	1	24	23	2	18	[illegible]	316
11	N	N	N	calma	NNE	N	N	5	4	2	calma	3	2	4	90
12	N	N	calma	E	S	S	S	5	3	calma	2	10	16	8	125
13	N	N	N	NO	calma	calma	N	2	2	3	1	calma	calma	1	41
14	NNE	NNE	calma	OSO	ONO	NNE	NNE	7	5	calma	2	1	2	1	56
15	NNE	NE	S	S	S	S	S	2	1	18	14	15	11	19	197
16	S	S	S	S	S	S	S	14	20	40	43	27	41	40	685
17	S	S	S	S	SSE	S	S	9	8	22	16	10	25	22	393
18	S	S	S	SSE	SSE	S	S	18	20	37	29	18	24	25	594
19	S	S	S	S	SSE	SSE	SSE	22	21	31	31	24	23	38	597
20	SSE	SSE	SSE	SSE	SSE	S	S	37	41	37	30	23	38	24	796
21	S	S	O	SSO	SSO	SSO	SO	26	46	41	25	28	23	28	677
22	SO	SO	SO	O	O	NO	N	7	12	17	15	3	4	6	258
23	ENE	NE	NE	NNE	NNE	NE	ENE	2	3	4	2	3	6	3	76
24	NE	NE	N	N	NNE	NE	NNE	3	9	6	5	3	2	2	106
25	ENE	ENE	ENE	NNE	NNE	NNE	NNE	2	9	5	18	12	18	20	266
26	NNE	ESE	NNE	NNE	NNE	NNE	NNE	24	5	16	16	11	10	8	359
27	NNE	NNE	ESE	SSE	SSE	SSE	S	12	6	7	18	20	48	44	461
28	SE	SE	NNE	NNE	N	NNE	NNE	10	3	8	15	10	24	27	297
29	NNE	N	NE	calma	NE	NNE	NNE	3	3	2	calma	1	10	18	140
30	N	N	N	NNE	NNE	NNE	NNE	32	27	23	24	32	28	29	637
31	NNE	NNE	NNE	NNE	NNE	NNE	NNE	35	24	15	20	25	23	8	560
D. 1ª	—	—	—	—	—	—	—	9,1	9,1	12,8	11,3	6,6	9,2	7,9	226
„ 2ª	—	—	—	—	—	—	—	12,1	12,5	19,0	16,8	13,1	18,2	17,0	357
„ 3ª	—	—	—	—	—	—	—	14,2	13,4	13,1	14,4	13,5	17,8	17,5	349
Mese	—	—	—	—	—	—	—	11,8	11,7	15,0	14,2	11,1	15,1	14,3	311

Osservazioni meteorologiche del R. Osservatorio del Campidoglio.

Specchio IV. **Decembre 1886.**

Giorno	Stato del cielo in decimi di cielo coperto								Altezza della pioggia in millimetri	Ozono				Meteore varie	*ANNOTAZIONI*
	6h	9h	Mezzodì	3h	6h	9h	Mezza-notte	Media		9p 9a	9a 9p	9a 3p	3p 9p		
1	9	10	10	10	8	10	10	9,6	13,0	7,0	10,0	7,5	9,0	Pioggia, v. forte	Piogg. interrotte con v. f. SE in tutta la giornata
2	10	8	7	9	8	6	9	8,1	10,2	7,0	7,0	6,5	5,5	Piog. gran. lam., vento forte	Piog. interrotte nelle 24 ore con gr. l., e v. SSO f.
3	5	7	8	10	10	10	8	8,3	24,6	6,5	4,5	4,5	2,5	Piog, gr., lampi, tuoni. v. forte	Piog. temp. con gr., fulmini nella matt. e pomeriggio
4	6	5	4	10	7	2	10	6,3	3,5	7,0	5,5	4,5	3,5	Piog., gr., lampi, e tuoni	Temporali a tarda sera con piog. gr. e fulmini
5	10	7	7	9	7	2	1	6,1	9,5	7,5	8,5	5,5	6,5	Pioggia	Piog. nella not. e nella mat. temp. nella notte
6	0	0	0	0	0	0	0	0,0		7,5	5,5	5,5	0,5		
7	0	1	7	8	7	10	9	6,0	1,0	7,0	2,0	2,0	0,5	Pioggia	Poca piogg. verso mezzanotte
8	10	10	10	2	0	1	4	5,3	10,7	0,5	3,5	3,5	0,0	Pioggia	Piog. inter. dalla mezzanotte ad 1 h. 1|4 pomeridiane
9	10	10	10	10	10	10	10	10,0	14,6	7,0	1,5	0,0	1,5	Pioggia, v. forte	Piog. inter. dalle 10 del mat. fino a mezzanotte; v. S f.
10	6	10	3	5	8	10	9	7,3	12,3	8,0	7,5	5,0	5,5	Piog. gr., v. f.	Piog. nella notte e nella sera con gr. v. O. f. nel pom.
11	0	0	0	0	0	1	3	0,6		9,0	6,5	6,5	0,5	Brina	Brina
12	10	10	10	10	10	9	3	8,9	0,9	6,0	1,5	1,5	0,0	Pioggia	Pioggia leggera nel pomerig. e sera
13	3	2	1	0	1	5	4	2,3		0,0	4,5	4,5	0,5	Nebbia b. densa.	Nebbia densa bassa nella sera
14	4	9	9	10	10	10	10	8,9	1,3	2,5	0,0	0,0	0,1	Pioggia, nebbia.	Piog. leggera nel pom. e sera; gran nebbia nella sera
15	9	8	10	10	10	8	9	9,1	0,8	4,0	6,5	2,5	6,5	Pioggia	Poca pioggia nella notte
16	4	7	9	8	8	10	10	8,0		7,5	7,0	3,0	7,0	Vento proc.	Vento S proc. dalle 9 h. mat. fino a mezzanotte
17	10	9	10	10	10	10	10	9,9	1,6	4,5	6,0	4,5	5,0	Pioggia vento forte	Piog. leggera nella mat. e pom. v. S f. nella notte e sera
18	10	7	9	3	2	1	6	5,6		7,0	6,5	4,5	3,5	Vento forte	Vento S sempre forte, procelloso nel meriggio
19	6	5	7	10	1	1	10	5,7		8,0	7,5	5,5	7,5	Vento forte	Vento S a SSE quasi sempre forte e procelloso
20	10	9	10	6	8	10	9	8,9	2,0	8,0	8,0	6,0	8,0	Vento forte	Vento SSE a S quasi sempre procelloso
21	6	10	9	10	10	10	10	9,3	5,1	8,0	8,5	7,5	7,5	tuono, v. f. proc.	Temporali con pioggia e gr. con v. S a SSO f. e proc.
22	7	10	9	9	7	1	1	6,3	10,7	8,5	8,5	8,5	4,5	Pioggia v. f.	Piogg. ad intervalli fin verso sera con v. f. OSO
23	9	8	4	1	2	9	10	6,1		7,5	7,5	4,5	5,5	Nebb. br. a gelo	Gran nebbia nella matt. con brina e gelo
24	10	8	9	8	10	8	10	9,0	7,9	6,5	3,5	3,5	0,0	Pioggia	Pioggia dalle 7 h. alle 9 h. della mattina
25	8	10	8	2	0	0	0	4,0	21,6	6,5	9,5	9,5	8,0	Piogg. gr. v. f.	Piog. dirotta e gr. nella mat. v. f. NNE nella sera
26	0	0	0	0	1	0	0	0,1		7,0	9,5	8,5	8,5	Vento forte	Vento NNE forte nella matt.
27	0	1	2	10	10	10	10	6,1	10,6	7,0	9,5	4,5	8,5	Piog., l., tuono, vento f., gelo	Gelo; temp. con piog. pesante e v. SSE proc. nella sera
28	9	7	8	9	4	10	10	8,1	9,7	7,5	6,5	5,5	5,5	Pioggia v. f.	Pioggie pesanti nella notte; vento NNE f. nella sera
29	6	6	9	8	8	8	7	7,4	0,0	7,5	6,5	4,5	4,5	Goccie	Goccie nella notte
30	4	2	7	4	3	9	9	6,6		9,0	6,5	5,5	5,0	Vento forte	Vento NNE sempre forte
31	4	7	7	4	0	0	0	3,1		8,0	7,5	6,5	7,0	Vento forte	Vento NNE sempre forte
D. 1ª	6,6	6,8	6,6	7,3	6,5	6,1	7,0	6,7	99,4	6,5	5,6	4,5	3,5		
„ 2ª	6,6	6,6	7,5	6,7	6,0	6,5	7,4	6,8	6,6	5,7	5,4	3,9	3,9		
„ 3ª	5,7	6,5	6,5	5,9	5,0	5,9	6,1	6,0	65,6	7,5	7,6	6,2	5,9		
Mese	6,3	6,6	6,9	6,6	5,8	6,2	6,8	6,5	171,6	6,6	6,2	4,9	4,4		

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I. (1876-77).
" Vol. II. (1877-78).
" Vol. III. (1878-79).
" Vol. IV. (1879-80).
" Vol. V. (1880-81).
" Vol. VI. (1881-82).
" Vol. VII. (1882-83).
" Vol. VIII. (1883-84).

MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III.-XIX.

MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. I-XI, XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI Vol. I. (1884-85).
" Vol. II. (1885-86) Fasc. 1

MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
Vol. I, II.

MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. I.

Col dicembre 1884 incomincia la Quarta Serie delle pubblicazioni periodiche della R. Accademia.

Esse sono le seguenti:

Atti della R. Accademia dei Lincei, Rendiconti delle sedute (in sostituzione dei Transunti)

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese.

Il prezzo di associazione annuale è per l'Italia L. **12**, per l'estero L. **15**, e per i paesi non compresi nell'Unione postale L. **18**.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dalla Libreria Ermanno Loescher & C.° in *Roma* — *Torino* e *Firenze*.

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXIII.

1885-86

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

Volume II.° — Fascicolo 2°

2° SEMESTRE

Comunicazioni pervenute all'Accademia sino al 18 luglio 1886.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1886

INDICE

Comunicazioni pervenute all'Accademia *sino al 18 Luglio 1886.*

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Fiorelli. Notizie delle scoperte di antichità avvenute nel mese di Giugno . . . . . Pag. 29
Barnabei. Di un raro bollo figulino a lettere mobili . . . . . » 30
Cesàro. Intorno a taluni gruppi di operazioni (presentata dal Socio *Battaglini*) . . . . » 35
Pieri. Sulle normali doppie di una superficie algebrica (pres. dal Socio *De Paolis*) . . . » 40

PERSONALE ACCADEMICO

Lettera di ringraziamento del prof. *A. Salinas* per la sua nomina a Socio corrispondente dell'Accademia . . . . . » 42

CORRISPONDENZA

Corrispondenza relativa al cambio degli Atti . . . . . » »

BULLETTINO BIBLIOGRAFICO

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXIII.

1885-86

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

Volume II.° — Fascicolo 3°

2° SEMESTRE

Comunicazioni pervenute all'Accademia sino al 1 agosto 1886.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1886

INDICE

Comunicazioni pervenute all'Accademia *sino al 1 Agosto 1886.*

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Cantoni G. Su la legge di caloricità delle molecole de' corpi. Nota II. . . . . Pag. 13
Piccini. Su di un minerale che accompagna la columbite di Craveggia in Val Vigezzo. (Presentata dal Socio *Struever*. . . . . » 16
Signorile. Nuovi studî e ricerche sulla teoria chimica dell'indurimento subacqueo delle malte pozzolaniche impiegate nelle opere idrauliche e specialmente nelle marittime (pres. dal Socio *Betocchi*) . . . . . » 17

MEMORIE DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

Zampa. Etnografia storica e antropologica delle Puglie (pres. dal Socio *Lanciani*) . . » 53

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Pubblicazioni inviate in dono dai Socî: *E. Levasseur* e *G. Paris* . . . . . » »

CORRISPONDENZA

Corrispondenza relativa al cambio degli Atti . . . . . » »

BULLETTINO BIBLIOGRAFICO

BOLLETTINO METEOROLOGICO

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXIII.

1885-86

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

Volume II.° — Fascicolo 4°

2° Semestre

Comunicazioni pervenute all'Accademia sino al 15 agosto 1886.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1886

RENDICONTI — Agosto 1886.

INDICE

Comunicazioni pervenute all'Accademia *sino al 15 Agosto 1886.*

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Fiorelli. Notizie delle scoperte di antichità avvenute nel mese di Luglio . . . . . Pag. 55
Cesàro. Formes algébriques à liens arithmétiques. (Presentata dal Socio *Battaglini*) . . . » 56
Lazzeri. Sulle reciprocità birazionali nel piano. Nota I (pres. dal Socio *De Paolis*) . . . » 61
Bono. Joduro di trimetilallilammonio e suoi prodotti di decomposizione con la potassa (pres. dal Socio *Cannizzaro*) . . . . . » 67

CORRISPONDENZA

Corrispondenza relativa al cambio degli Atti . . . . . » 72

BULLETTINO BIBLIOGRAFICO

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXIII.

1885-86

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

Volume II.° — Fascicolo 5°

2° Semestre

Comunicazioni pervenute all'Accademia sino al 5 settembre 1886.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1886

INDICE

Comunicazioni pervenute all'Accademia *sino al 5 Settembre 1886.*

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Lazzeri. Sulle reciprocità birazionali nello spazio. Nota II. (presentata dal Socio *De Paolis*) Pag. 73
Visalli. Sopra una serie di superficie rappresentabili punto per punto sopra un piano. Nota I. (pres. dal Socio *Cremona*) . . . . . » 80
Id. Sopra una serie di superficie rappresentabili punto per punto sopra un piano. Nota II. (pres. *Id*.). . . . . » 84
Morghen. Sull'influenza che produce la densità non uniforme dei corpi sulle misure relative alla componente orizzontale del magnetismo terrestre e alla gravità (pres. dal Socio *Blaserna*) . . . . . » 87
Fileti. Azione del solfocianato potassico sugli acidi benzoico e cuminico (pres. dal Socio *A. Cossa*) » 92
Id. Sull'acido bromotereftalico (pres. *Id*.) . . . . . » 95
Id. e *Crosa*. Clorocimene e bromocimene dal timol. Riduzione ed ossidazione. Nota I. (pres. *Id*.) » 98
Giambelli. Storia di Vincenzo Bellovacense. Nota II. (pres. dal Socio *Carutti*) . . . . . » 103

PERSONALE ACCADEMICO

Annuncio della morte del Socio *Alessandro Dorna* . . . . . » 109

CORRISPONDENZA

Corrispondenza relativa al cambio degli Atti . . . . . » "

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I. (1876-77).
" Vol. II. (1877-78).
" Vol. III. (1878-79).
" Vol. IV. (1879-80).
" Vol. V. (1880-81).
" Vol. VI. (1881-82).
" Vol. VII. (1882-83).
" Vol. VIII. (1883-84).

MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III.-XIX.

MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. I-XI, XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI Vol. I. (1884-85).
" Vol. II. (1885-86) Fasc. 1-5.

MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
Vol. I, II.

MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche*
Vol. I.

Col dicembre 1884 incomincia la Quarta Serie delle pubblicazioni periodiche della R. Accademia.

Esse sono le seguenti:

Atti della R. Accademia dei Lincei, Rendiconti delle sedute (in sostituzione dei Transunti)

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese.

Il prezzo di associazione annuale è per l'Italia L. **12**, per l'estero L. **15**, e per i paesi non compresi nell'Unione postale L. **18**.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dalla Libreria Ermanno Loescher & C.° in *Roma — Torino* e *Firenze*.

LIBRARY
RECEIVED
NOV 9 1886
U. S. PATENT OFFICE

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXIII.

1885-86

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

Volume II.° — Fascicolo 6°

2° Semestre

Comunicazioni pervenute all'Accademia sino al 19 settembre 1886

ROMA
TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1886

INDICE

Comunicazioni pervenute all'Accademia *sino al 19 Settembre 1886.*

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Brioschi. Sopra una formola di trasformazione di integrali multipli. . . . . Pag. 111
Fiorelli. Notizie delle scoperte di antichità avvenute nel mese di Agosto. . . . . » 117
Ricci. Sui sistemi di integrali indipendenti di una equazione lineare ed omogenea a derivate parziali di 1° ordine. Nota I. (presentata dal Socio *Dini*) . . . . . » 11
Bartoli. Sulla dipendenza della conducibilità elettrica dalla temperatura nelle soluzioni degli alcoli $C_n H_{2n+2} O$ nei liquidi poco conduttori od isolanti (pres. dal Socio *Blaserna*) . » 122
Id. La conducibilità elettrica al punto critico (pres. *Id.*). . . . . » 129
Id. Su la conducibilità elettrica delle combinazioni del carbonio allo stato liquido, ed in ispecie su la conducibilità delle combinazioni dei radicali acidi cogli alogeni, dei solfocianati, degli isosolfocianati, dei nitrili, dei solfuri, e delle combinazioni organometalliche. Nota III. (pres. *Id.*) . . . . . » 132
Fileti e *Crosa.* Clorocimene e bromocimene dal timol. Riduzione ed ossidazione. Nota II. (pres. dal Socio *A. Cossa*) . . . . . » 135
Fileti. Sulla trasformazione dei derivati cuminici in cimenici e reciprocamente. Nota I. (pres. *Id.*). . . . . » 142
Peratoner. Sulla costituzione dell'acido bibromosalicilico (pres. *Id.*) . . . . . » 147
Id. Sugli acidi mono- e bibromoalchilsalicilici. Nota I. (pres. *Id.*) . . . . . » 150
Credaro. Alfonso Testa o i Primordî del Kantismo in Italia. Nota III. (pres. dal Socio *Ferri*) » 155
Giambelli. Storia di Vincenzo Bellovacense. Nota III. (pres. dal Socio *Carutti*). . . . . » 169

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Pubblicazioni inviate in dono dai Socî: *H. von Helmholtz, P. E. Levasseur, G. von Rath* ed *J. L. Soret* . . . . . » 183

CORRISPONDENZA

Corrispondenza relativa al cambio degli Atti . . . . . » 184
BOLLETTINO METEOROLOGICO

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I. (1876-77).
" Vol. II. (1877-78).
" Vol. III. (1878-79).
" Vol. IV. (1879-80).
" Vol. V. (1880-81).
" Vol. VI. (1881-82).
" Vol. VII. (1882-83).
" Vol. VIII. (1883-84).

MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III.-XIX.

MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. I-XI, XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI Vol. I. (1884-85).
" Vol. II. (1885-86) Fasc. 1-6.

MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
Vol. I, II.

MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche*
Vol. I.

Col dicembre 1884 incomincia la Quarta Serie delle pubblicazioni periodiche della R. Accademia.

Esse sono le seguenti:

Atti della R. Accademia dei Lincei, Rendiconti delle sedute (in sostituzione dei Transunti)

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese.

Il prezzo di associazione annuale è per l'Italia L. **12**, per l'estero L. **15**, e per i paesi non compresi nell'Unione postale L. **18**.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dalla Libreria Ermanno Loescher & C.° in *Roma* — *Torino* e *Firenze*.

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXIII.

1885-86

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

Volume II.° — Fascicolo 7°

2° Semestre

Comunicazioni pervenute all'Accademia sino al 5 ottobre 1886

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1886

AVVISO. — Col presente fascicolo viene distribuito l'Indice, per materie e per autori, della 1ª parte di questo Volume (1° Semestre).

INDICE

Comunicazioni pervenute all'Accademia *sino al 3 Ottobre 1886.*

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Tacchini. Sull'eclisse totale di Sole osservato in Grenada il mattino del 29 agosto scorso. Lettera al *Presidente.* . . . . . Pag. 185
Riccò. Riassunto delle osservazioni dei crepuscoli rosei (presentata dal Socio *Blaserna*). . » 187
Ricci. Sui sistemi di integrali indipendenti di una equazione lineare ed omogenea a derivate parziali di 1° ordine. Nota II. (pres. dal Socio *Dini*) . . . . . » 190
Fileti. Sulla trasformazione dei derivati cuminici in cimenici e reciprocamente. Nota II. (pres. dal Socio *Cossa*) . . . . . » 194
Peratoner. Sugli acidi mono- e bibromoalchilsalicilici. Nota II. (pres. *Id.*) . . . . . » 198
Monari. Sulla formazione della Xantocreatinina nell'organismo (pres. dal Socio *Mosso*) . . » 202

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Pubblicazioni inviate in dono dai Socî: *G. Gozzadini, H. J. Klein,* ed *R. von Jhering.* . » 206

CORRISPONDENZA

Corrispondenza relativa al cambio degli Atti . . . . . » »
BULLETTINO BIBLIOGRAFICO

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXIII.

1885-86

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

Volume II.° — Fascicolo 8°

2° SEMESTRE

Comunicazioni pervenute all'Accademia sino al 17 ottobre 1886

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1886

INDICE

Comunicazioni pervenute all'Accademia *sino al 17 Ottobre 1886.*

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Fiorelli. Notizie delle scoperte di antichità avvenute nel mese di Settembre . . . . Pag. 207
Bertini. Sui fasci di quadriche in uno spazio ad *n* dimensioni (presentata dal Socio *Cremona*) » 208
Volterra. Sopra una proprietà di una classe di funzioni trascendenti (pres. dal Socio *Betti*) » 211
Pincherle. Alcune osservazioni sui polinomî del prof. Appell (pres. *Id.*) . . . . . » 214
Bianchi. Sulle soluzioni comuni a due equazioni a derivate parziali del 2° ordine con due variabili. Nota I. (pres. *Id.*) . . . . . » 218
Marangoni. La staderina dei coseni e le variazioni della costante di capillarità (pres. dal Socio *Blaserna*). . . . . » 221
Peratoner. Sugli acidi mono- e bibromoalchilsalicilici. Nota III. (pres. dal Socio *A. Cossa*) » 228
Id. Sull'ossidazione degli eteri metilici del mono- e del bibromoortoisopropilfenol (pres. *Id.*) » 232

MEMORIE DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

U. Mosso. Sull'azione fisiologica della cocaina (pres. dal Socio *A. Mosso*) . . . . . » 236
Ciolfi. Sul microbo colerigeno (pres. dal *Segretario*) . . . . . » »
Bordiga. La superficie del 6° ordine, con 10 rette, nello spazio R_4; e le sue proiezioni nello spazio ordinario (pres. dal Socio *Cremona*) . . . . . » »

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Pubblicazioni inviate in dono dai Socî: *K. Fischer,* ed *L. Kronecker*. . . . . » »

CORRISPONDENZA

Corrispondenza relativa al cambio degli Atti . . . . . » »
Invio di un piego suggellato del dott. *G. Guggia* . . . . . » »

BULLETTINO BIBLIOGRAFICO
BOLLETTINO METEOROLOGICO

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXIII.

1885-86

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

Volume II.° — Fascicolo 9°

2° SEMESTRE

Seduta del 14 novembre 1886

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1886

INDICE

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali. *Seduta del 14 Novembre 1886.*

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Bianchi. Sulle soluzioni comuni a due equazioni a derivate parziali del 2° ordine con due variabili. Nota II. (Presentata dal Socio *Betti*) . . . . . Pag. 237
Piutti. Sintesi degli eteri trimesitici (pres. dal Socio *Körner*). . . . . » 241
Marotta. Sul microparassita del vaiuolo (pres. dal Socio *Trinchese*). . . . . » 246
Battelli e *Martinetti*. Sulla variazione di volume che si avvera nell'atto della mescolanza di sostanze organiche (pres. dal Socio *Blaserna*) . . . . . » 247
Ciamician. Sul tetrajodopirrolo (Jodolo) e sulle sue proprietà terapeutiche (pres. dal Socio *Cannizzaro*) . . . . . » 252
Ciamician e Silber. Sull'azione della luce sopra il nitrobenzolo in soluzione alcoolica (pres. *Id.*) » 256

MEMORIE DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

Righi. Ricerche sperimentali intorno alla riflessione della luce polarizzata sulla superficie equatoriale d'una calamita (pres. dal Socio *Blaserna*). . . . . » 257

RELAZIONI DI COMMISSIONI

Bizzozero, relatore, e *Tommasi-Crudeli*. Sulla Memoria del dott. Ugolino Mosso: « Sull'azione fisiologica della Cocaina ». . . . . » »
Battaglini, relatore, e *De Paolis*. Sulla Memoria del prof. Visalli: « Sulle correlazioni in due spazi a tre dimensioni » . . . . . » 258

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Blaserna (Segretario). Presenta le pubblicazioni inviate dal Socio *G. Seguenza*, e dai signori: *Cocco*, *Masini*, *Garbini* e *Conventz* . . . . . » »
Id. Richiama l'attenzione dei Socî sulle pubblicazioni inviate dalla Società di storia naturale di Copenaghen, e sulle *Observations of the international polar expeditions 1882-1883. Fort Rae* . . . . . » »
Presidente. Presenta, discorrendone, una pubblicazione del prof. *Mantegazza* . . . . . » »
Govi. Offre una copia dei discorsi pronunciati a Parigi pel centenario del Socio *Chevreul*, del quale partecipa i ringraziamenti all'Accademia. . . . . » »
Id. Fa omaggio di un suo scritto intorno ad una lente per cannocchiale lavorata da E. Torricelli, dandone alcuni particolari . . . . . » 259

CONCORSI A PREMIO

Blaserna (Segretario). Presenta i programmi dei premi del R. Istituto Veneto . . . . . » »

CORRISPONDENZA

Presidente. Presenta un esemplare della medaglia commemorativa dell'ultimo Congresso penitenziario tenuto a Roma, e legge una lettera colla quale la medaglia viene offerta all'Accademia » 260
Blaserna (Segretario). Dà conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti . . . » »

BULLETTINO BIBLIOGRAFICO
BOLLETTINO METEOROLOGICO

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXIII.

1885-86

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

Volume II.° — Fascicolo 10°

2° Semestre

Seduta del 21 novembre 1886

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1886

INDICE

Classe di scienze morali, storiche e filologiche. *Seduta del 21 Novembre 1886.*

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Schupfer. Il diritto romano nell'Italia meridionale durante i secoli di mezzo . . . . Pag. 261
Le Blant. Le vol des reliques . . . . . » 278
Fiorelli. Notizie delle scoperte di antichità avvenute nel mese di ottobre. . . . . » 285
Barnabei. Iscrizioni latine del comune di Cermignano, nella provincia di Teramo. . . . » 287
Narducci. Lavori bibliografici varî . . . . . » 288
Credaro. Alfonso Testa o i Primordî del Kantismo in Italia. Nota IV. (presentata dal Socio *Ferri*) . . . . . » 290
Jung. Sulle trasformazioni piane multiple (pres. dal Socio *Brioschi*). . . . . » 302
Bianchi. Sulle soluzioni comuni a due equazioni a derivate parziali del 2° ordine con due variabili. Nota III. (presentata dal Socio *Betti*) . . . . . » 307

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Carutti (Segretario). Presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando quelle del Socio *R. von Jhering* e del sig. *Lallemand*. . . . . » 310
Id. Presenta, in particolar modo discorrendone, una copia della Divina Commedia commentata da *Stefano Talice* da Ricaldone, donata da S. M. il Re all'Accademia . . . . . » »
Id. Fa omaggio di una sua pubblicazione, e di un volume della *Bibbia volgare* ristampata per cura di *C. Negroni*. . . . . » 311
Ferri (Segretario). Presenta una pubblicazione del prof. *P. D'Ercole* e ne discorre . . . » »

PERSONALE ACCADEMICO

Fiorelli (Vice-Presidente). Annuncia la morte del Socio *E. Jordan*, di cui legge un cenno necrologico . . . . . » »

CORRISPONDENZA

Id. Presenta una copia della medaglia commemorativa dell'ultimo Congresso penitenziario tenuto in Roma. . . . . » 313
Blaserna (Segretario). Dà conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti . . . » »

BULLETTINO BIBLIOGRAFICO

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXIII.

1885-86

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

Volume II.° — Fascicolo 11°

2° SEMESTRE

Seduta del 5 dicembre 1886

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1886

LIBRARY JAN 25 1887 U. S. PATENT OFFICE

INDICE

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali. *Seduta del 5 Dicembre 1886.*

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Respighi. Sullo spettroscopio obbiettivo. . . . . Pag. 315
Cantoni. Osservazioni lucimetriche. . . . . » 321
Tommasi-Crudeli. Ricerche sulla natura della malaria, eseguite dal dott. Bernardo Schiavuzzi in Pola (Istria) . . . . . » 329
Strüver. Magnetite pseudomorfa di Ematite micacea dell'Ogliastra in Sardegna . . . . » 331
Tacchini. Sui fenomeni della cromosfera solare osservati al R. Osservatorio del Collegio Romano nel 2° e 3° trimestre 1886. . . . . » 333
Id. Osservazioni di macchie e facole solari . . . . . » 334
De Paolis. Sulle involuzioni proiettive . . . . . » 335
Millosevich. Osservazioni della cometa Finlay fatte all'equatoriale di 0m, 25 di apertura del R. Osservatorio del Collegio Romano (psesentata dal Socio *Tacchini*). . . . . » 337
Id. Osservazioni del pianeta Irma (177) e sui nuovi pianeti fra Marte e Giove (pres. *Id.*) . » 338
Jung. Di due trasformazioni multiple associate a ogni trasformazione birazionale (pres. dal Socio *Brioschi*). . . . . » 339
Gerosa. Sulla resistenza elettrica dei miscugli delle amalgame liquide (pres. dal Socio *Cantoni*) » 344
Ciamician. Sul comportamento del metilchetolo (α metilindolo) e sulla formola di costituzione del pirrolo (pres. dal Socio *Cannizzaro*) . . . . . » 352
Ciamician e *Silber.* Sintesi del pirrolo (pres. *Id.*) . . . . . » 354
Cancani. Sulle due trombe dell'8 novembre 1886 (pres. dal Socio *Blaserna*). . . . . » 355

MEMORIE DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

Artini. Natrolite della Regione veneta (pres. dal Socio *Strüver*) . . . . . » 358
Stassano. Il delta sommerso del Congo (pres. dal *Segretario*) . . . . . » »

RELAZIONI DI COMMISSIONI

Blaserna, relatore, e *Cantoni.* Sulla Memoria del prof. Righi: « Ricerche sperimentali intorno alla riflessione della luce polarizzata sulla superficie equatoriale di una calamita. . . » »

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Blaserna (Segretario). Presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando quelle dei Soci *E. Villari* e *L. von Kronecker* . . . . . » »
Razzaboni. Presenta una sua pubblicazione, e alcune opere dei prof. *Stabilini* e *Canevazzi* » »
Betocchi. Offre una pubblicazione a nome del conte *de Charencey* . . . . . » »
Tacchini. Presenta una pubblicazione del prof. *Millosevich,* e ne discorre . . . . . » »

CONCORSI A PREMIO

Tema per il concorso al premio Carpi pel biennio 1887-88 . . . . . » 359

CORRISPONDENZA

Blaserna (Segretario). Dà conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti . . . »

BULLETTINO BIBLIOGRAFICO
BULLETTINO METEOROLOGICO

ERRATA-CORRIGE

A pag. 282 linea 10 in luogo di *Martin* leggasi *Marien*

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXIII.

1885-86

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

Volume II.° — Fascicolo 12°

2° Semestre

Seduta del 15 dicembre 1886

U. S. PATENT OFFICE

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1886

N. B. Il presente fascicolo contiene l'indice di questo vol. II (2° semestre).

RENDICONTI — Dicembre 1886.

INDICE

Classe di scienze morali, storiche e filologiche. *Seduta del 19 Dicembre 1886.*

Brioschi. Commemorazione del Socio *Marco Minghetti* . . . . . Pag. 361
Mariotti. Propone che del Socio *M. Minghetti* sia fatta una Commemorazione solenne . . » 366
Tommasini. Comunica che il Socio *von Sickel* lo ha l'incaricato di esprimere i suoi sensi di rammarico per la morte del Socio *Minghetti* . . . . . » »

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Fiorelli. Notizie delle scoperte di antichità avvenute nel mese di novembre . . . . . » »
Monaci. Cenno bibliografico dell'opera del sig. *H. Delpech* « La tactique au XIIIe siècle ». » 367
Barnabei. Di una rarissima iscrizione del beneventano, relativa al culto di Giunone . . . » 369

MEMORIE DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

Nasini. Sulla rifrazione molecolare delle sostanze organiche dotate di forte potere dispersivo (presentata dal Socio *Blaserna*) . . . . . » 373

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Carutti (Segretario). Presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando fra esse un opuscolo del Socio *Levasseur* e cinque volumi dei *Documenti di Storia Italiana* ecc. . . . . » »
Le Blant. Fa omaggio di alcune pubblicazioni del sig. *E. Müntz*, e ne discorre . . . . » 374
Monaci. Presenta l'opera del sig. *Henri Delpech* . . . . . » »

CONCORSI A PREMIO

Carutti. Presenta i temi per i secondi concorsi ai premî del Ministero della pubblica istruzione per le *Scienze storiche* . . . . . » »

CORRISPONDENZA

Carutti (Segretario). Dà conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti . . . . » 375

BULLETTINO BIBLIOGRAFICO
BULLETTINO METEOROLOGICO

SMITHSONIAN INSTITUTION LIBRARIES
3 9088 01355 0249